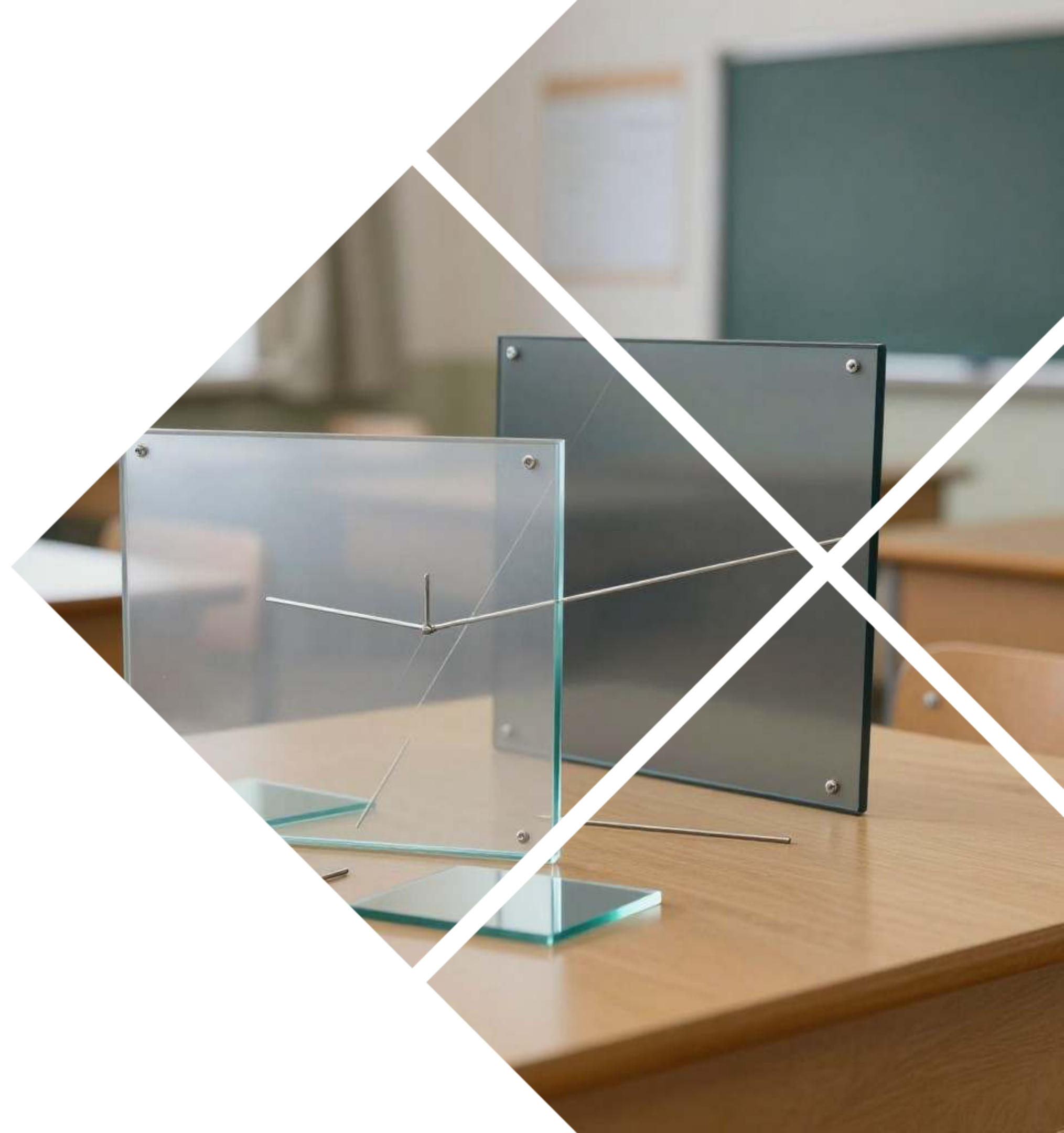


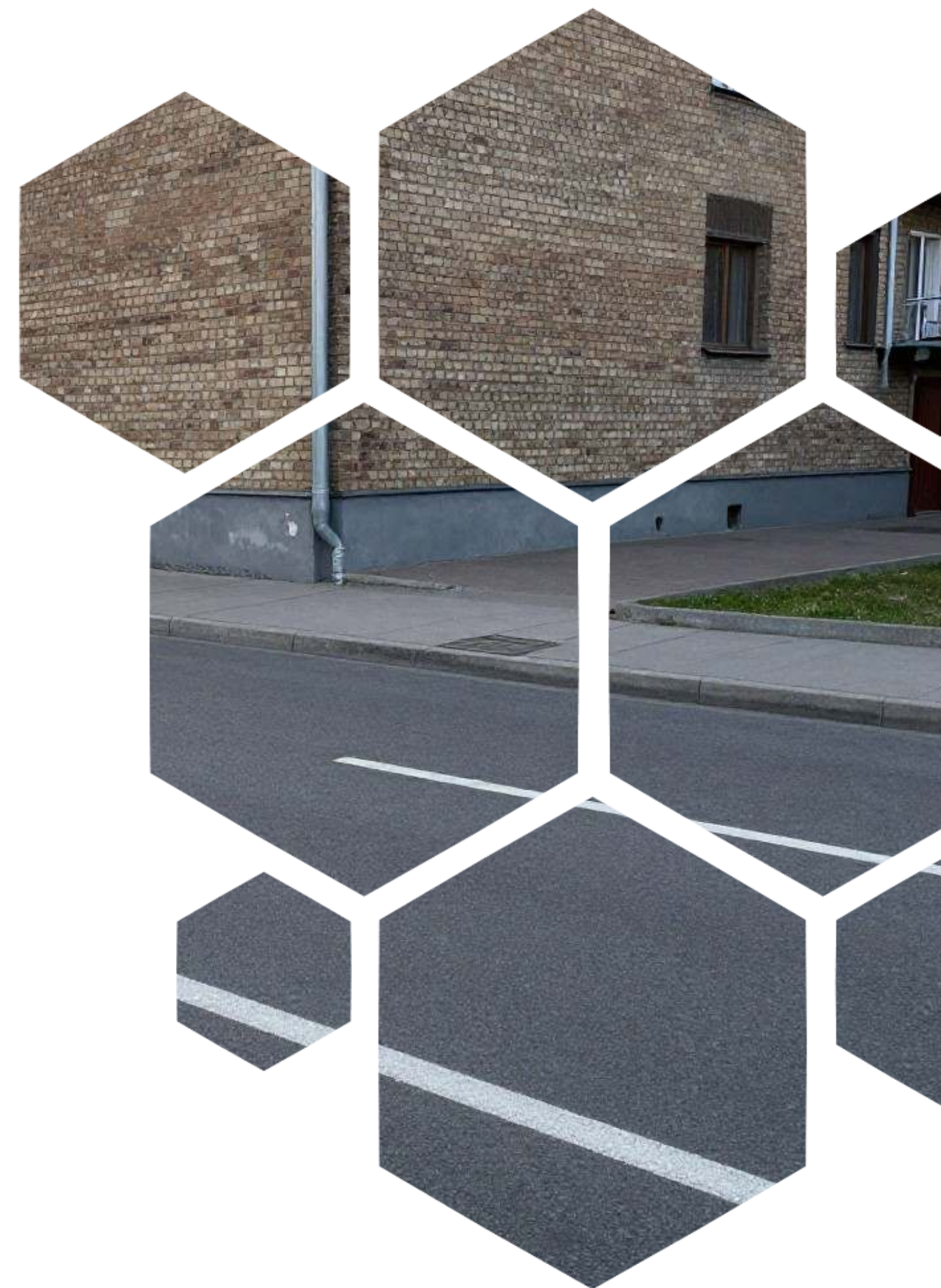
Взаимное расположение прямых и плоскостей

Как линии и поверхности занимают место
в пространстве?



Где встречаются прямые и плоскости в жизни

Линии и поверхности окружают нас каждый день: на парте, в тетради, на полу и стенах. Геометрия помогает понять, как они расположены относительно друг друга.



Основные понятия: прямая и плоскость

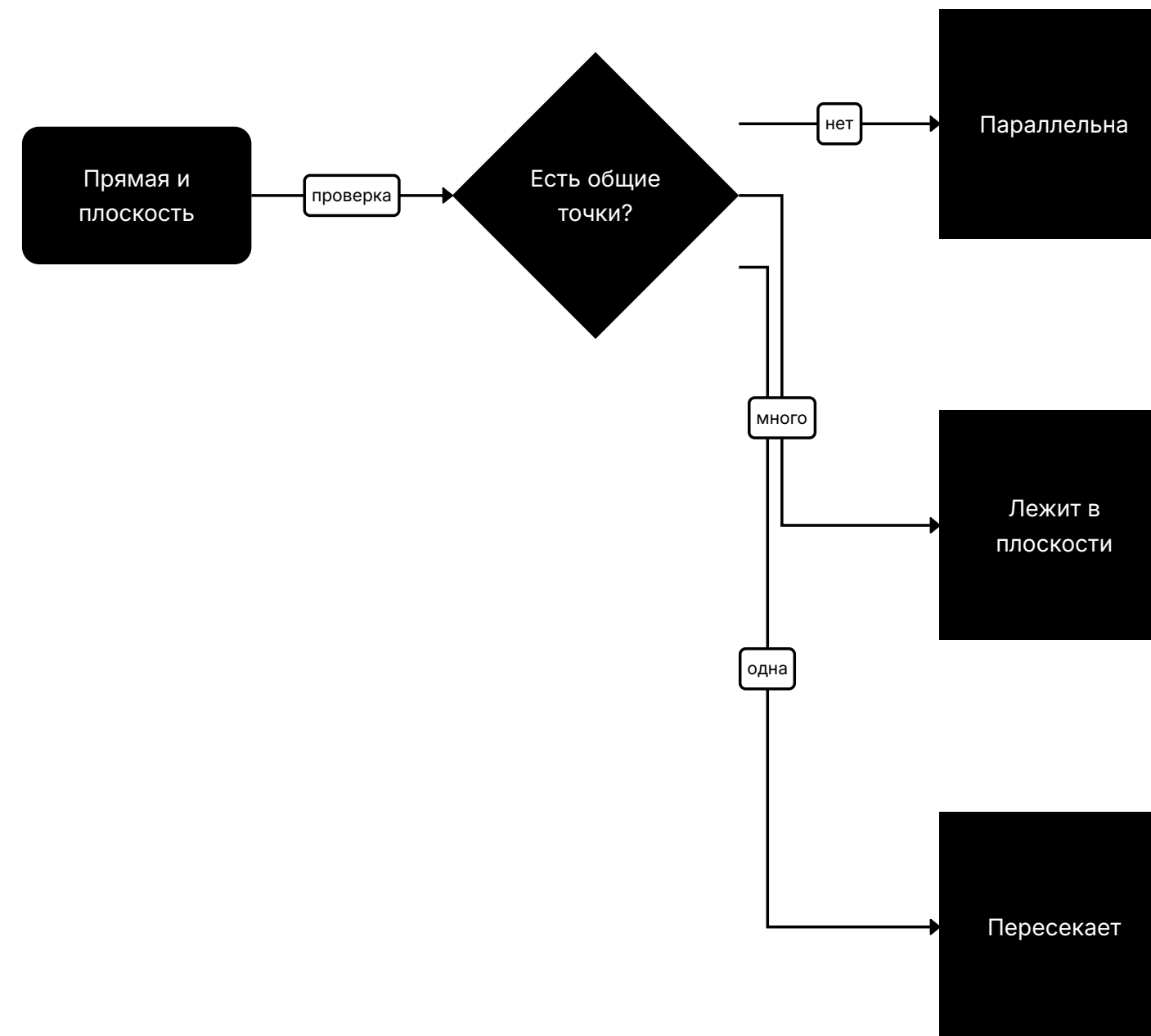
Прямая не имеет начала и конца: её можно продолжать в обе стороны бесконечно. На рисунках её изображают как ровную линию без изгибов.

Плоскость — это бесконечная ровная поверхность. Её удобно представлять как идеально гладкий лист бумаги, столешницу или пол в комнате.

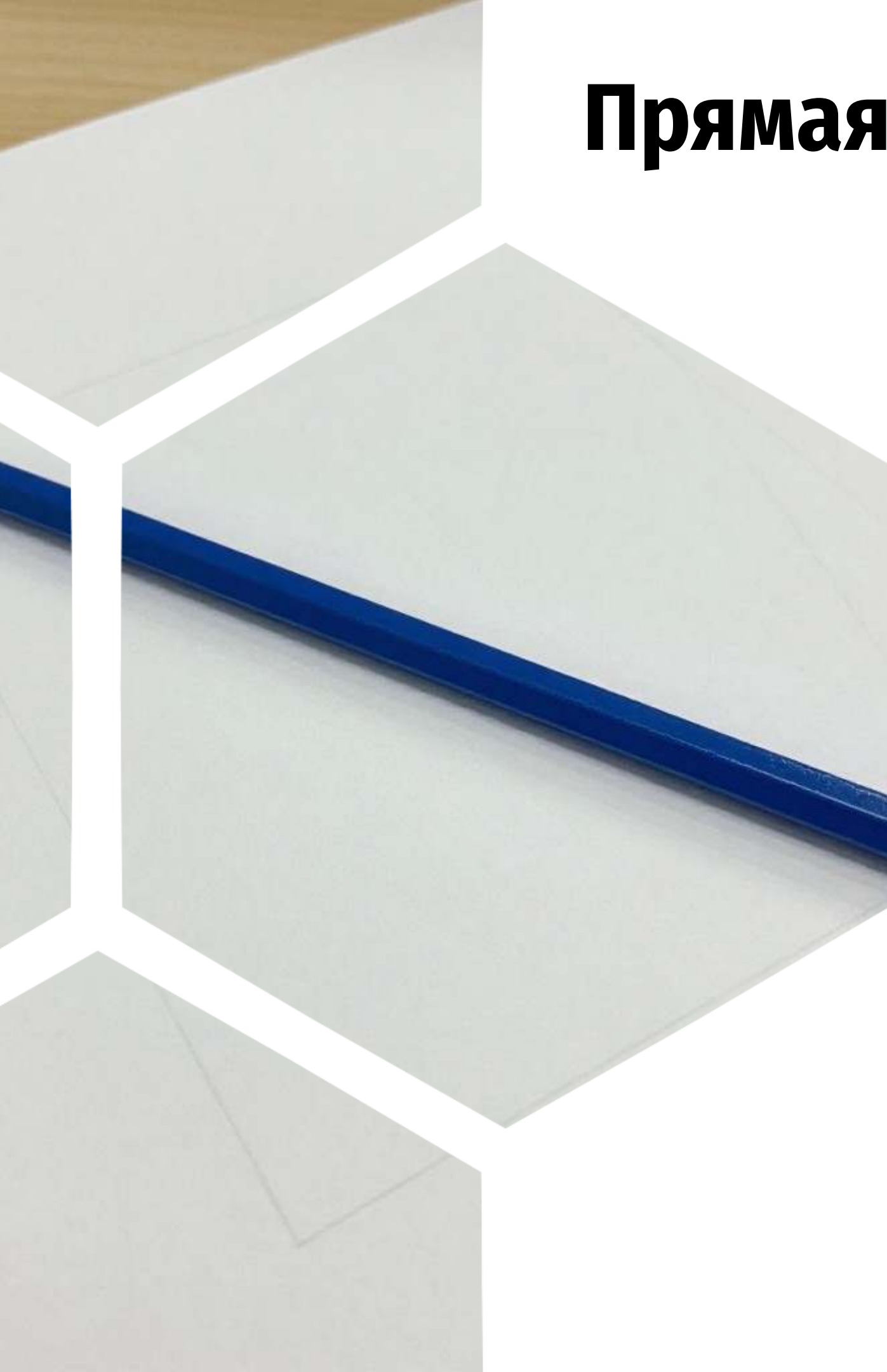
Если у прямой и плоскости есть общие точки, говорят о пересечении. Когда общих точек нет, они не пересекаются и расположены по-разному.

Три случая расположения прямой относительно плоскости

Классификация основана на числе общих точек прямой и плоскости.



Прямая лежит в плоскости



Все точки принадлежат плоскости

Если каждая точка прямой находится в плоскости, то прямая целиком лежит в ней. Такое расположение легко увидеть на листе бумаги или на поверхности стола.

Как это выглядит на рисунке

На плоском рисунке этот случай передаётся без искажения. Поэтому линии, нарисованные внутри плоской фигуры, удобно рассматривать как лежащие в одной плоскости.

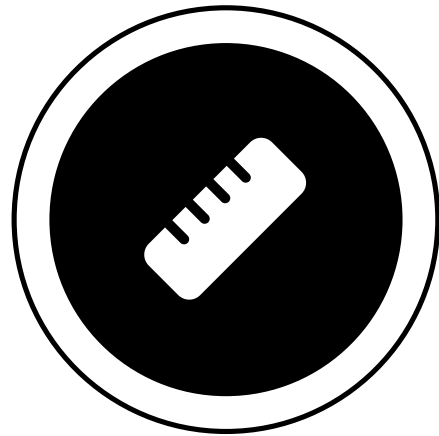
Прямая пересекает плоскость

Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, они пересекаются. Эта точка — единственное место их встречи.

Хороший образ — линия, которая как будто проходит сквозь лист бумаги. Она касается плоскости только в одной точке и дальше идёт по другую сторону.

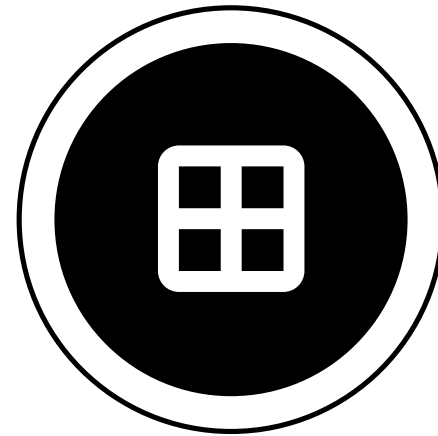
Такое расположение часто встречается в задачах на построение. Его удобно замечать на рисунках с объёмными фигурами, где видно вход и выход линии.

Параллельность прямой и плоскости



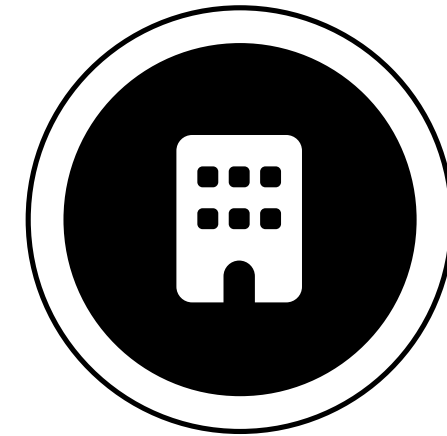
Нет общих точек

Прямая параллельна плоскости, если она не лежит в ней и не имеет ни одной общей точки с ней.



Одинаковое направление

Обычно такие объекты выглядят как идущие рядом линии: они не встречаются и сохраняют одинаковое расстояние.



Примеры вокруг нас

Это можно заметить у края доски и поверхности стола, у линии на стене и края пола, а также в чертежах зданий.

Сравнение трёх случаев для прямой и плоскости

Таблица показывает, как число общих точек помогает определить положение прямой относительно плоскости.

Чем точнее определено число общих точек, тем легче назвать вид расположения.

Случай	Общие точки	Признак	Пример
Лежит	Бесконечно много	Все точки принадлежат	Линия на листе
Пересекает	Одна	Есть точка пересечения	Игла через лист
Параллельна	Нет	Не встречаются	Край линейки над столом

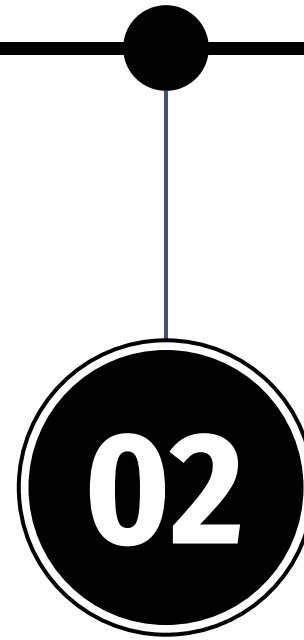
Определения и примеры из школьного курса геометрии

Как определить положение прямой относительно плоскости



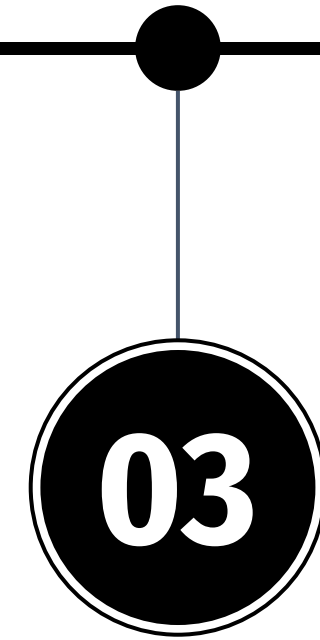
1. Две точки в плоскости

Если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая лежит в этой плоскости.



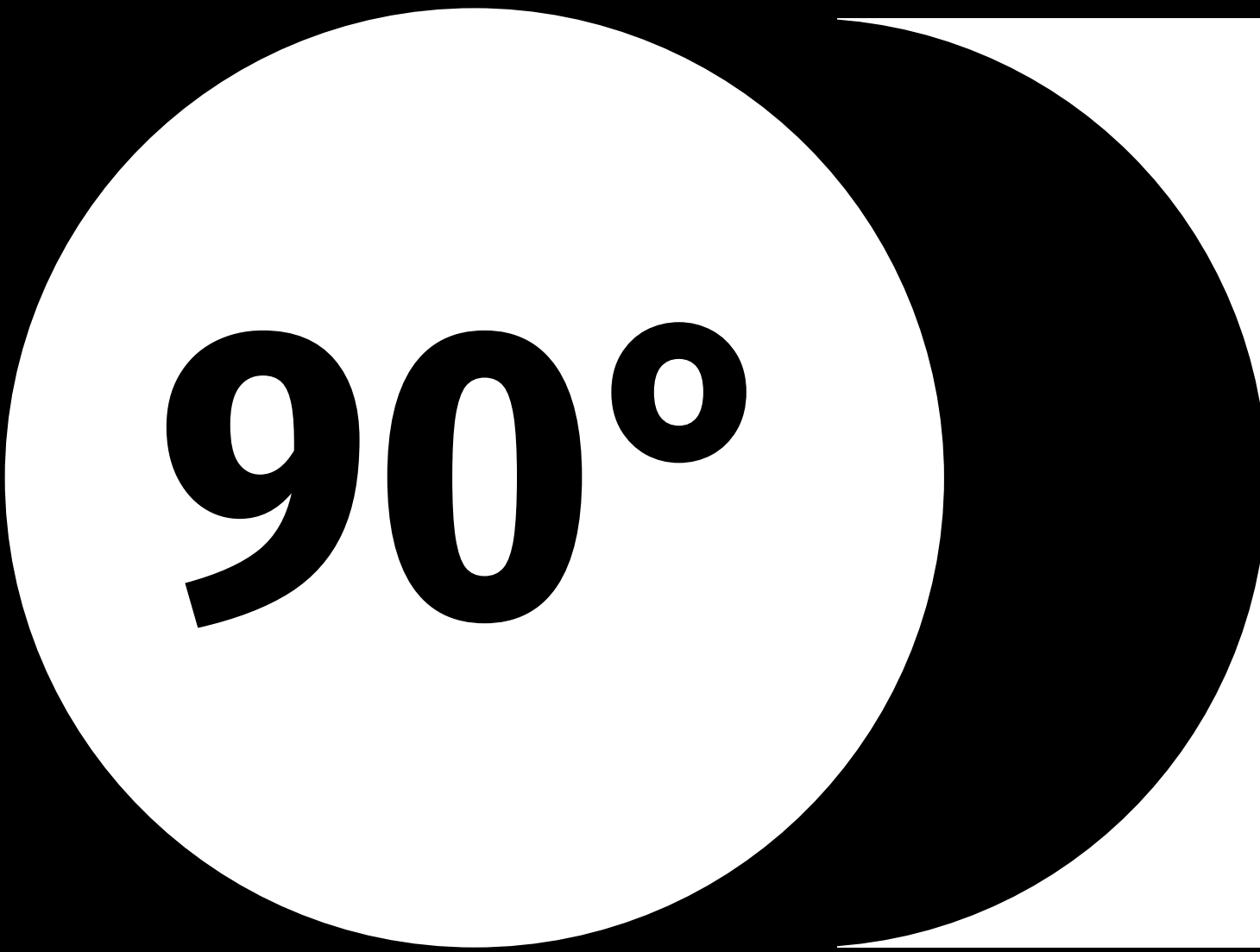
2. Одна общая точка

Если только одна точка прямой лежит в плоскости, то прямая пересекает плоскость.



3. Нет общих точек

Если общих точек нет и прямая не лежит в плоскости, то она параллельна ей.



90°

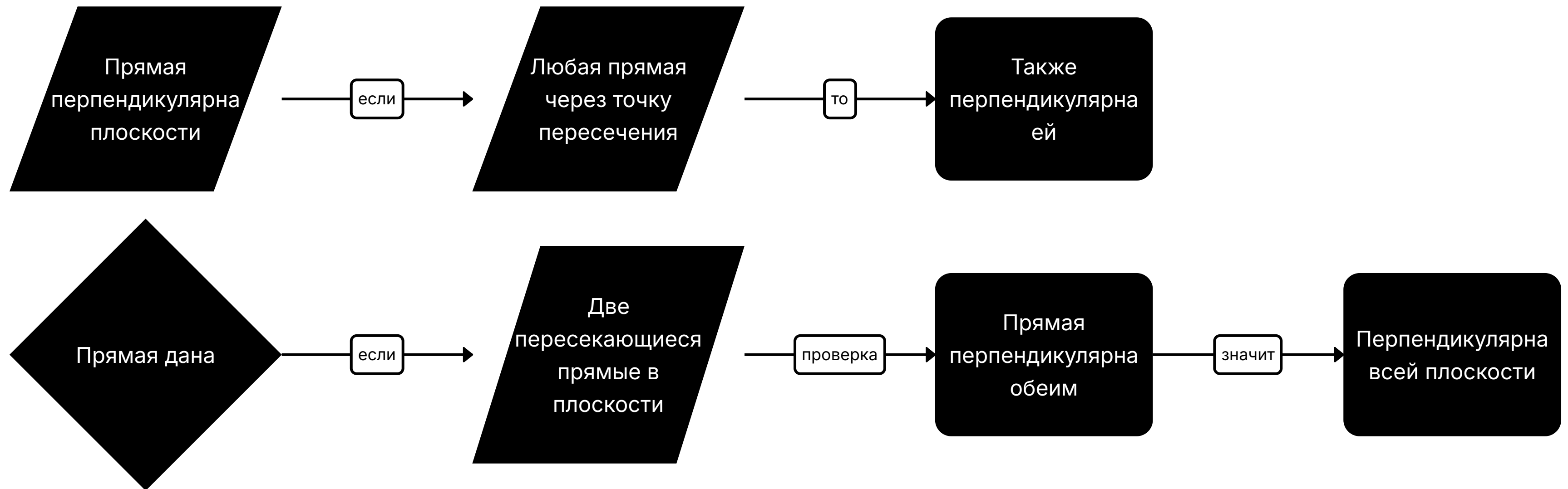
такой угол
показывает, что
прямая
перпендикулярна
плоскости.

Перпендикулярная прямая образует с плоскостью прямой угол и помогает строить высоты, измерять расстояния и проверять рисунки.

Определение перпендикулярности из школьного курса геометрии

Как распознать перпендикулярность

Схема показывает два признака: по двум пересекающимся прямым в плоскости и по обратному свойству перпендикуляра к плоскости.



Как измеряют угол между прямой и плоскостью

Угол между прямой и плоскостью рассматривают не напрямую, а через проекцию этой прямой на плоскость. Так получают наглядную и удобную для измерения величину.

Значение угла всегда не превышает 90° . Чем сильнее прямая «поднимается» над поверхностью, тем больше угол, который она образует с плоскостью.

Если угол равен 0° , прямая идёт параллельно плоскости и не приближается к ней. Это крайний случай без наклона к поверхности.

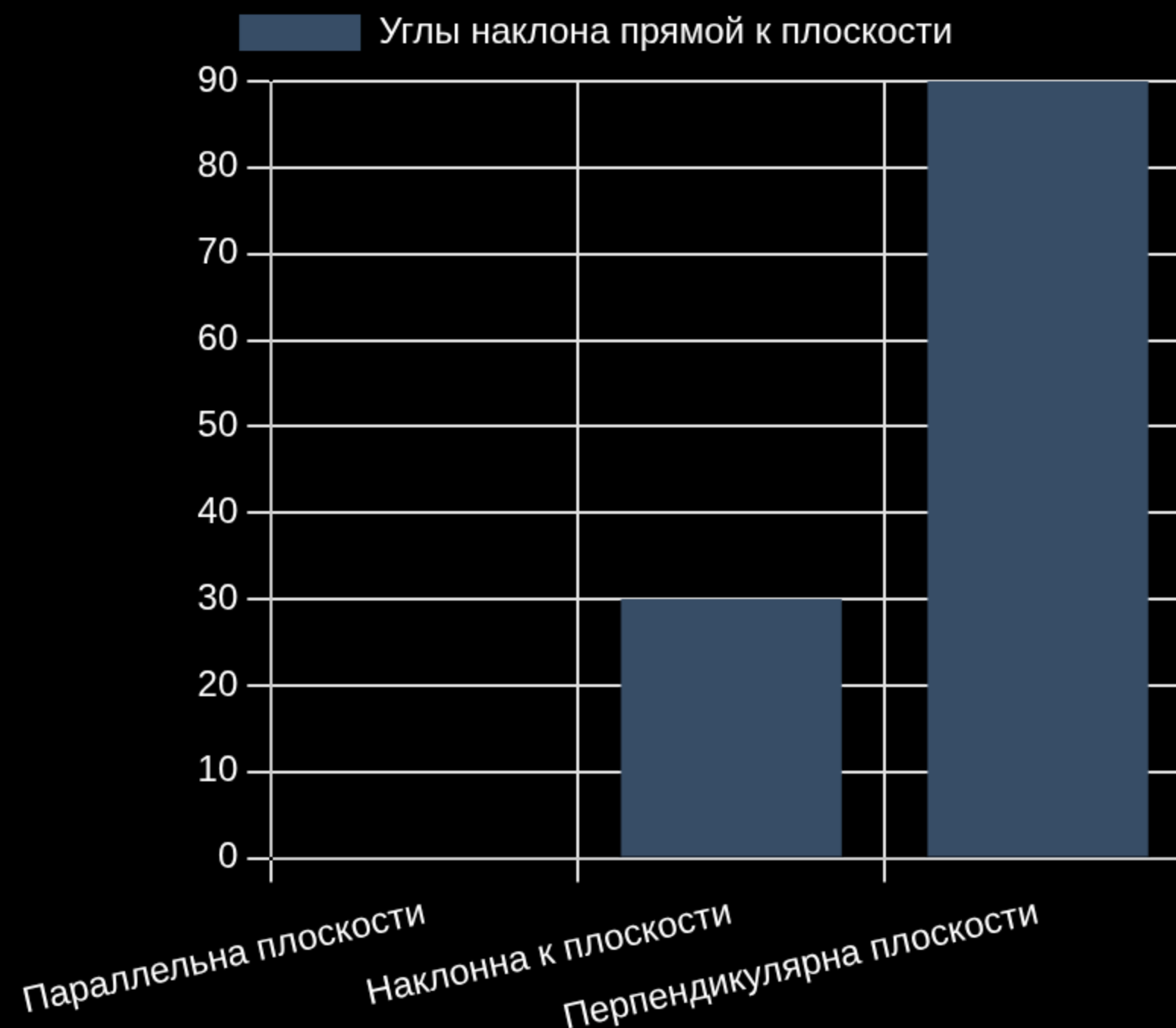
Если угол равен 90° , прямая перпендикулярна плоскости. Между этими случаями находятся наклонные прямые, образующие промежуточные углы.

Примеры углов наклона прямой к плоскости

Диаграмма показывает три характерных положения прямой, с которыми чаще всего работают в школьных задачах и на простых чертежах.

По мере увеличения угла прямая всё меньше напоминает параллельное положение и в пределе становится перпендикулярной плоскости.

Учебный материал по теме «Взаимное расположение прямых и плоскостей»



Две прямые в пространстве

01

Если две прямые имеют одну общую точку, они пересекаются. Такой случай легко увидеть на рисунках, где линии сходятся в одном месте и образуют угол.

02

Если прямые не имеют общих точек, нужно проверить, лежат ли они в одной плоскости. Тогда они параллельны; если не лежат, то скрещиваются.

Как различить два положения прямых

► Таблица помогает быстро сравнить основные случаи и запомнить, по каким признакам отличают пересечение, параллельность и скрещивание.

► Если общая точка есть, прямые пересекаются. Если точек нет, решающим становится вопрос, можно ли провести через них одну плоскость.

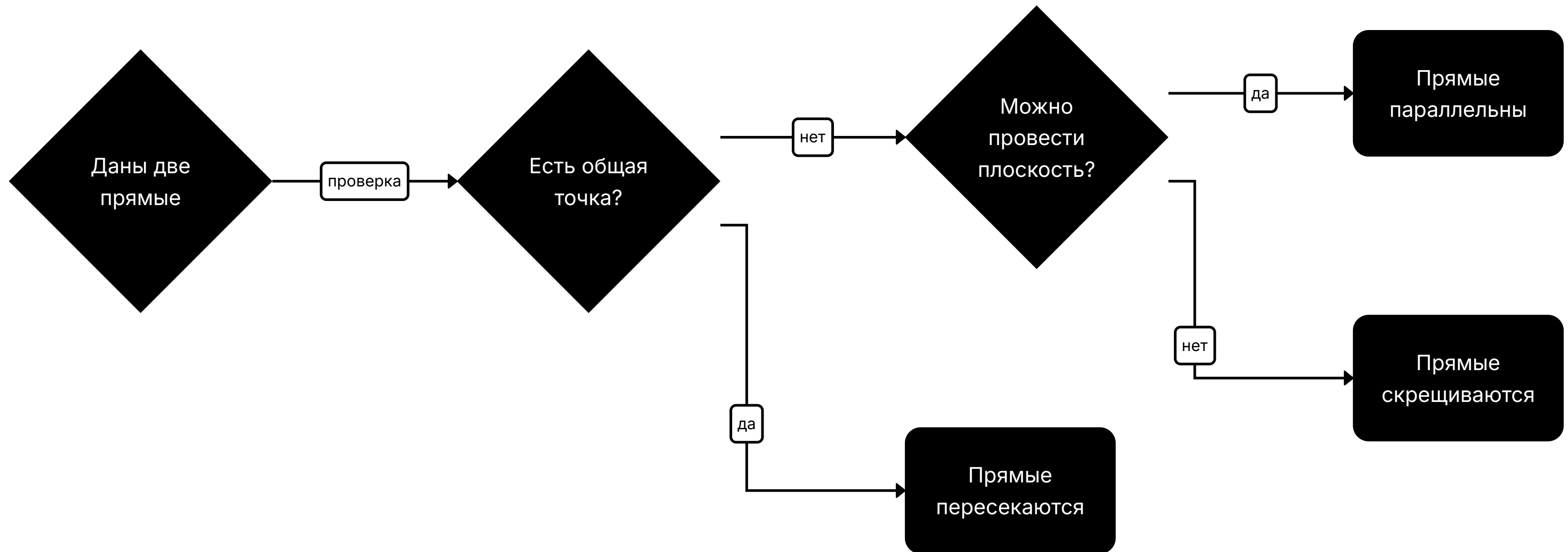
Случай	Общая точка	Одна плоскость	Пример
Пересекаются	1	Да	Две линии на рисунке
Параллельны	Нет	Да	Рельсы
Скрещиваются	Нет	Нет	Рёбра куба

Скрещивающиеся прямые

- Скрещивающиеся прямые не имеют общих точек и при этом не являются параллельными. Это значит, что они расположены в пространстве по-разному и не совпадают в одной плоскости.
- На плоском рисунке такие прямые часто приходится изображать с помощью условности, поэтому важно внимательно смотреть на модель или на грани объёмной фигуры.
- В кубе, коробке или прямоугольном параллелепипеде скрещивающимися могут быть рёбра, принадлежащие разным граням. Именно поэтому этот случай удобно изучать на пространственных моделях.

Проверка двух прямых в пространстве

Алгоритм основан на двух вопросах: есть ли общая точка и можно ли провести через прямые одну плоскость.



Примеры из окружающих предметов

Линии на полу

Разметка в классе или коридоре часто показывает параллельные прямые. Они идут на одинаковом расстоянии и помогают увидеть, как выглядит параллельность в реальной обстановке.

Книга и закладка

Край книги и полоска закладки могут пересекаться в одной точке. Такой пример удобно использовать, когда нужно объяснить смысл пересечения прямой и плоскости.

Стол и пол

Ножка стола и поверхность пола образуют перпендикулярное расположение. Здесь особенно хорошо видно, как прямая встречается плоскость под прямым углом.

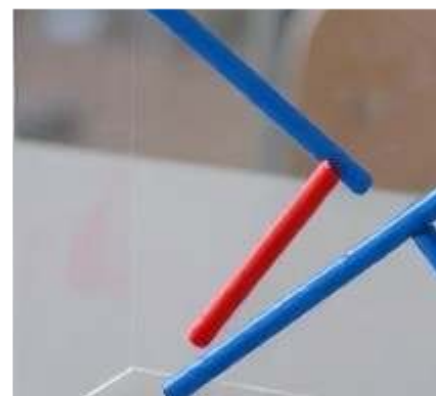
Коробка или куб

На коробке легко найти все три случая: параллельные рёбра, пересекающиеся рёбра и скрещивающиеся рёбра. Поэтому объёмные предметы особенно полезны для наблюдений.



Как не ошибиться на рисунке

На бумаге объёмная фигура всегда изображается условно, поэтому не стоит доверять только внешнему виду линий. Две прямые могут казаться пересекающимися, хотя в пространстве они скрещиваются.



Если прямая имеет лишь одну общую точку с плоскостью, она пересекает её. Чтобы не перепутать случаи, проверяйте количество общих точек и возможность расположения в одной плоскости.

Главное, что нужно запомнить

Прямая и плоскость могут быть расположены по-разному, а две прямые в пространстве — пересекаться, быть параллельными или скрещиваться. Эти идеи помогают уверенно читать чертежи и модели.