

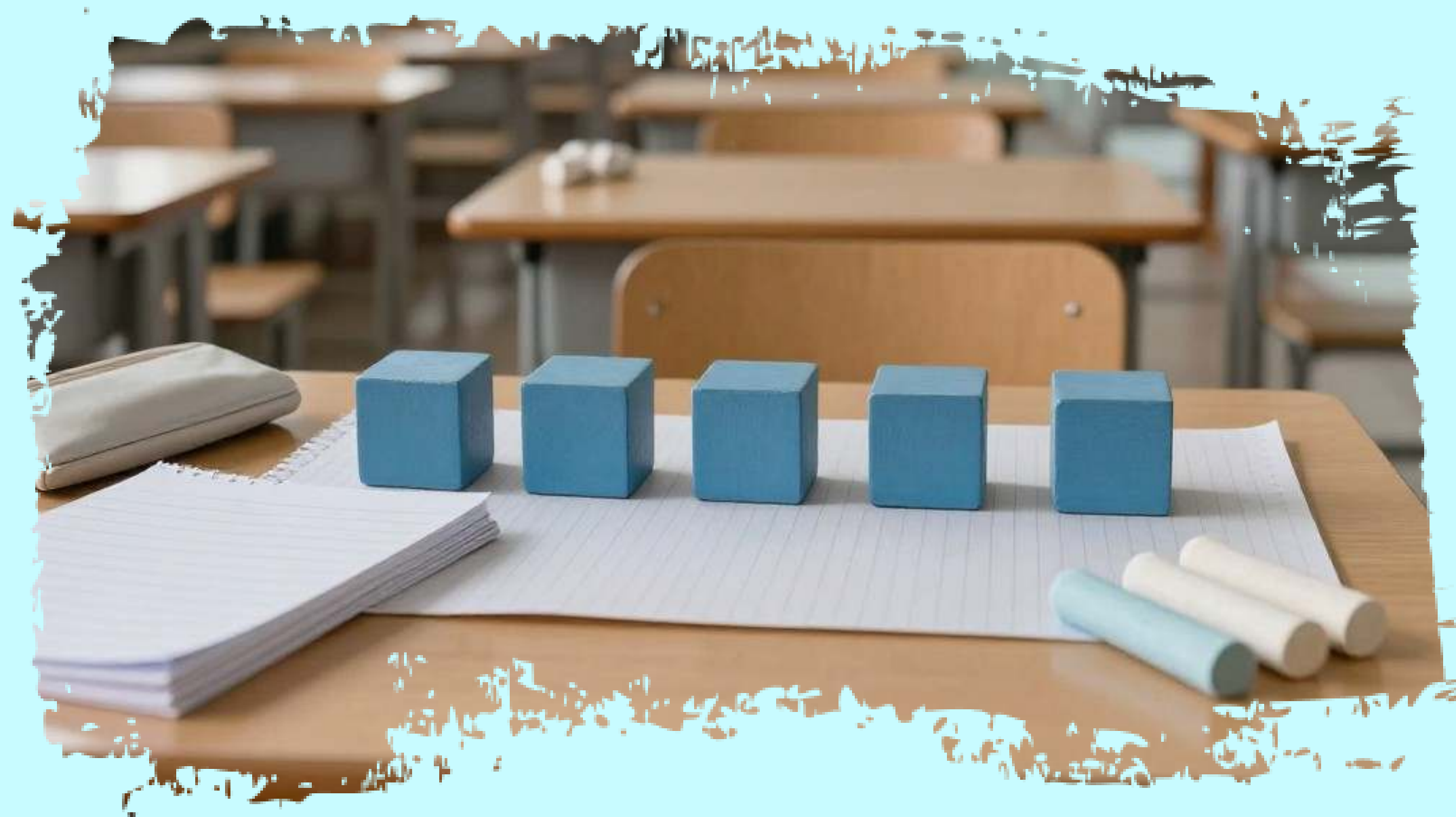
# Арифметическая прогрессия и формула общего члена

Последовательность  
с постоянным шагом  
и её формула.



# Зачем изучать арифметическую прогрессию в 9 классе

Она помогает описывать равномерные изменения: в рядах, накоплениях и нумерации. Формула общего члена позволяет сразу находить нужный элемент и уверенно проверять вычисления.



# Определение арифметической прогрессии

## Постоянная разность

Арифметическая прогрессия — это последовательность, в которой каждый следующий член отличается от предыдущего на одно и то же число. Это число называют разностью прогрессии.

## Обозначение разности

Разность обозначают буквой  $d$  и находят как разность соседних членов:  $d = a_{n+1} - a_n$ . Если разность одинакова на всём протяжении, последовательность считается арифметической.

## Возрастание и убывание

При  $d > 0$  члены последовательности увеличиваются, при  $d < 0$  — уменьшаются. Если  $d = 0$ , все члены равны, и прогрессия остаётся постоянной.

## Главный признак

Чтобы распознать арифметическую прогрессию, достаточно проверить несколько соседних разностей. Совпадение всех значений подтверждает одинаковый шаг и помогает отличить её от других последовательностей.

# Основные обозначения в теме

Короткая таблица помогает запомнить обозначения и понять, как связаны первый член, разность и номер элемента.

Если известны  $a_1$  и  $d$ , можно найти любой член последовательности по номеру.

Школьный курс алгебры, тема «Арифметическая прогрессия».

| Обозначение         | Смысл          |
|---------------------|----------------|
| $a_1$               | первый член    |
| $a_n$               | $n$ -й член    |
| $n$                 | номер члена    |
| $d$                 | разность       |
| $a_{n+1} = a_n + d$ | следующий член |

# Пример арифметической прогрессии

## Последовательность

Числа 3, 7, 11, 15, 19 образуют арифметическую прогрессию. Каждый следующий член получается прибавлением одного и того же числа, поэтому шаг здесь постоянный.

## Разность

Разность между соседними членами равна 4:  $7 - 3 = 4$ ,  $11 - 7 = 4$ ,  $15 - 11 = 4$ . Это подтверждает, что последовательность действительно арифметическая.

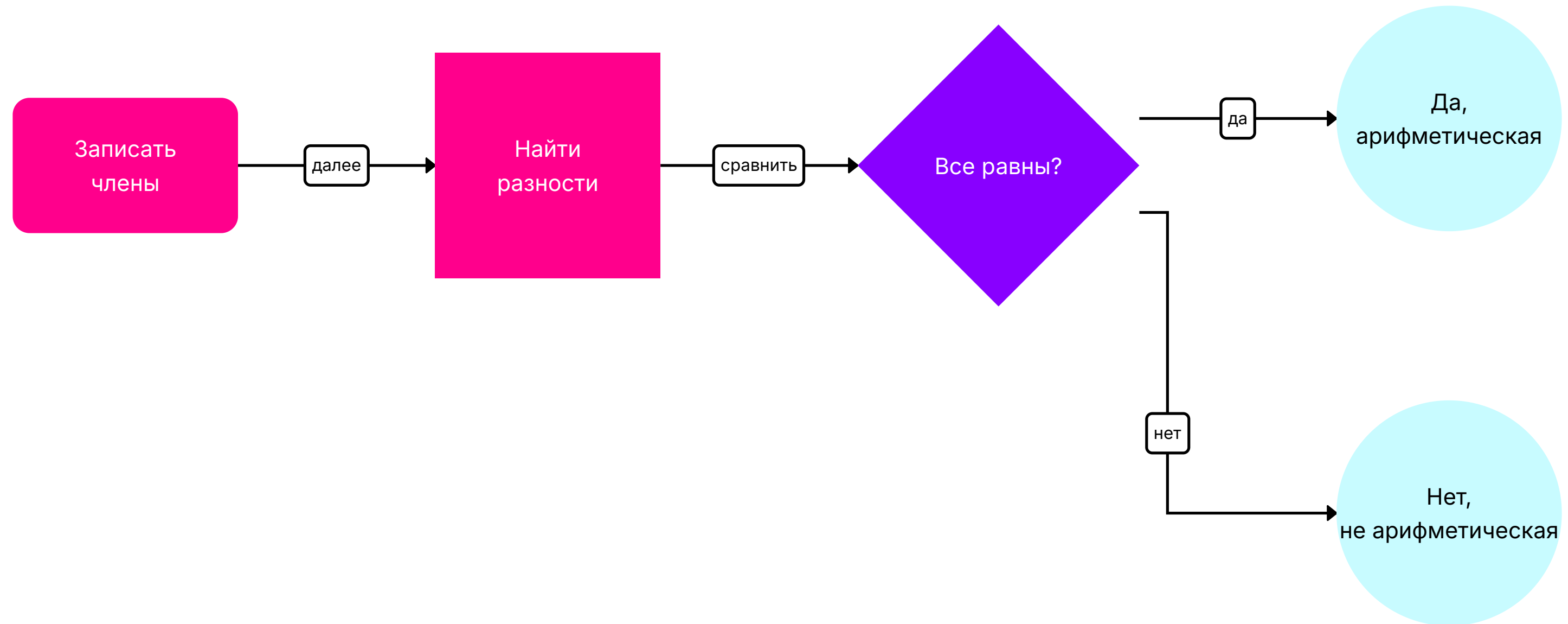
## Образ лестницы

Такую прогрессию удобно представлять как лестницу: каждый следующий уровень поднимается на одинаковую высоту. В этом примере первый член равен 3, а  $d = 4$ .



# Проверка последовательности на арифметическую

Схема показывает, как по соседним разностям определить тип последовательности.



# Формула общего члена

1

## Запись формулы

Общий член арифметической прогрессии находят по формуле  $a_n = a_1 + d(n-1)$ . Она связывает первый член, разность и номер нужного элемента последовательности.

2

## Что означает формула

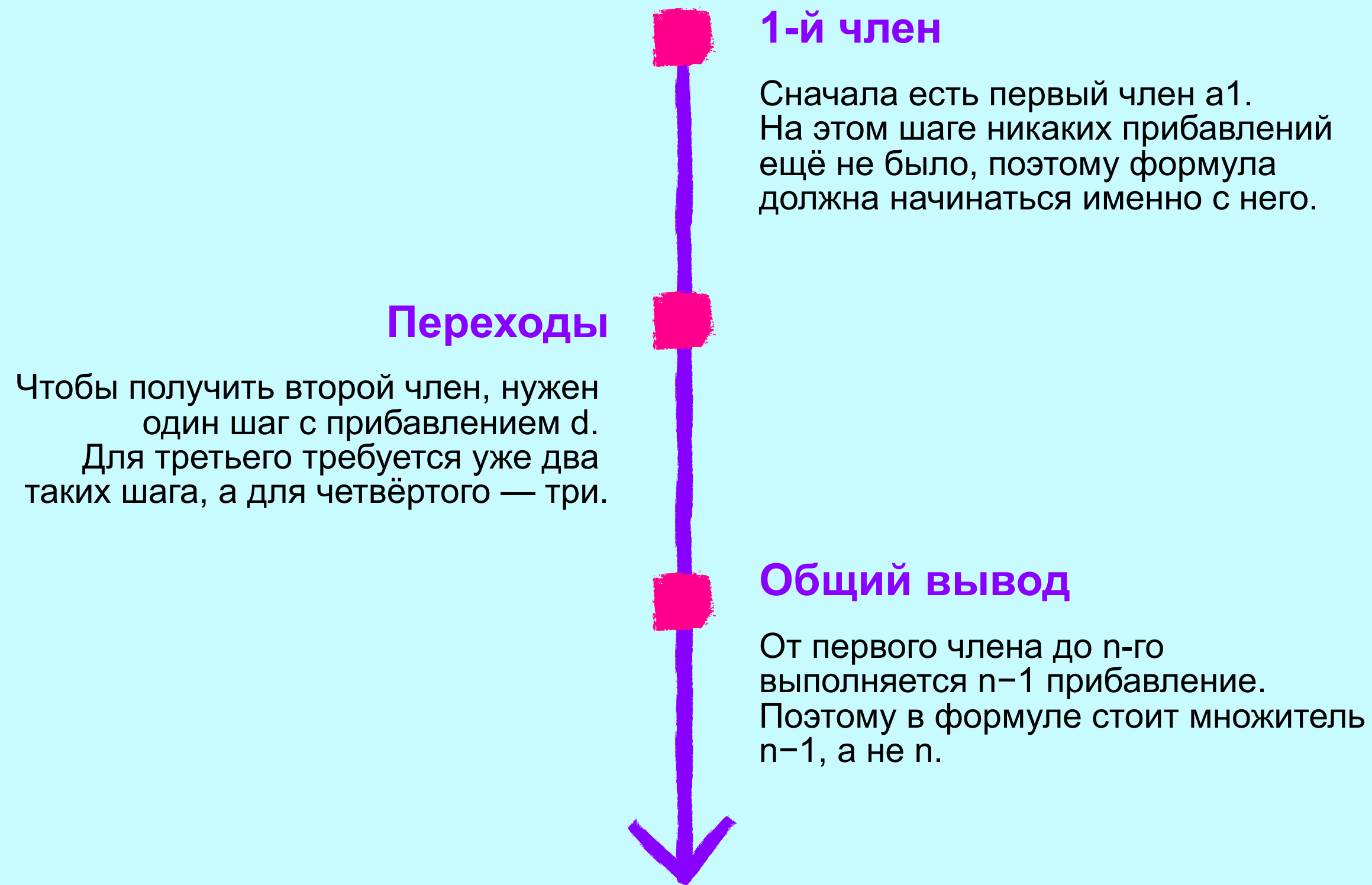
Формула показывает, сколько раз нужно прибавить разность к первому члену. Она подходит для любого натурального  $n$  и экономит время при вычислениях.

3

## Где применяется

С её помощью можно быстро находить любой член без выписывания всех предыдущих. Это особенно удобно в задачах, где последовательность длинная или значение нужно найти сразу.

# Почему в формуле стоит $n-1$



# Как меняются члены прогрессии при постоянной разности

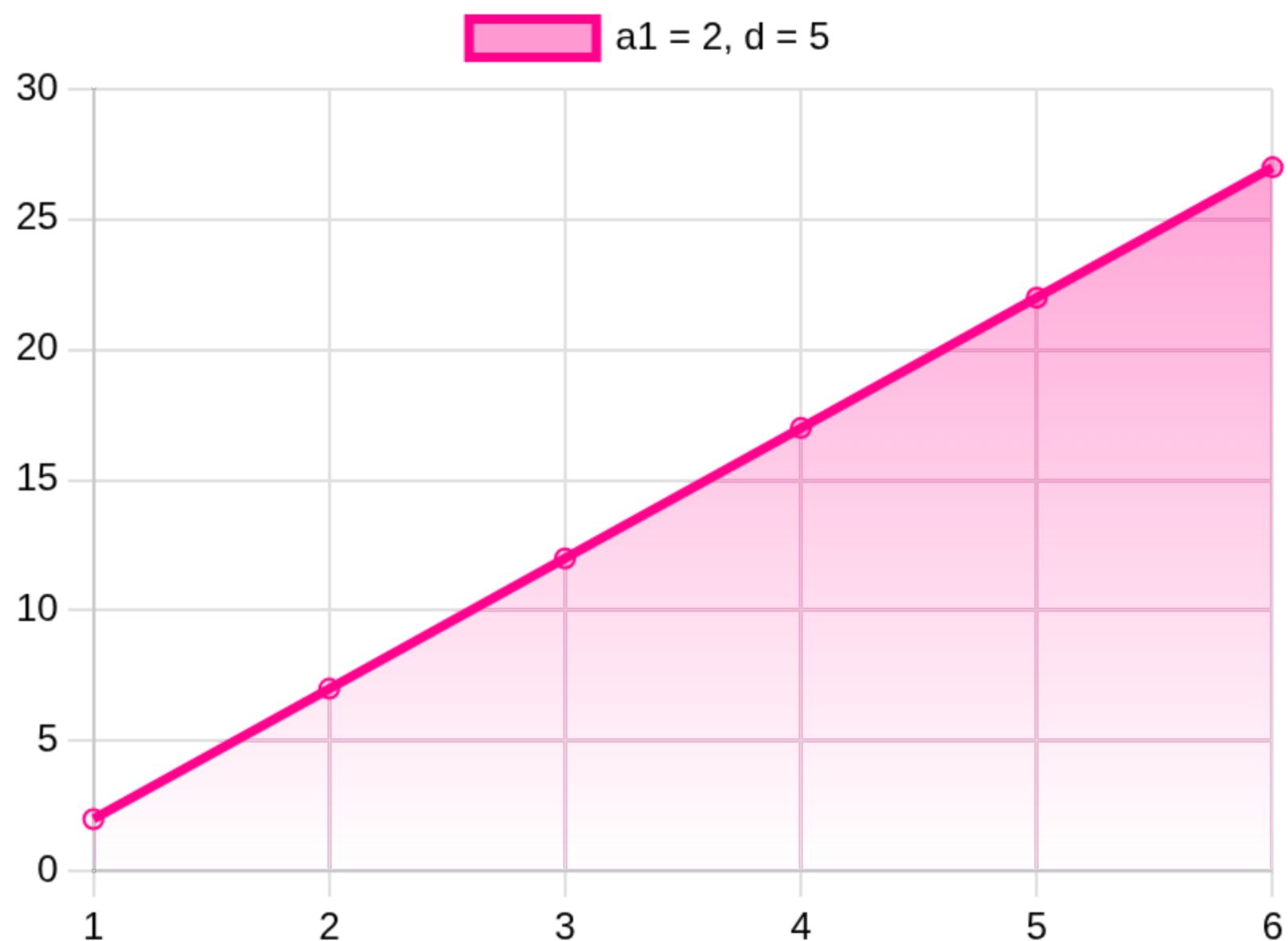


График показывает, что каждый новый член увеличивается на одинаковую величину, поэтому точки располагаются по линейному закону.

При постоянной разности рост последовательности предсказуем: номер члена напрямую определяет его значение.

Вычисления по формуле  $a_n = a_1 + d(n-1)$ , пример:  $a_1 = 2, d = 5, n = 1-6$ .

# Как найти любой член по формуле

1

## Шаг 1. Дано

Сначала выпиши первый член  $a_1$ , разность  $d$  и номер нужного члена  $n$ . Без этих данных формулу использовать нельзя.

2

## Шаг 2. Подстановка

Подставь значения в формулу  $a_n = a_1 + d(n-1)$ . Важно не перепутать  $n$  и  $n-1$ , иначе ответ получится неверным.

3

## Шаг 3. Вычисление

Например, при  $a_1 = 4$ ,  $d = 6$  и  $n = 5$  получаем  $a_5 = 4 + 6 \cdot 4 = 28$ . Считаем аккуратно по порядку действий.

4

## Шаг 4. Проверка

Проверь ответ последовательным прибавлением разности: 4, 10, 16, 22, 28. Если результат совпал, вычисление выполнено правильно.

# Как найти разность прогрессии

## Сравни соседние члены

Чтобы найти разность, вычти из второго члена первый или из третьего второй. Главное — брать именно соседние элементы одной последовательности и сохранить знак результата.

## Примеры для проверки

В ряду 10, 15, 20, 25 разность равна 5. В ряду 18, 14, 10, 6 разность равна  $-4$ , поэтому последовательность убывает с каждым шагом.

## Проверь постоянство

Если полученные разности одинаковы, последовательность подходит под определение арифметической прогрессии. Когда значения различаются, это уже другая последовательность, и формулу использовать нельзя.

# Примеры вычислений по формуле общего члена

В таблице показано, как по формуле  $a_n = a_1 + d(n-1)$  найти нужный член арифметической прогрессии по заданным данным.

Во всех примерах сначала подставляют  $a_1$ ,  $d$  и  $n$ , а затем считают по одному и тому же правилу. Это делает поиск любого члена последовательности быстрым и удобным.

Вычисления по формуле общего члена арифметической прогрессии.

| a1 | d  | n | an |
|----|----|---|----|
| 3  | 2  | 7 | 15 |
| 20 | -3 | 4 | 11 |
| 1  | 10 | 6 | 51 |

# Частые ошибки при решении задач

## Путают $n$ и $n-1$

Часто вместо  $n-1$  подставляют просто  $n$ , из-за чего ответ становится неверным. Нужно помнить: от первого члена до нужного номера считается число шагов, а не сам номер.

## Смешивают $a_1$ и $a_n$

Ещё одна ошибка — принимать искомый член за первый или наоборот. Перед вычислением полезно отдельно записать, что именно известно, а что требуется найти по условию задачи.

## Не делают проверку

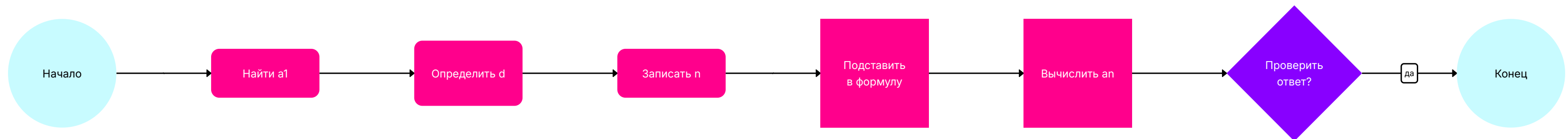
После вычисления стоит проверить ответ последовательным прибавлением разности. Такая проверка помогает заметить ошибку в знаке, в подстановке или в арифметическом счёте.



number of steps

# Алгоритм нахождения общего члена

Последовательность действий при решении задач на арифметическую прогрессию.



# Особые случаи разности

## Когда $d = 0$

Если разность равна нулю, каждый следующий член не меняется. Тогда вся последовательность состоит из одинаковых чисел, и формула общего члена сохраняет тот же вид.

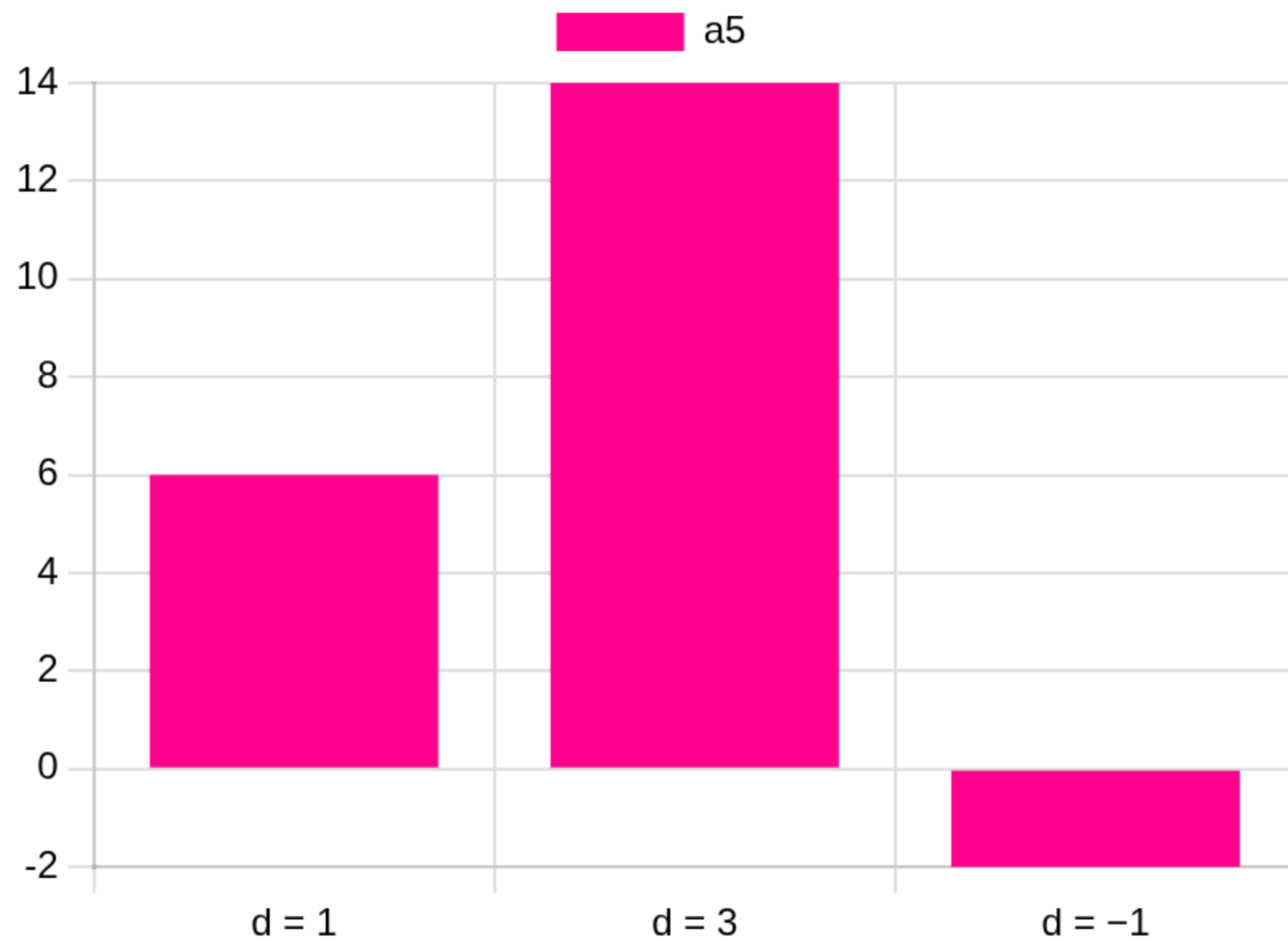
## Когда $d$ отрицательна

При отрицательной разности каждый новый член становится меньше предыдущего. Такая прогрессия убывает, но порядок вычислений остаётся прежним: важно только не потерять знак числа.

## Формула не меняется

Для любых значений  $d$  используется одна и та же запись  $a_n = a_1 + d(n-1)$ . Меняется только характер последовательности: постоянный, возрастающий или убывающий.

# Сравнение трёх прогрессий



Во всех трёх случаях первый член одинаковый, поэтому различие результата связано только с разностью прогрессии и числом шагов до пятого члена.

Чем больше положительная разность, тем быстрее растёт последовательность; отрицательная разность, наоборот, уменьшает значения. На результат сильнее всего влияет знак и величина  $d$ .

Расчёт по формуле  $a_n = a_1 + d(n-1)$ :  $a_1 = 2$ ,  $n = 5$ .

# Примеры из реальной жизни

## Ряды мест

Нумерация кресел в ряду обычно идёт с одинаковым шагом: 1, 2, 3, 4... Это удобно для поиска места, потому что номер следующего места предсказуем.

## Счёт с прибавкой

Если к сумме регулярно добавляют одну и ту же величину, получается арифметическая прогрессия. Так можно описывать накопление денег, бонусов или баллов за несколько шагов.

## Ступени и этажи

Лестницы и этажи здания тоже можно представить как последовательность с постоянной разностью. Каждый новый уровень отличается от предыдущего на одно и то же число ступеней.

## Измерения и даты

В задачах с равномерным увеличением расстояния, времени или других величин тоже возникает такая последовательность. Общий признак один: изменение происходит одинаково на каждом шаге.



3

показывает разность первой последовательности и помогает быстро найти её следующий член по формуле.

Последовательность 6, 9, 12, 15 растёт равномерно, поэтому значение разности сразу подсказывает правило перехода к следующим членам.

Мини-практика по теме «Арифметическая прогрессия».

# Что нужно запомнить по теме

Краткое повторение основных обозначений и формулы помогает быстро решать задачи на арифметическую прогрессию и проверять себя без лишних вычислений.

Если известны  $a_1$ ,  $d$  и  $n$ , можно найти любой член прогрессии. Проверка по соседним разностям помогает убедиться, что последовательность записана верно.

Школьный курс алгебры, 9 класс.

| Обозначение | Смысл       | Формула/признак           |
|-------------|-------------|---------------------------|
| $a_1$       | первый член | задан в начале            |
| $d$         | разность    | соседние члены отличаются |
| $n$         | номер члена | натуральное число         |
| $a_n$       | $n$ -й член | $a_n = a_1 + d(n-1)$      |

## Главная идея темы

Арифметическая прогрессия показывает, как числа меняются с постоянным шагом. Если уверенно пользоваться формулой  $a_n = a_1 + d(n-1)$ , можно быстро решать задачи и проверять ответы.