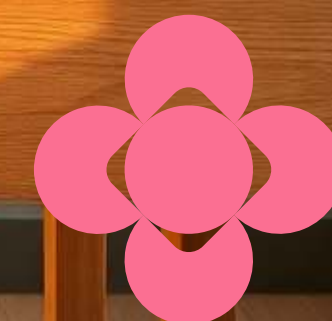
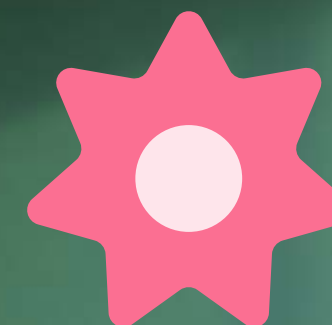




Степень с рациональным показателем: от корней к единой записи

Корни и дробные степени: одна
идея, две записи.



Почему это важно в 9 классе

Эта тема помогает короче записывать корни, быстрее упрощать выражения и уверенно работать с формулами. Она пригодится в уравнениях, сравнениях значений и дальнейшем изучении степенных функций.



2



Что такое рациональный показатель степени

3

01

Запись дробью

Рациональный показатель имеет вид m/n , где m — целое число, а n — натуральное. Такая запись показывает не одно действие, а два связанных шага при вычислении степени.

02

Порядок действий

Сначала находят n -й корень из основания, затем полученный результат возводят в степень m . Именно поэтому числитель и знаменатель в показателе выполняют разные роли.

03

Короткая форма

Запись $a^{(m/n)}$ заменяет длинные выражения с корнями и степенями. Она делает вычисления компактнее и помогает быстрее преобразовывать выражения в задачах 9 класса.

Связь дробных показателей и корней

4

Сопоставим дробные показатели с привычными корнями и посмотрим, как меняется условие для основания.

Запись	Смысл	Условие
$a^{(1/2)}$	$\sqrt{a}$	$a \geq 0$
$a^{(1/3)}$	$\sqrt[3]{a}$	любое a

Дробный показатель не вводит новую операцию: он объединяет извлечение корня и возведение в степень в одной записи.

Определение степени с рациональным показателем и свойства корней из школьного курса алгебры

Геометрический смысл корня и степени

5



Квадрат и его сторона

Если известна площадь квадрата, можно найти длину его стороны с помощью квадратного корня. Это число должно при возведении в квадрат снова дать исходную площадь. Такой смысл легко связывает формулу с измерением длины и площади.



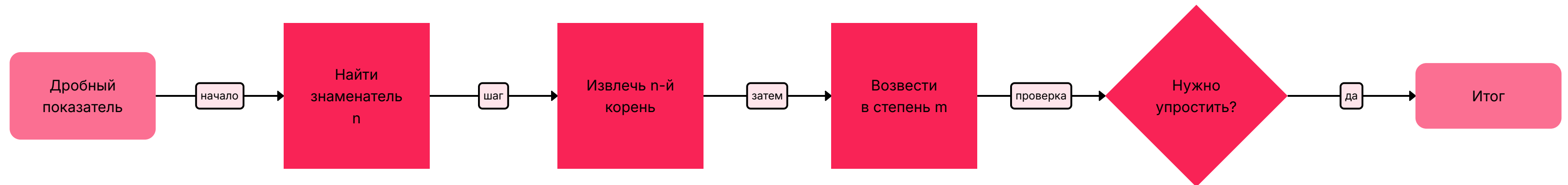
Куб и его ребро

Для куба работает похожая идея: по объёму находят длину ребра с помощью кубического корня. Это число при возведении в куб возвращает заданный объём. На таких примерах хорошо видно, как алгебра описывает реальные измерения.

Как читать степень с дробным показателем

6

Схема показывает последовательность действий при вычислении и преобразовании записей.





2

действия объединяет одна запись
степени и корня



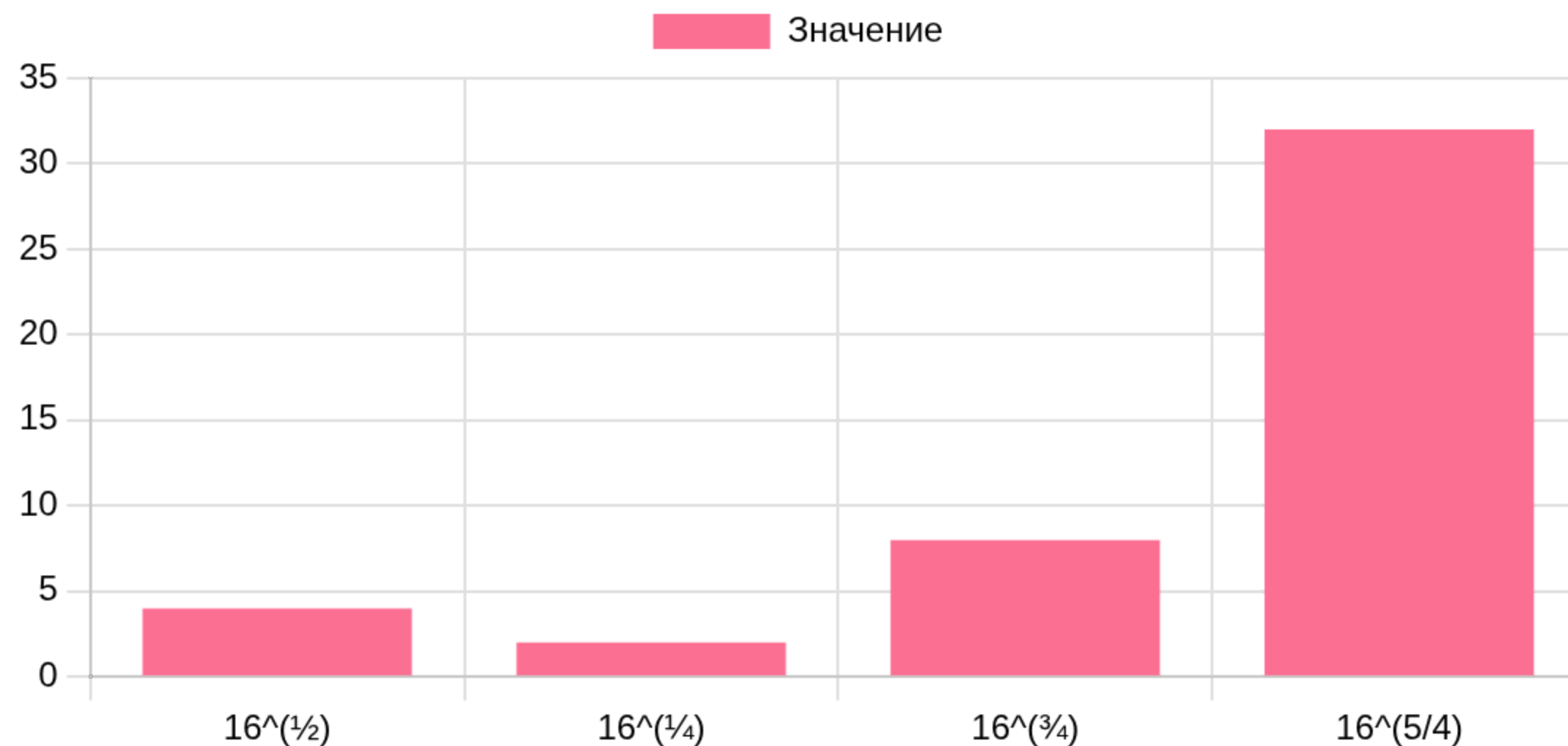
Степень с рациональным показателем
связывает извлечение корня и возведение
в степень в одной формуле.

Определение из школьного курса алгебры

Как меняется значение при разных дробных показателях

8

При одном и том же основании дробный показатель может давать очень разные результаты: всё зависит от размера дроби и её числителя.



Чем больше знаменатель, тем сильнее извлекается корень; увеличение числителя затем снова повышает значение.

Вычисления по правилам степеней с рациональными показателями

Свойства степеней с рациональными показателями

9



Сложение показателей

При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складываются. Это позволяет объединять выражения и сокращать запись без перехода к корням.



Вычитание показателей

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются. Такой приём удобен, когда нужно упростить дробь или сравнить похожие выражения.



Степень степени

Если степень возводят в степень, показатели перемножаются. Это правило помогает быстро преобразовывать выражения, где корень и степень встречаются вместе.



Одно основание

Все свойства работают только при одной и той же основе. Если основания разные, сначала нужно привести выражение к удобному виду, а уже потом применять правила.

Примеры вычислений по шагам

10

01

$$27^{(2/3)}$$

Сначала находим кубический корень из 27: получаем 3. Затем возводим 3 во вторую степень и получаем 9. Дробный показатель делает вычисление коротким и понятным.

02

$$81^{(1/2)}$$

Квадратный корень из 81 равен 9. В этом примере показатель показывает только извлечение корня, поэтому ответ получается сразу, без дополнительных действий.

03

$$32^{(3/5)}$$

Сначала извлекаем пятый корень: $\sqrt[5]{32} = 2$. Потом возводим результат в третью степень и получаем 8. Такой способ помогает не потеряться в длинной записи.



Типичные ошибки при работе с дробными показателями

Ошибка	Как правильно
$16^{(1/4)}=4$	$16^{(1/4)}=2$
$(a+b)^{(1/2)}$	$\neq a^{(1/2)}+b^{(1/2)}$
$a^{(m/n)}$	не равно a^m/n

Сравнение неверных и правильных записей помогает сразу увидеть, где чаще всего ошибаются при работе со степенями и корнями.

Показатель относится ко всему основанию, а свойства степеней нельзя переносить на сумму или деление внутри записи.

Правила степеней и корней из школьного курса алгебры

Область допустимых значений

12



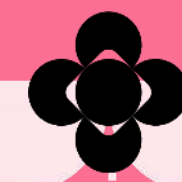
Чётный знаменатель

Если знаменатель дробного показателя чётный, основание должно быть неотрицательным. Иначе чётный корень в действительных числах не существует.



Нечётный знаменатель

При нечётном знаменателе корень может быть найден и для отрицательного основания. Например, $\sqrt[3]{-8} = -2$.



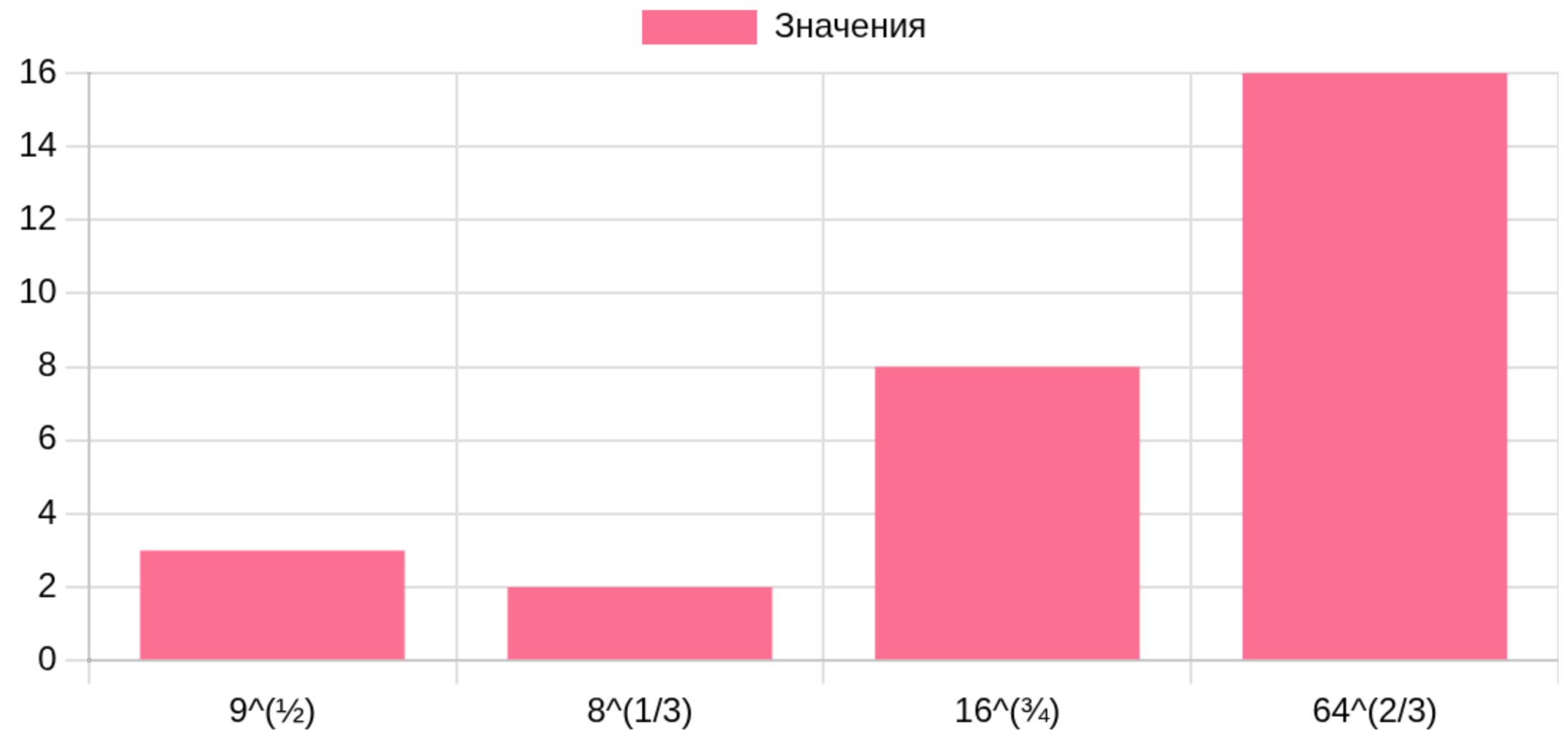
Отрицательный показатель

Для $a^{(-m/n)}$ основание не должно быть нулём, потому что появляется дробь с делением на $a^{(m/n)}$.

Сравнение знакомых значений степеней

13

Во всех примерах одно выражение превращается в короткий ответ: сначала извлекается корень, затем выполняется возведение в степень.



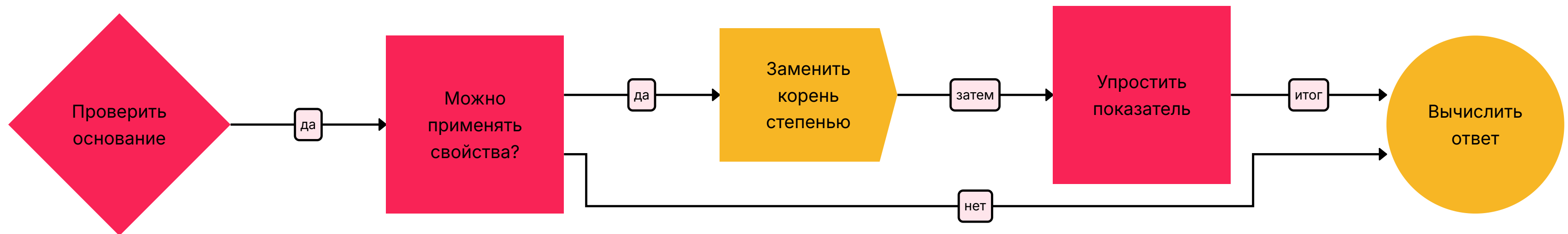
Дробный показатель объединяет два действия, поэтому одинаковая основа может давать заметно разные результаты.

Вычисления по правилам степеней с рациональными показателями, школьный курс алгебры

Как упрощать выражения со степенями

14

Последовательность действий при преобразовании выражений с рациональными показателями.



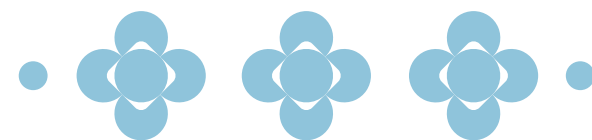
Переход от корней к степеням в записях

15



Короткая запись

Степенная форма заменяет длинные коренные выражения и делает запись компактнее. Это удобно, когда нужно быстро сравнить несколько выражений с одним основанием.



Единые правила

После перехода к показателю m/n действуют знакомые свойства степеней. Благодаря этому проще раскрывать формулы, сокращать записи и не терять порядок действий.



Для задач 9 класса

При решении уравнений и преобразовании выражений важно сводить разные записи к одному виду. Тогда легче увидеть одинаковые основания и выполнить вычисления без лишних шагов.

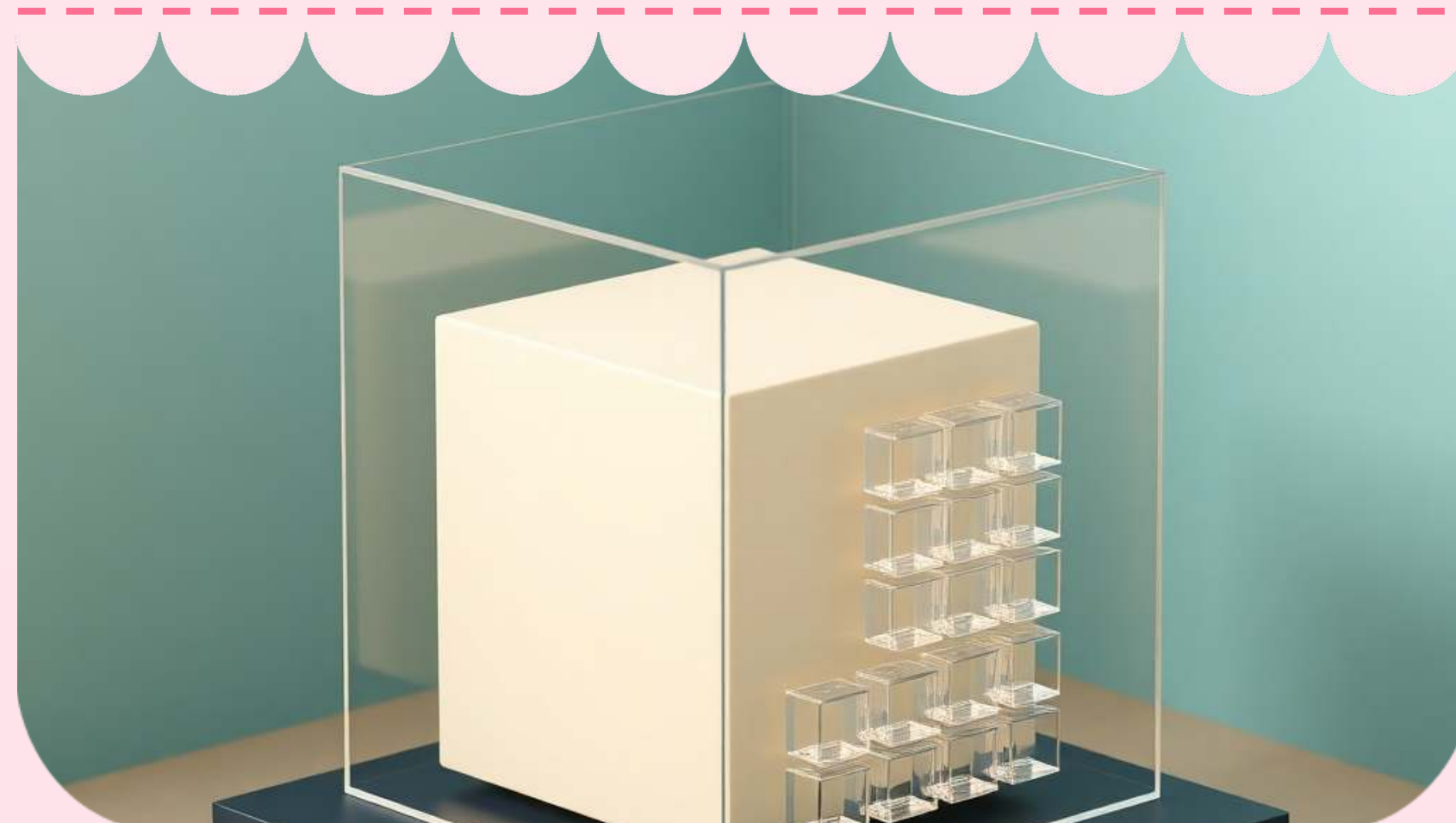
Рациональные показатели в реальных задачах

16



Площадь известна — сторона найдена

Если известна площадь квадрата, сторону можно найти с помощью квадратного корня. Такая запись появляется в задачах на измерения, где нужно перейти от площади к длине. На рисунке это удобно показать линейкой и квадратом.



Объём превращается в ребро

Для куба действует похожая идея: по объёму находят ребро через кубический корень. Это помогает связывать формулы с наглядной моделью куба и показывает, как дробные показатели описывают реальные размеры.

Какие дробные показатели встречаются чаще всего

17

Самые привычные записи связаны с квадратным и кубическим корнями, поэтому они чаще всего узнаются без дополнительных преобразований.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}$ Отрицательные

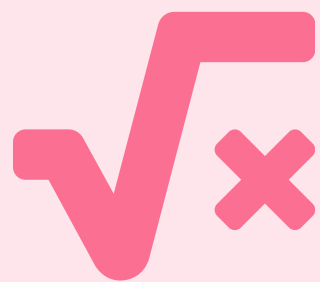


Базовые дроби встречаются чаще остальных, а более сложные формы строятся на тех же правилах.

Обобщение типичных школьных примеров по теме степеней с рациональными показателями

Связь темы с дальнейшим изучением алгебры

18



Преобразование выражений

Степени с рациональным показателем помогают переводить корни в удобную форму и обратно, чтобы упростить сложные записи и сократить число вычислений.



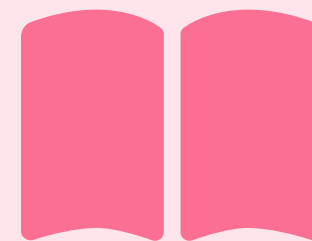
Уравнения и неравенства

Такие записи часто появляются в задачах, где нужно сравнить значения или найти неизвестное число. Владение формулами делает преобразования более уверенными.



Степенные функции

Рациональные показатели подводят к изучению степенных функций и их свойств. Это важный шаг к более сложным графикам и зависимостям.



Подготовка к старшей школе

Понимание темы облегчает переход к новым формулам и преобразованиям в алгебре старших классов, где дробные показатели используются ещё чаще.

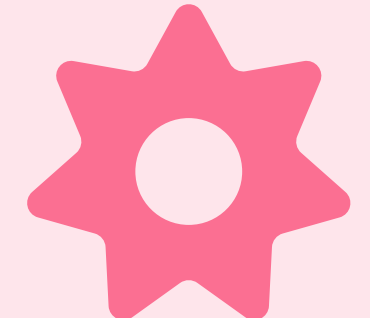
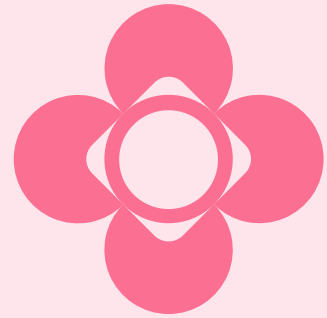
Памятка основных формул

Эта таблица собирает самые нужные записи в одной схеме, чтобы их было проще запомнить и быстро применять при вычислениях.

Формула	Смысл
$a^{(1/n)} = \sqrt[n]{a}$	корень
$a^{(m/n)} = (\sqrt[n]{a})^m$	корень и степень
$a^{(-m/n)} = 1/a^{(m/n)}$	обратное число
$(a^x)^y = a^{(xy)}$	степень степени
$a^x \cdot a^y = a^{(x+y)}$	умножение степеней

Дробный показатель соединяет извлечение корня, возведение в степень и переход к обратному числу; для большинства формул требуется $a > 0$.

Основные свойства степеней и корней, школьный курс алгебры



Что важно запомнить о рациональных показателях

Степень с рациональным показателем объединяет корни и степени в одной записи. Если помнить формулу $a^{(m/n)} = (\sqrt[n]{a})^m$ и проверять область допустимых значений, вычисления становятся проще и надёжнее.

