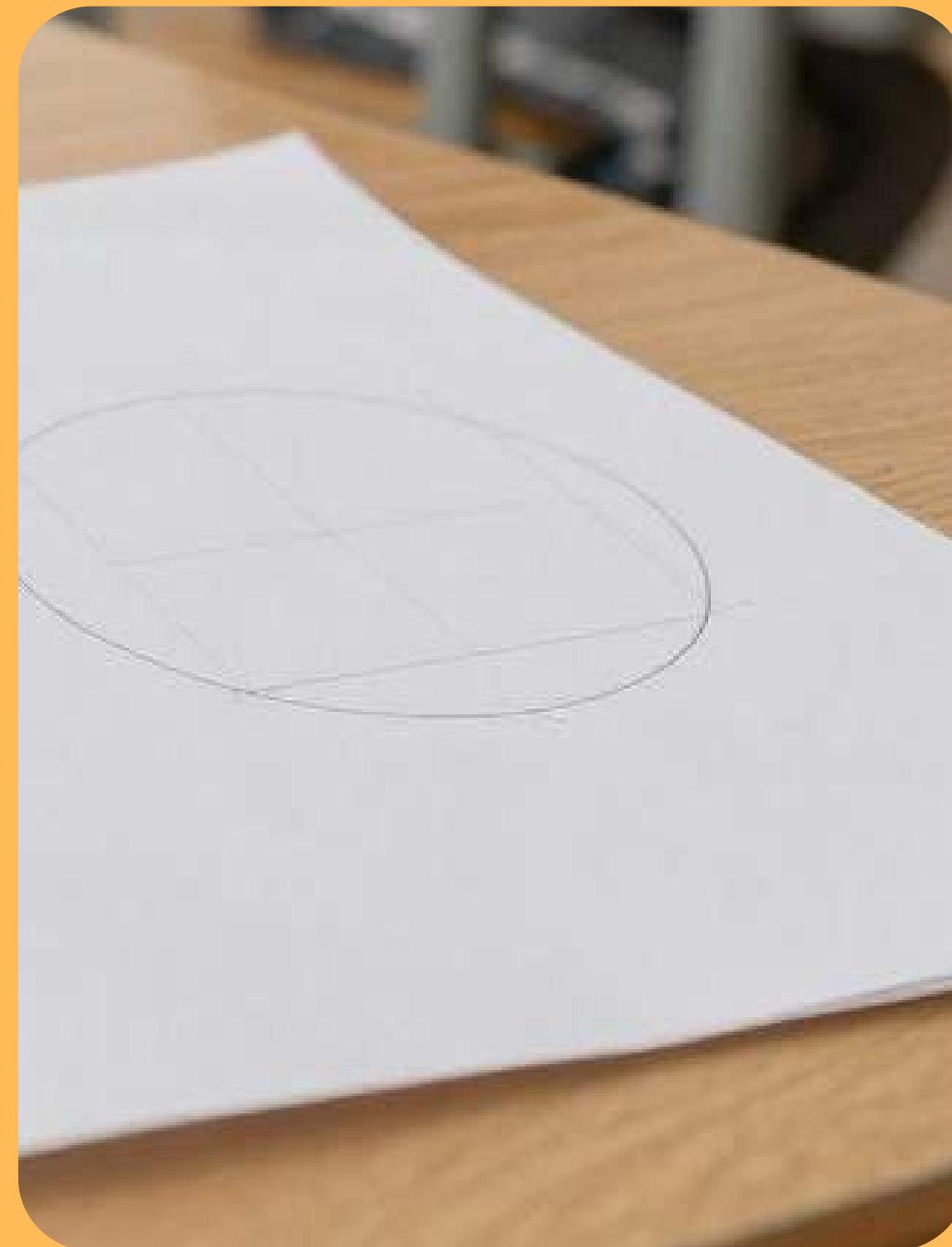




Построение трёх правильных многоугольников. Вопросы и задачи

Правильные фигуры строятся циркулем и линейкой: от окружности к треугольнику, квадрату и шестиугольнику.



Где встречаются правильные многоугольники

Правильные многоугольники можно увидеть в мозаиках, плитке и узорах, а также в форме некоторых дорожных знаков и архитектурных элементов. В геометрии 8 класса они помогают научиться строить и измерять углы, используя окружность.



Признаки правильного многоугольника

.1

У правильного многоугольника все стороны равны, а все внутренние углы одинаковые. Поэтому любая его «часть» выглядит так же, как и остальные: фигура получается строгой и однородной.

.2

Вершины правильного многоугольника лежат на одной окружности. Есть центр, который находится на одинаковом расстоянии от всех вершин, поэтому радиус связан с построением каждой стороны.

.3

Такие фигуры обладают осевой и поворотной симметрией. Эта симметрия делает их удобными для проверок: по построенной окружности легко контролировать и форму, и равенство отрезков.

Три фигуры и их основные свойства

Сравним равносторонний треугольник, квадрат и правильный шестиугольник по числу вершин, величине угла и сумме внутренних углов.

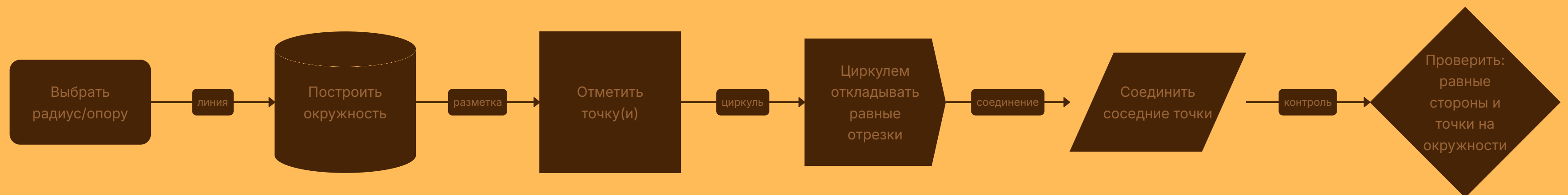
По мере увеличения числа сторон внутренний угол растёт, а форма становится «ближе» к окружности.

Школьный курс геометрии

Фигура	Сторон и вершин	Внутренний угол	Сумма внутренних углов
Равносторонний треугольник	3	60°	180°
Квадрат	4	90°	360°
Правильный шестиугольник	6	120°	720°

Общий алгоритм построения

Последовательность основана на работе с окружностью, равными отрезками и проверкой по результату.



Равносторонний треугольник в окружности

.1

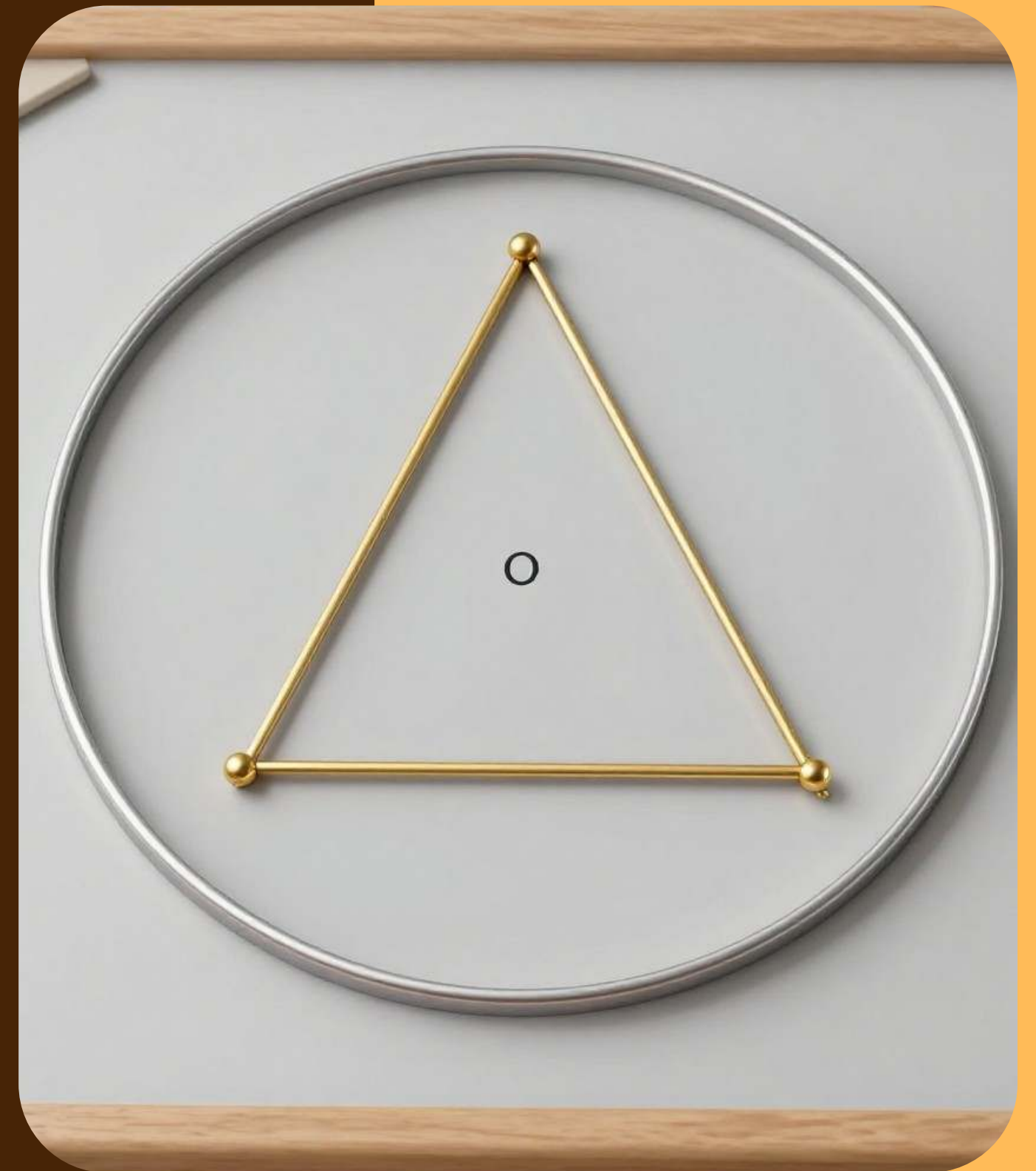
Смысл построения через хорду

Равносторонний треугольник удобно строить на окружности с центром O . Если сторона треугольника равна радиусу, то она совпадает с длиной хорды, которая «вмещается» в окружность при нужном шаге.

.2

Почему получаются равные стороны и углы

При последовательном откладывании этой хорды по окружности отмечаются три вершины. Соединяя их, получаем треугольник: все его стороны равны радиусу, а каждый внутренний угол равен 60° . Сумма углов составляет 180° .



Пошаговое построение треугольника

.1

Сначала проведите окружность заданного радиуса. Затем на ней поставьте точку А — это будет первая вершина треугольника. Удобно выбирать точку ближе к центру листа, чтобы хватило места для построений.

.2

Не меняя раствор циркуля, отметьте на окружности точку В. После этого тем же раствором циркуля отметьте точку С, двигаясь по окружности так, чтобы отрезки были равными. Получатся три вершины на одной окружности.

.3

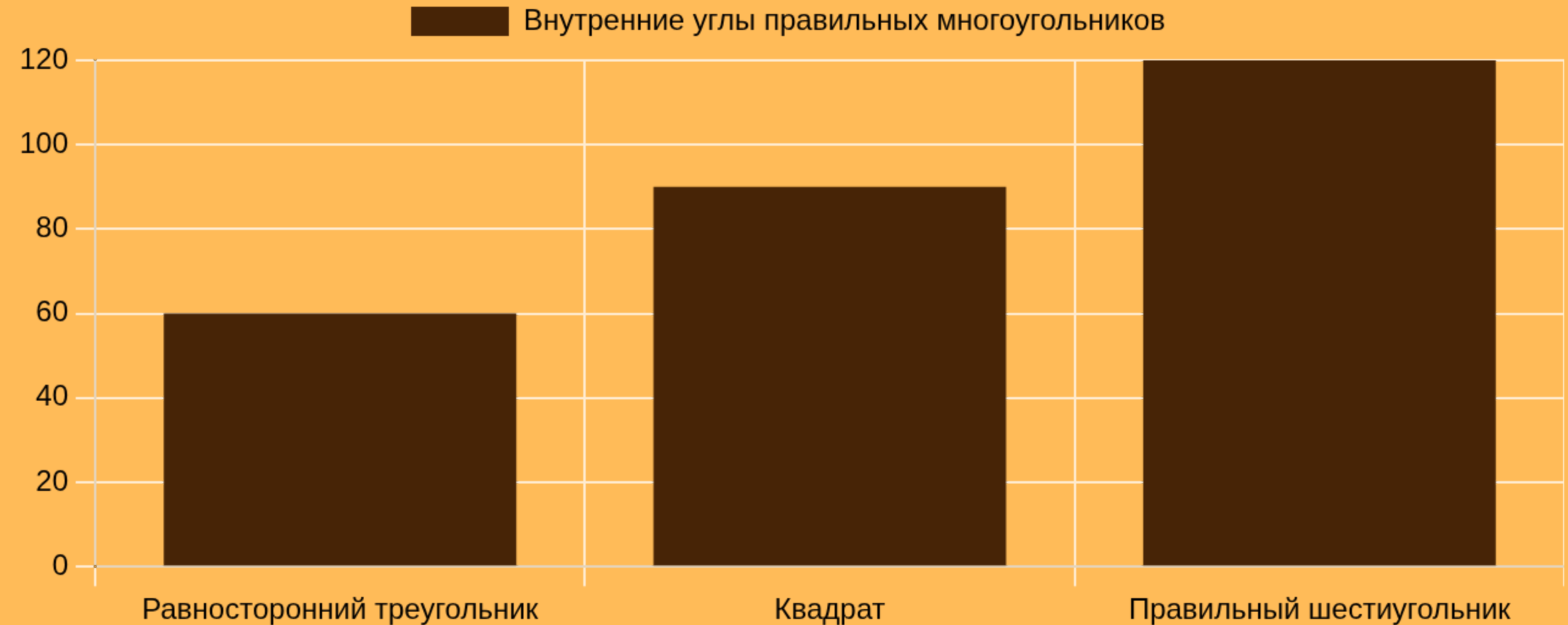
Соедините точки А, В и С. Получившаяся фигура — равносторонний треугольник. Проверка показывает: каждая сторона равна радиусу окружности, а вершины лежат на построенной окружности.

Углы трёх правильных фигур

Так как угол увеличивается от 60° к 120° , правильная фигура «раскрывается» сильнее и лучше заполняет плоскость вместе с другими одинаковыми фигурами.

Диаграмма показывает закономерность: рост числа сторон приводит к увеличению внутреннего угла и к более гладкому приближению к окружности.

Данные: школьный курс геометрии (внутренние углы правильных многоугольников)



Квадрат как правильный четырёхугольник

.1

Квадрат — правильный четырёхугольник, потому что у него все стороны равны, а все углы прямые. Это означает, что каждая «клеточка» квадрата имеет одинаковые размеры по всем направлениям.

.2

Противоположные стороны квадрата параллельны, поэтому фигура сохраняет форму при сдвиге. Его диагонали равны и пересекаются под прямым углом, что удобно использовать при проверках на рисунке.

.3

Каждый внутренний угол квадрата равен 90° , а сумма всех внутренних углов — 360° . Эти свойства связаны со строгой симметрией квадрата и помогают уверенно контролировать построение.

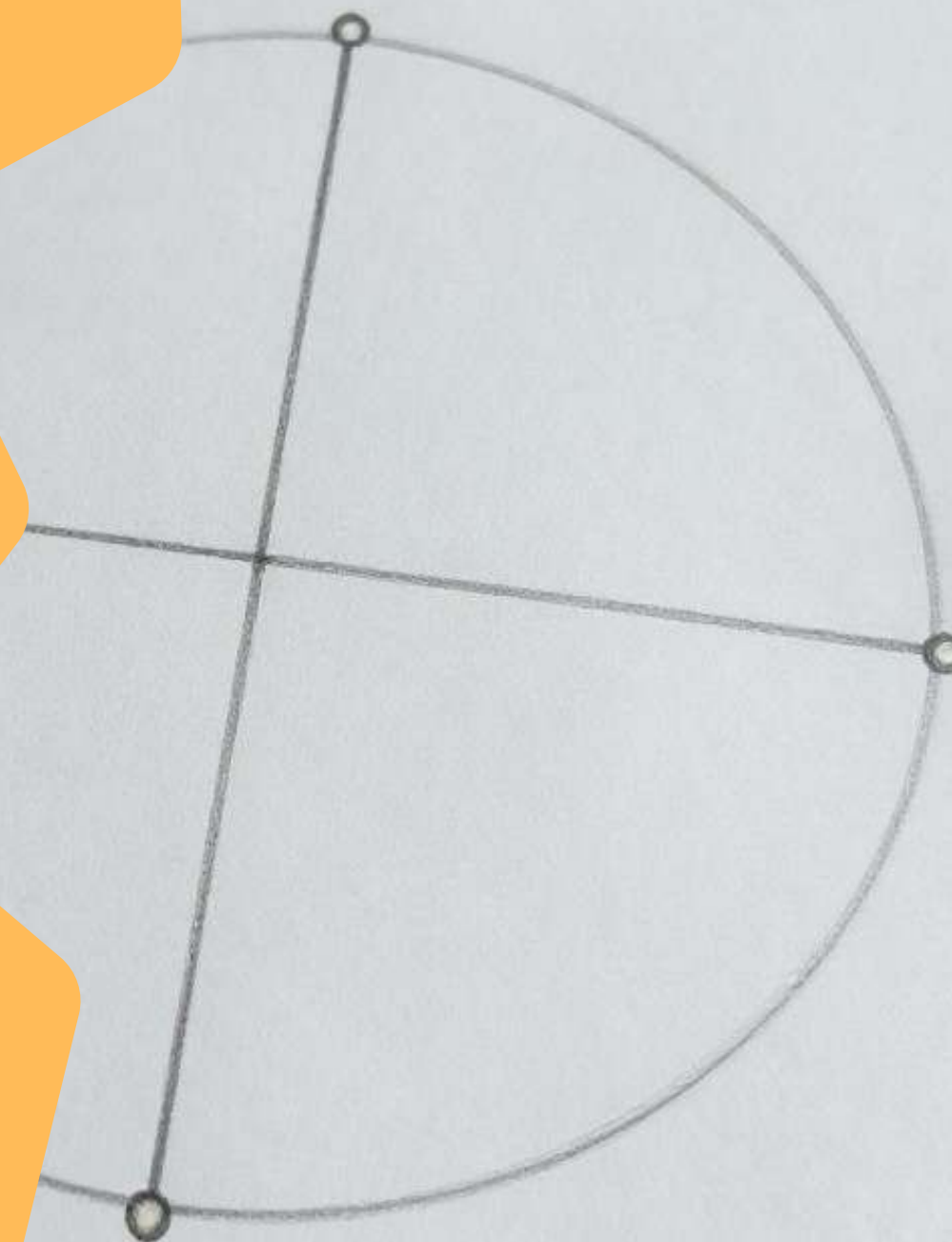
Построение квадрата по окружности

.1

Возьмите окружность и проведите два взаимно перпендикулярных диаметра. Их концы будут вершинами квадрата, лежащими на окружности. Такой способ особенно удобен, когда важно сразу обеспечить равенство сторон.

.2

Остаётся соединить соседние вершины по порядку, чтобы получить контур квадрата. В результате все четыре стороны окажутся равными, а вершины сохранятся на одной и той же окружности, как в исходной разметке.



Правильный шестиугольник и радиус

.1

У правильного шестиугольника сторона равна радиусу описанной окружности. Это означает: каждая вершина лежит на окружности, а отрезок между соседними вершинами — такой же длины, как радиус.

.2

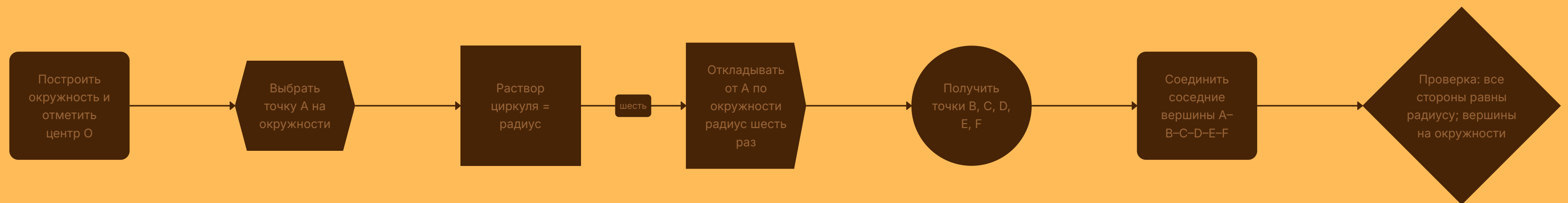
Если на окружности последовательно отложить шесть равных хорд, точки автоматически получатся на одной и той же окружности. Соединив соседние точки, вы построите правильный шестиугольник без «на глаз».

.3

У внутреннего угла правильного шестиугольника значение 120° . Сумма всех внутренних углов равна 720° , и именно эти числа помогают проверять, не нарушилась ли геометрия при построении.

Построение правильного шестиугольника по окружности

Алгоритм опирается на то, что длина стороны равна радиусу описанной окружности.



Сравнение трёх построений

Сопоставим три правильных многоугольника по числу вершин, величине внутреннего угла и удобной опоре для построения.

Во всех трёх случаях окружность задаёт точные «опорные» точки, а равные отрезки помогают сохранить правильность фигуры.

Школьный курс геометрии (свойства правильных многоугольников и базовые построения циркулем и линейкой).

Фигура	Вершины	Внутренний угол	Опора построения
Равносторонний треугольник	3	60°	Три равные хорды
Квадрат	4	90°	Два перпендикулярных диаметра
Правильный шестиугольник	6	120°	Шесть равных отрезков на окружности

Проверка точности построения



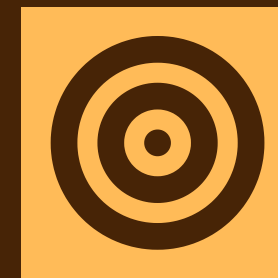
Проверка сторон

Сравните длины всех сторон циркулем: раствор должен совпадать для каждой пары соседних вершин. Если где-то сторона короче или длиннее, правильность нарушается и фигуру нужно построить заново.



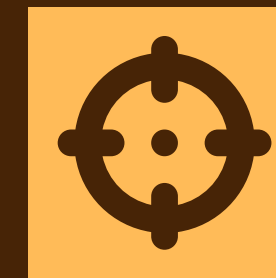
Проверка углов

Измерьте внутренние углы транспортиром или угольником. Для правильных фигур характерны фиксированные значения: 60° , 90° и 120° . Отклонение обычно выдаёт ошибку в разметке точек.



Проверка расположения вершин

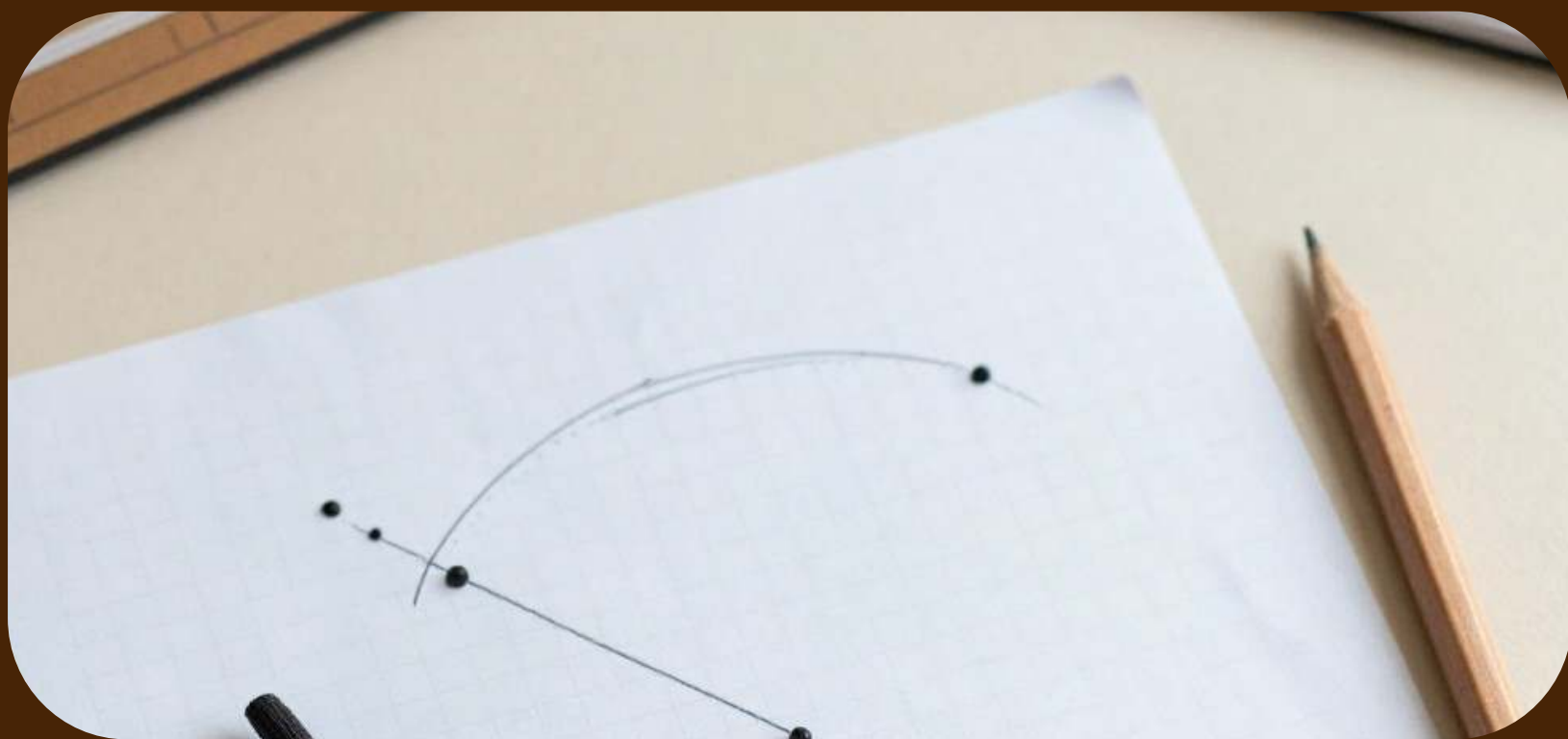
Убедитесь, что все вершины лежат на одной окружности. Если хотя бы одна вершина «уехала» внутрь или наружу, значит, радиус применён неверно или при соединении допущена неточность.



Контроль одинакового радиуса

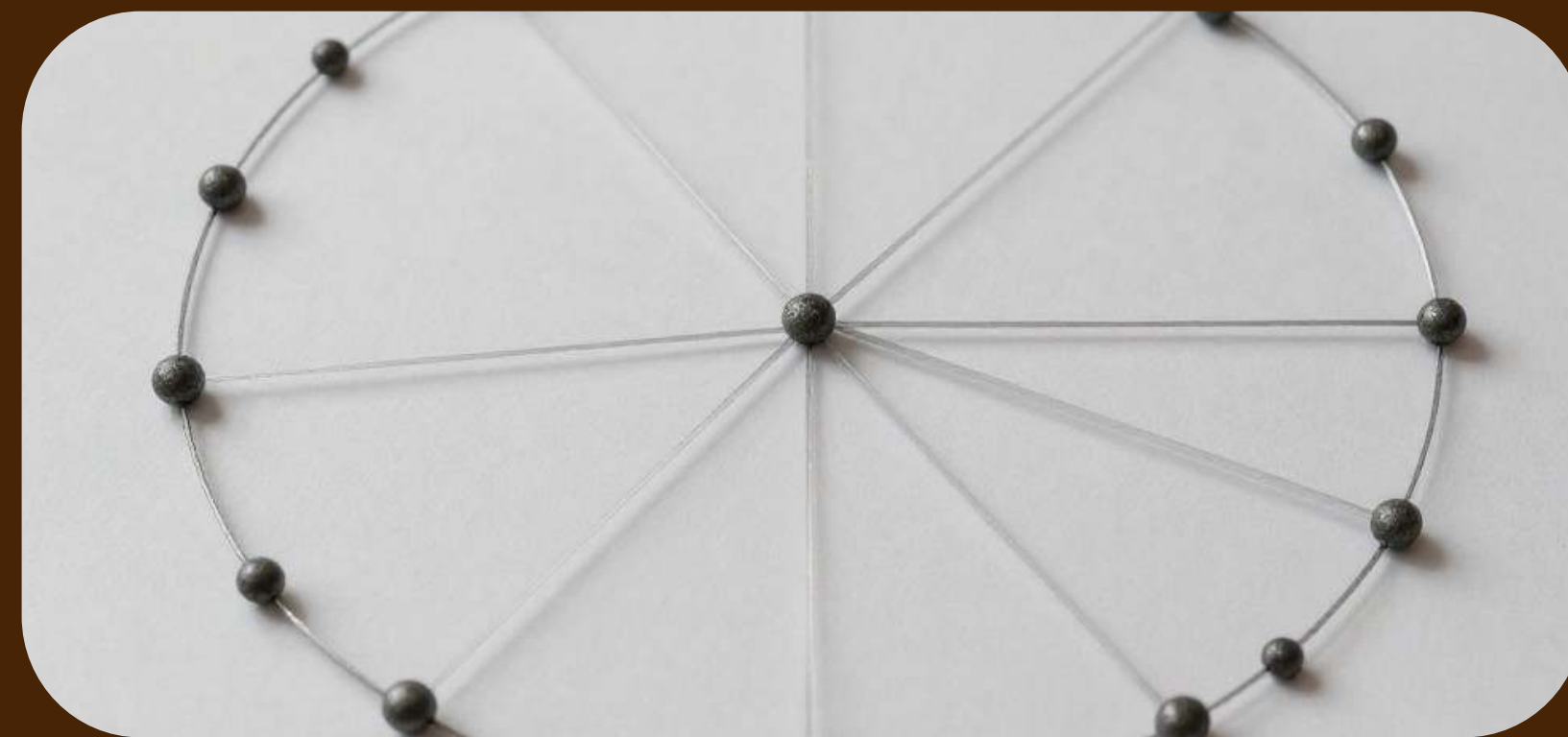
Особенно важно сохранять один и тот же раствор циркуля. Для треугольника и шестиугольника он задаёт равные хорды, а для квадрата — правильные прямые углы и симметрию.

Типичные ошибки при построении



Циркуль «съехал» по раствору

Иногда ученик меняет раствор циркуля между шагами, даже незаметно. В итоге точки получаются на разном расстоянии от центра, стороны перестают быть равными, а фигура теряет правильность. Для исправления обычно помогают повторить построение с фиксированным радиусом.



Соединили не те вершины

Частая история — соединить не соседние точки на окружности. Тогда получается «звезда» или иная неправильная фигура, хотя точки стоят примерно верно. Для наглядности полезно отмечать порядок соединения стрелками и сверять стороны по циркулю.

Вопросы и задачи по теме

.1

Потренируйтесь строить равносторонний треугольник, квадрат и правильный шестиугольник по окружности: по заданному радиусу или по стороне, используя циркуль и линейку. Важно точно переносить радиус.

.2

Встречаются задания на поиск числа сторон и числа вершин, а также на нахождение суммы внутренних углов правильных многоугольников. По полученному углу можно проверить, насколько построение соответствует правильной фигуре.

.3

Есть задачи на периметр: когда известна сторона, требуется найти сумму длин всех сторон правильного многоугольника. Такие вопросы закрепляют связь «число сторон — сторона — периметр» без лишней теории.

.4

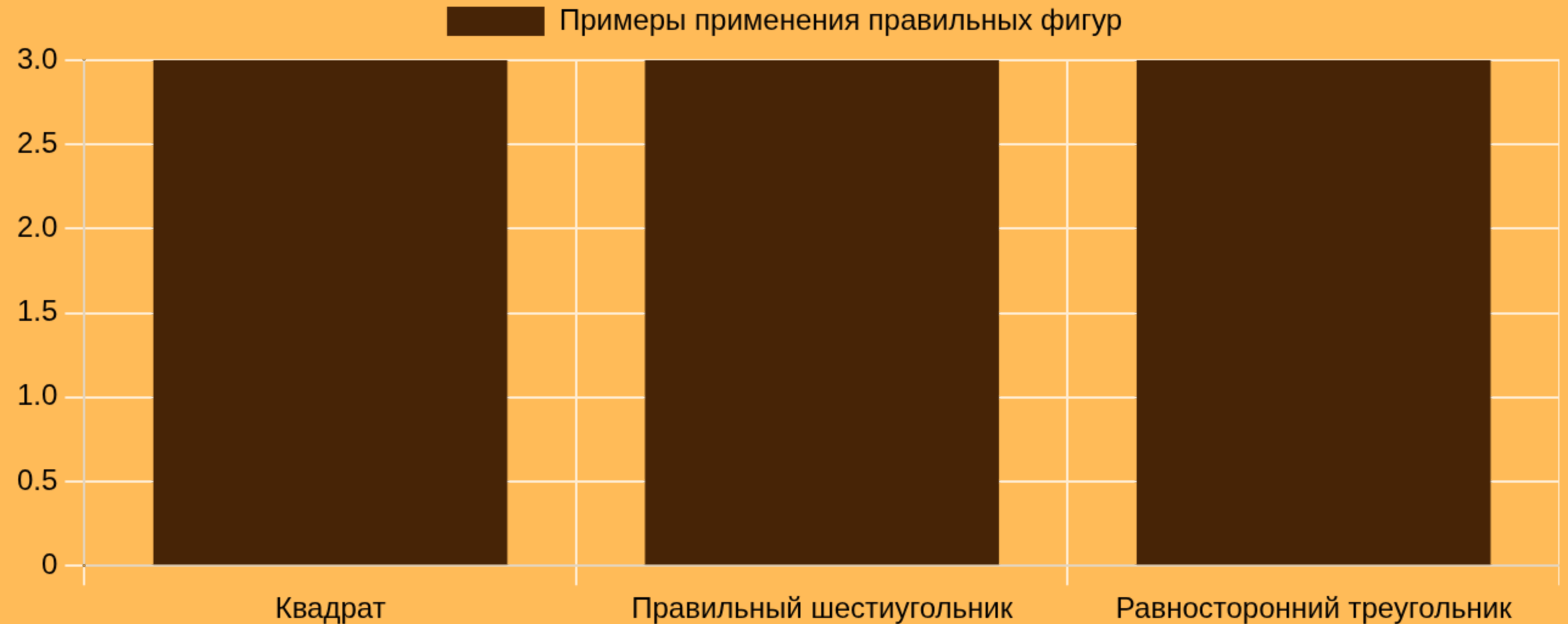
Отдельный блок — проверка точности построения: сравнить стороны, измерить углы и подтвердить, что все вершины лежат на одной окружности. Эти проверки повторяют свойства равенства и симметрии.

Где используются фигуры

Эти формы удобно «вписывать» в реальные поверхности и конструкции: они дают повторяемые элементы и аккуратные стыки без сильных перекосов.

Выбор формы часто определяется тем, насколько легко повторять рисунок и сохранять симметрию при укладке или сборке.

Методический обзор практических применений геометрических форм в учебных материалах (обобщённые примеры, без числовых измерений).

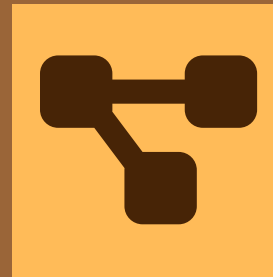


Связь с окружностью и симметрией



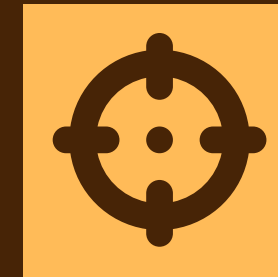
Вписывание в окружность

Правильные многоугольники можно построить как набор вершин, лежащих на одной окружности. Это упрощает работу: вершины задаются радиусом, и фигура получается «собранной» на строгой основе.



Оси симметрии

У каждой из трёх фигур есть оси симметрии, которые делят рисунок на одинаковые части. Благодаря этому построение получается упорядоченным: любые отклонения легко заметить по нарушению симметрии.



Центр симметрии у квадрата и шестиугольника

У квадрата и правильного шестиугольника есть центр симметрии: поворот на 180° переводит фигуру в себя. Такая особенность помогает проверять правильность по расположению противоположных вершин.

Мини-практикум для закрепления

Выполните три коротких построения: треугольник, квадрат и шестиугольник. Дополнительно зафиксируйте ответы по ключевым параметрам: число сторон, число вершин, внутренний угол и периметр при стороне 4 см.

Одна и та же идея — построение на окружности с равными радиальными или хордовыми отрезками — приводит к трём различным правильным фигурам.

Задания составлены на основе свойств правильных многоугольников из школьного курса геометрии.

Задание	Постройте	Стороны и вершины	Угол	Периметр при $a=4$ см
1	Равносторонний Δ по окружности	3 стороны, 3 вершины	60°	16 см
2	Квадрат по двум диаметрам	4 стороны, 4 вершины	90°	16 см
3	Правильный шестиугольник по радиусу	6 сторон, 6 вершин	120°	24 см

Геометрия, которая строится точно

Три правильных многоугольника получаются благодаря равным отрезкам, окружности и симметрии. Равносторонний треугольник, квадрат и правильный шестиугольник показывают разные способы построить точную фигуру циркулем и линейкой. Тема помогает уверенно решать задачи на построение, проверять свойства и замечать связь геометрии с окружающими формами.