

Функции в алгебре: зависимость величин и способы её задания

Покажем, как одна величина зависит от другой.



Зачем нужны функции в 7 классе

Функции помогают описывать изменения вокруг нас: стоимость покупки, путь по времени, температуру в течение дня. В алгебре они соединяют формулы, таблицы и графики, а также знакомят с аргументом, значением функции и областью определения.



Определение функции и обозначение $y=f(x)$

1

Правило соответствия

Функция задаёт правило, по которому каждому допустимому значению x сопоставляется только одно значение y . Именно это делает зависимость строгой и однозначной.

2

Что означает запись

Запись $y=f(x)$ показывает, что y зависит от x . Буква f обозначает правило вычисления, а не отдельное число или переменную.

3

Примеры из 7 класса

Формулы $y=2x+1$, $y=3x$ и $y=x-4$ — простые примеры функций. По ним можно подставлять значение x и сразу находить соответствующее y .

4

Когда зависимости нет

Если одному и тому же x соответствуют разные значения y , такое соответствие не является функцией. У функции всегда должен быть один результат для каждого x .

Функции в окружающей жизни

Покупки и цена

В магазине стоимость зависит от количества товара: чем больше масса или число предметов, тем выше цена. Такая зависимость легко описывается таблицей или формулой.

Движение и время

Расстояние меняется вместе со временем движения. Если скорость постоянна, можно заранее вычислить путь для любого момента и проследить изменения на графике.

Рост и развитие

Высота растения зависит от времени роста. Наблюдая такие данные, удобно сравнивать разные дни, замечать увеличение и делать выводы о темпе изменений.



Основные элементы функции

Элементы функции помогают точно понимать, что задаётся, что вычисляется и какие значения допустимы.

Функция связывает два набора значений по строгому правилу: часть величин выбирают, а часть получают по этому правилу.

Элемент	Обозначение	Смысл
Аргумент	x	независимая переменная
Значение функции	y	зависимая переменная
Область определения	x	допустимые значения
Область значений	y	все полученные значения

Способы задания функции

Формула

Формула даёт точный способ вычисления значения функции. Она удобна, когда нужно быстро подставить x и получить y без дополнительных таблиц.

График

График наглядно показывает, как меняется функция. По нему видно рост, спад, постоянство и можно оценить поведение величины на промежутке.

Таблица

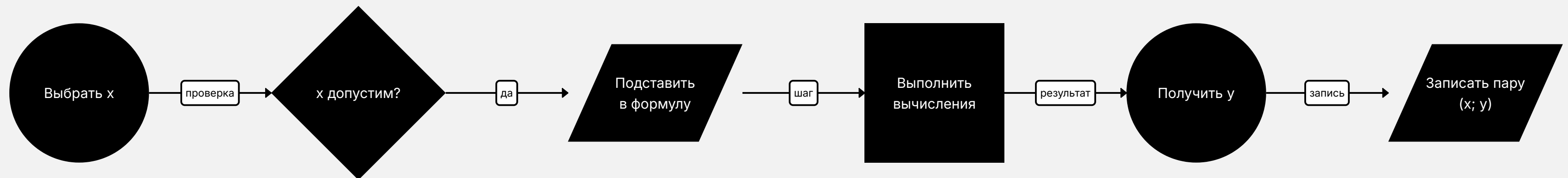
Таблица показывает несколько готовых пар значений и помогает сравнивать результаты. По ней удобно замечать закономерность и строить точки на координатной плоскости.

Словесное правило

Иногда зависимость описывают словами: например, «цена зависит от массы товара». Такое описание полезно в жизненных задачах и служит основой для формулы или таблицы.

Как находят значение функции по формуле

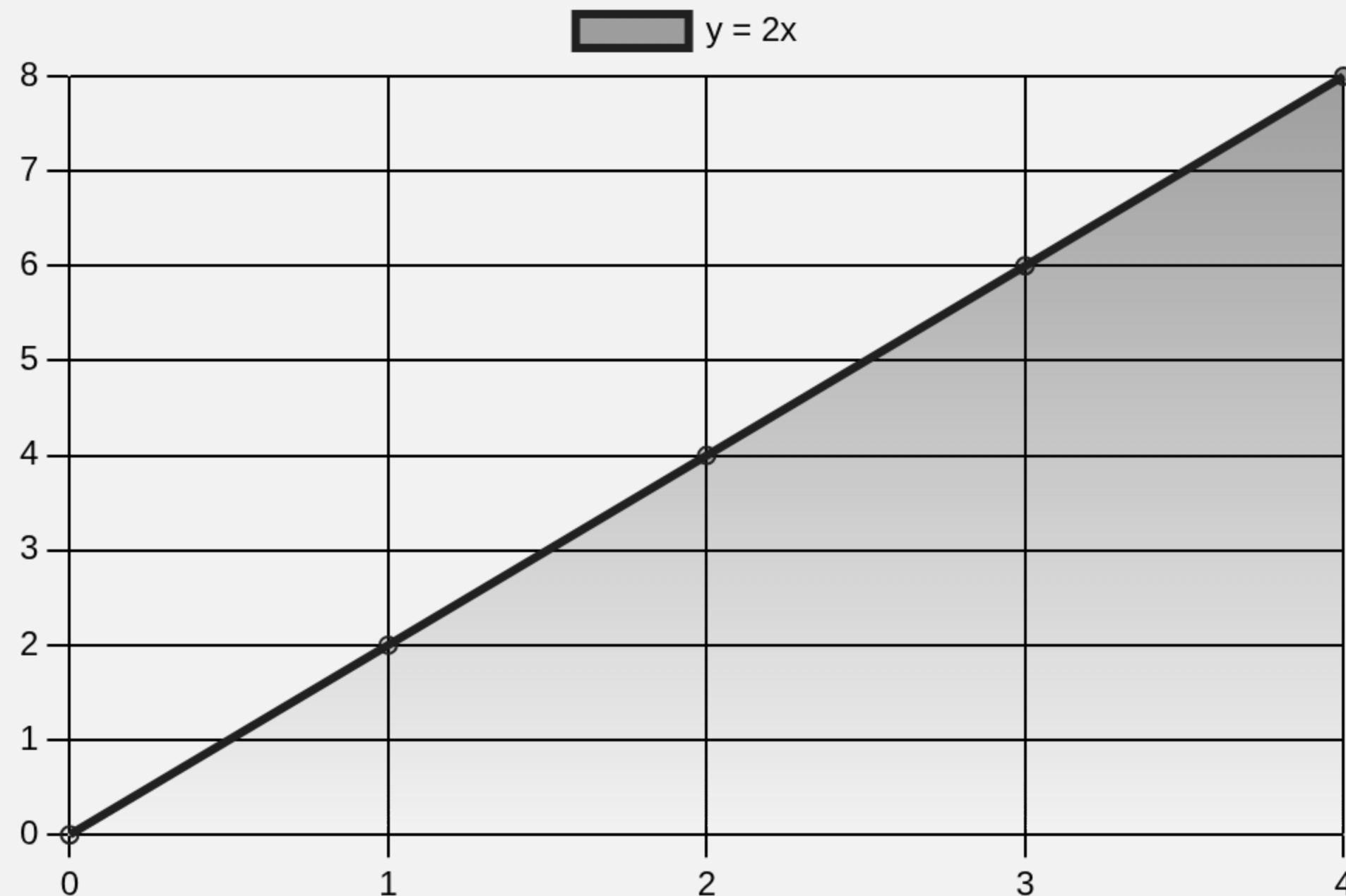
Алгоритм вычисления значения y по заданному x в линейной формуле



Прямо пропорциональная зависимость $y=2x$

При каждом увеличении x на 1 значение y возрастает на 2, поэтому точки располагаются равномерно.

Рост величины постоянный, а график проходит через начало координат, что характерно для прямо пропорциональной зависимости.



2

параметра описывают линейную
функцию: наклон и значение
при $x=0$.

Определение линейной функции $y=kx+b$ из курса
алгебры 7 класса

Параметры k и b помогают понять,
как меняется функция и с чего начинается
её график.

График функции на координатной плоскости

Точка на графике

Каждая точка графика имеет координаты $(x; y)$. Первое число показывает значение аргумента, второе — результат, полученный по правилу функции.

Что показывает линия

По графику можно увидеть не только отдельные пары значений, но и общий характер изменения: возрастает функция, убывает или остаётся постоянной.

Линейный случай

Для линейной функции график представляет собой прямую линию. По её наклону и положению на плоскости удобно сравнивать разные зависимости.



Область определения функции

1

Допустимые значения x

Область определения включает только те значения x , при которых выражение имеет смысл. Если подстановка приводит к невозможному действию, такое число сразу исключают из рассмотрения.

2

Деление и запрет нуля

Когда в формуле есть дробь с x в знаменателе, значение $x=0$ нельзя брать. Деление на ноль не определено, поэтому функция при таком x не существует.

3

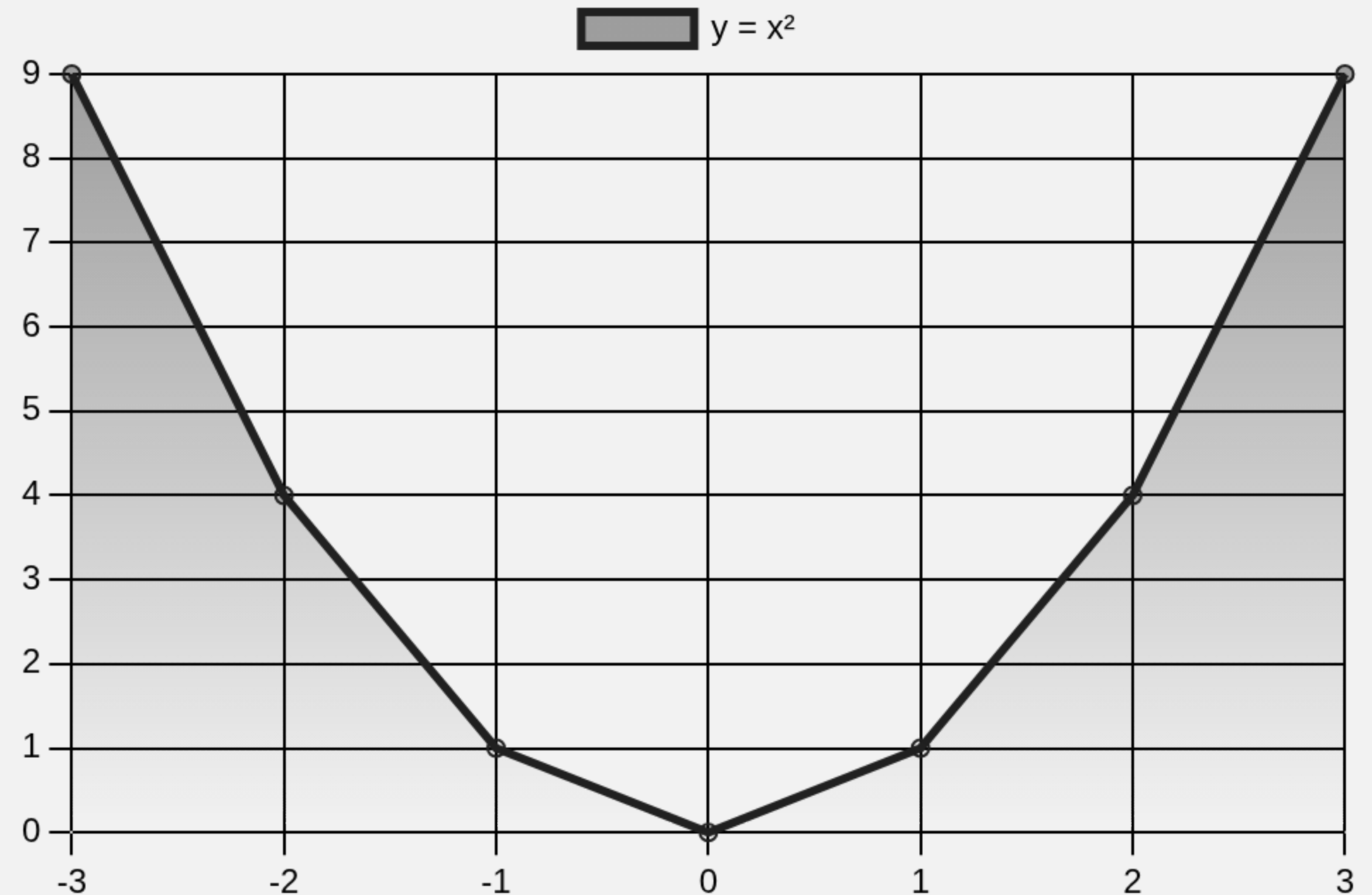
Корни и ограничение

Если в выражении стоит квадратный корень, подкоренное выражение должно быть неотрицательным. Это условие помогает заранее определить, какие значения x допустимы для вычисления функции.

Квадратичная зависимость $y=x^2$

График этой функции — парабола с вершиной в начале координат. Значения по обе стороны от нуля совпадают, поэтому кривая выглядит симметрично.

При удалении от нуля значения быстро растут, а наименьшее значение равно 0. Это показывает характерный вид квадратичной зависимости.



Сравнение основных видов функций

Вид	Формула	График	Пример
Линейная	$y=kx+b$	прямая	тариф
Квадратичная	$y=x^2$	парабола	площадь
Обратная пропорц.	$y=1/x$	гипербола	распределение

Таблица показывает, как разные формулы связаны с видом графика и жизненным примером. Это помогает быстрее узнавать функцию по её изображению.

У разных функций различаются форма графика и поведение значений. По этим признакам можно отличать основные виды зависимостей.

Нули функции и пересечения с осями



Ноль функции

Ноль функции — это такое значение x , при котором получается $y=0$. На графике это точка, где линия пересекает ось x , то есть ось абсцисс.

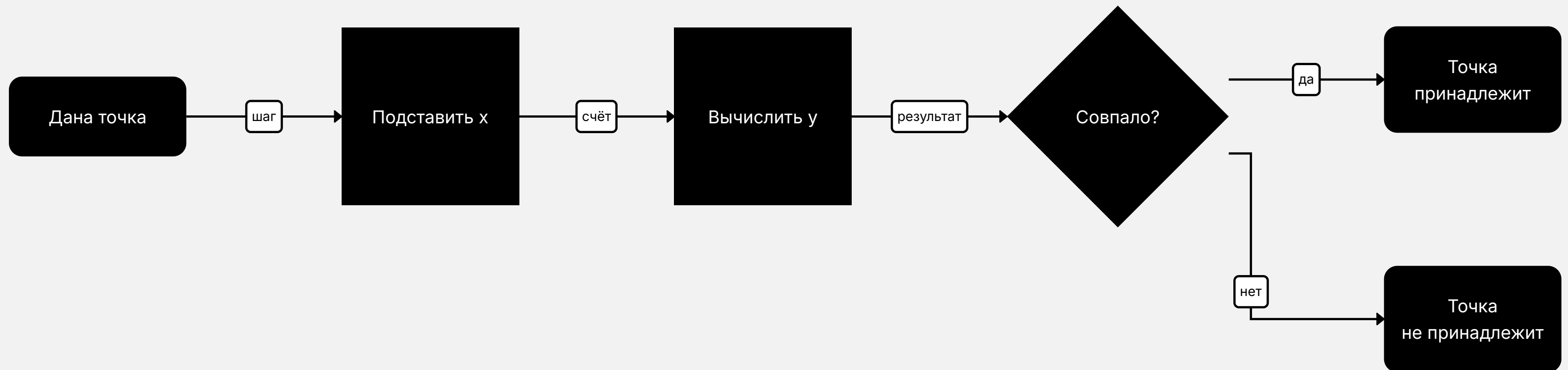


Пересечение с осями

Точка на оси y находится при $x=0$, если это значение допустимо. Такие пересечения помогают быстро увидеть, где график расположен выше или ниже оси x .

Проверка, принадлежит ли точка графику

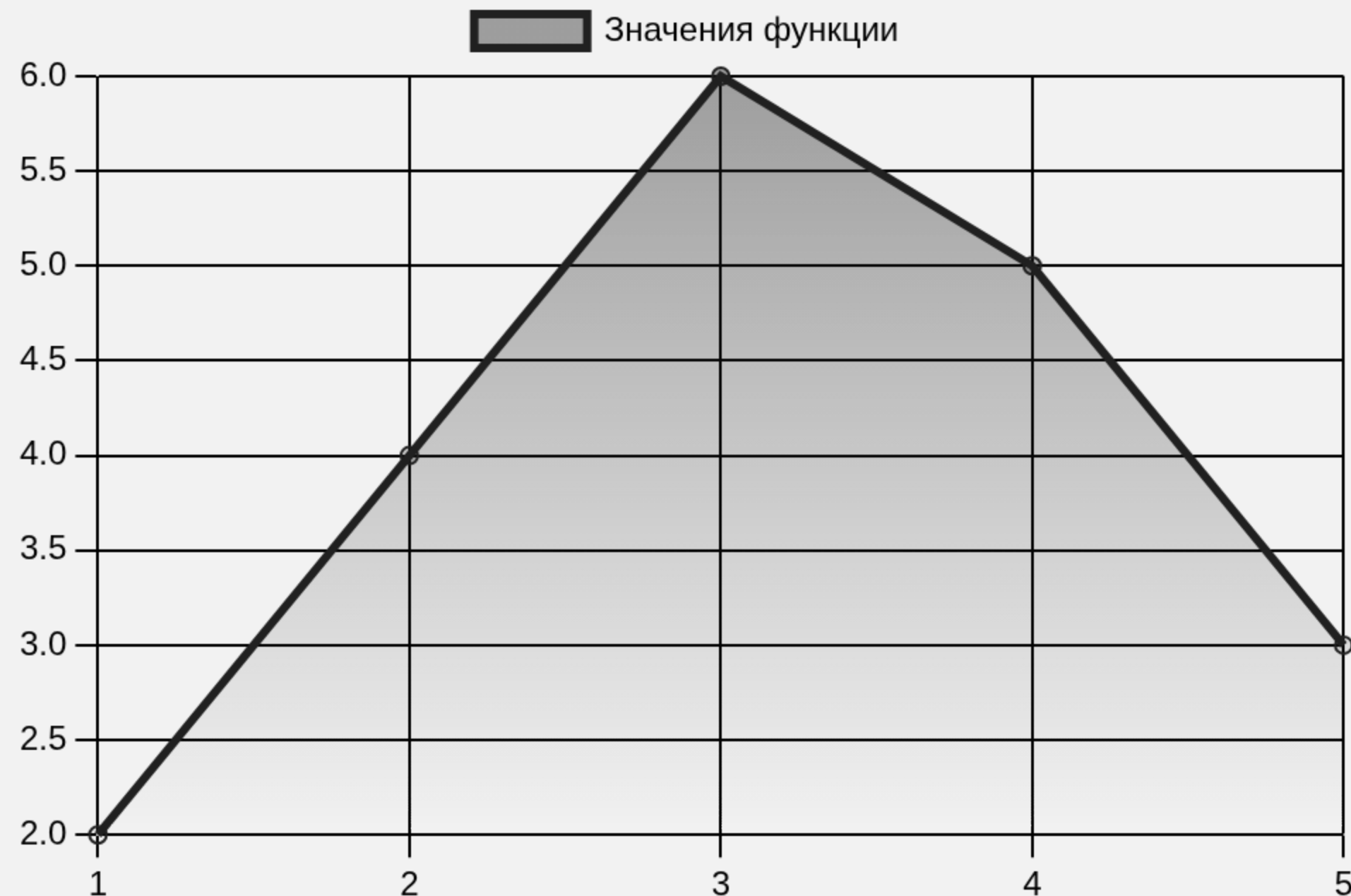
Алгоритм проверки по формуле функции и координатам точки.



Рост и спад функции по таблице значений

По последовательности точек видно, что сначала значения увеличиваются, а затем уменьшаются. Такой график удобно читать даже без сложных вычислений.

Наибольшее значение равно 6, наименьшее — 2. Таблица помогает определить промежутки роста и убывания по порядку значений.

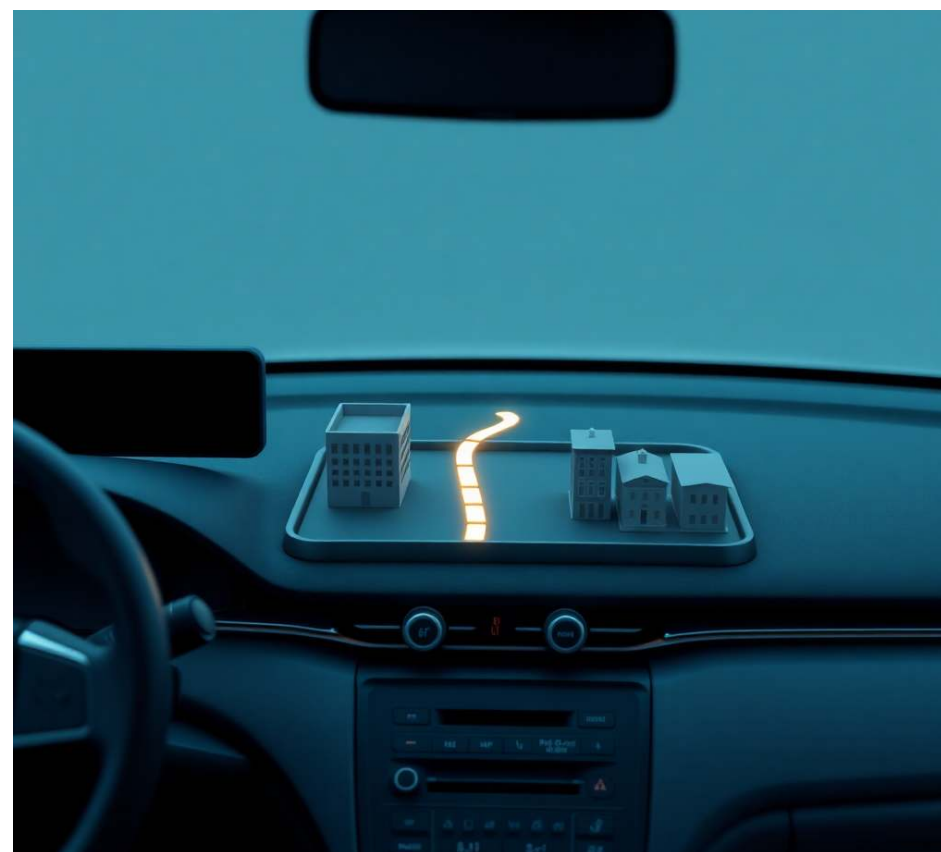


Функции в цифровых устройствах



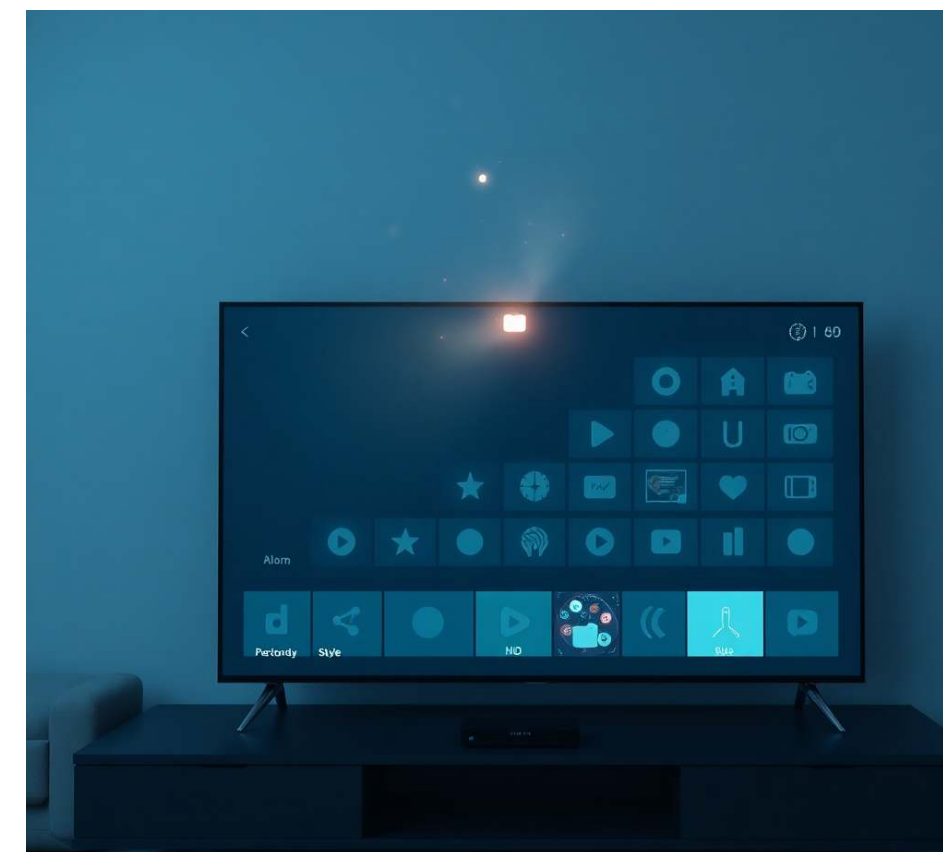
Калькулятор считает по правилу

В калькуляторе каждое введённое число превращается в результат по строгому алгоритму. Сначала устройство принимает данные, затем выполняет действие и сразу показывает ответ на экране. Именно так функция работает внутри программы: один ввод — один результат.



Навигатор выбирает маршрут

Навигатор использует координаты, чтобы построить путь от точки отправления до цели. Он сравнивает возможные дороги, учитывает расстояние и время, а затем выдаёт самый удобный вариант. Здесь функция помогает связать исходные данные и нужный маршрут.



Сервис подбирает контент

Поисковые системы и видеосервисы запоминают запросы и действия пользователя. Потом они предлагают похожие материалы или новые ролики, которые могут заинтересовать. Такое преобразование данных в результат тоже строится по определённому правилу.

Что должен уметь ученик по теме функций

Таблица показывает основные умения, которые нужны в 7 классе. Они связаны с формулой, таблицей, графиком и простыми вычислениями.

Главный результат — умение распознавать одну и ту же функцию в разных формах и переходить между ними без ошибок.

Умение	Содержание	Пример
Значение	подставить x	$y=2x+1$
Точки	построить по таблице	$(1; 3)$
График	считать по рисунку	найти y
Нули	где $y=0$	ось x
Область	допустимые x	без деления на 0

Типичные ошибки при работе с функциями

1

Путают x и y

Часто ученики меняют местами аргумент и значение функции. Из-за этого получаются неверные вычисления и неправильные точки на графике, хотя сама формула записана верно.

2

Ошибаются в подстановке

Нельзя подставлять число в формулу неаккуратно или пропускать действия. Особенно важно соблюдать порядок вычислений, когда в выражении есть умножение, деление, скобки или степень.

3

Забывают про область

Некоторые числа нельзя использовать как x , но это забывают проверить. Если не учитывать область определения, можно получить бессмысленный или невозможный ответ, например деление на ноль.

4

Не читают график точно

Иногда любую линию считают графиком функции, хотя это не всегда так. Главный признак функции остаётся прежним: каждому значению x соответствует только одно значение y .

Функция помогает увидеть закон изменения

Функции связывают величины по точному правилу и позволяют описывать изменения в формулах, таблицах и графиках. Умение читать такие зависимости делает алгебру понятнее и полезнее в жизни.