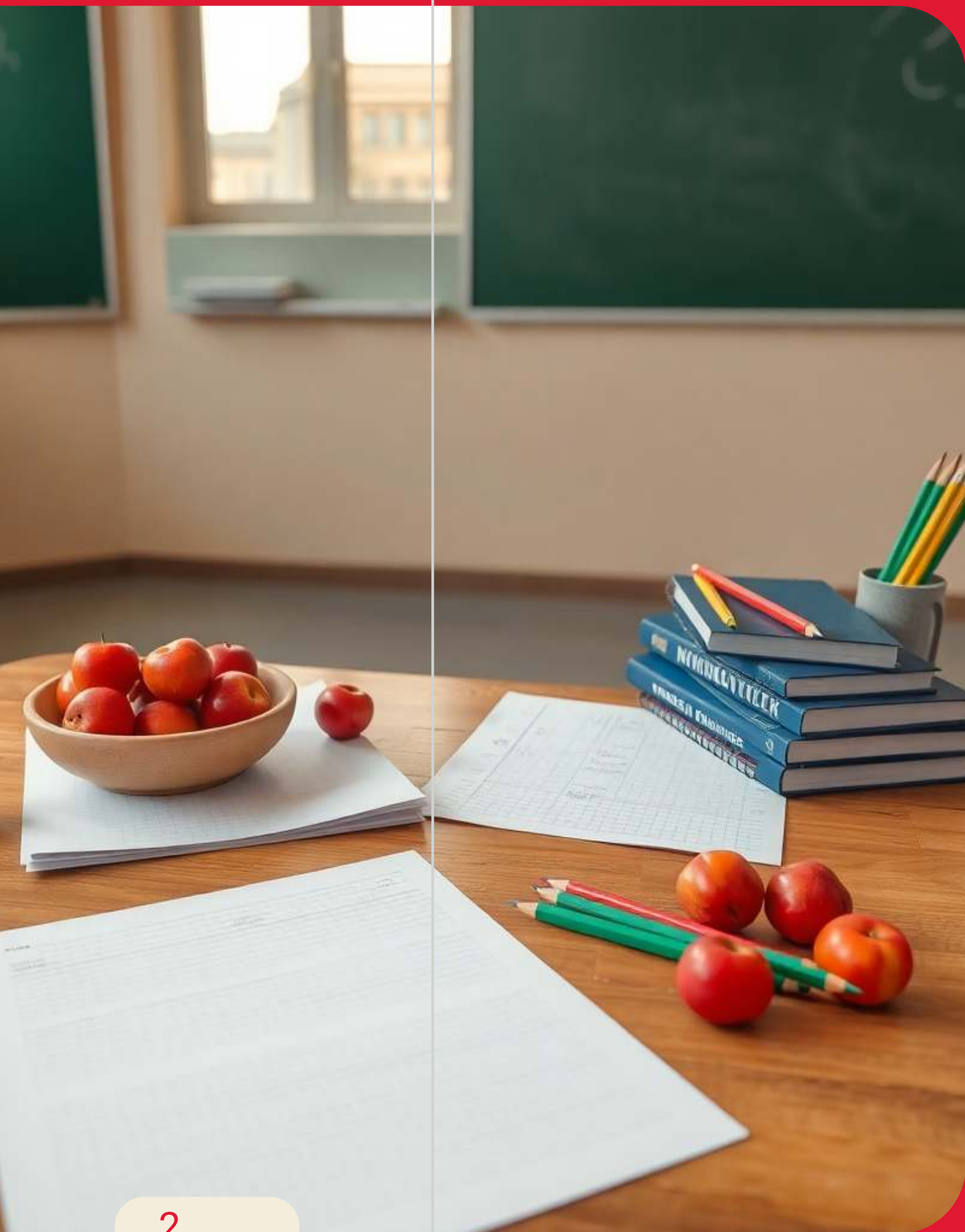




Решение задач при помощи систем уравнений первой степени

Текстовая задача превращается в точный ответ через систему уравнений.



Зачем текстовые задачи записывают системой уравнений

Когда часть данных известна, а часть нужно найти одновременно, система двух линейных уравнений помогает связать две неизвестные и получить один точный ответ из двух условий задачи.

Что значит «решить задачу с помощью системы»

01

Выбрать неизвестные

Сначала определяют, какие величины удобнее всего искать. Обычно это обозначают x и y , чтобы связать данные из условия с понятными переменными и не запутаться в дальнейшем решении.

02

Составить уравнения

Затем по тексту задачи записывают два равенства. Каждое из них отражает отдельное условие, поэтому вместе они описывают ситуацию точнее, чем одно уравнение.

03

Найти пару чисел

После решения системы получают не одно число, а пару значений. Именно они отвечают смыслу задачи: например, цену и количество, скорость и время или возраст двух людей.

Как условие превращается в математическую модель

Известные и неизвестные

Сначала в тексте выделяют данные, которые уже известны, и величины, которые нужно найти. Это помогает понять, какие числа станут переменными и что именно они будут обозначать.

Единицы измерения

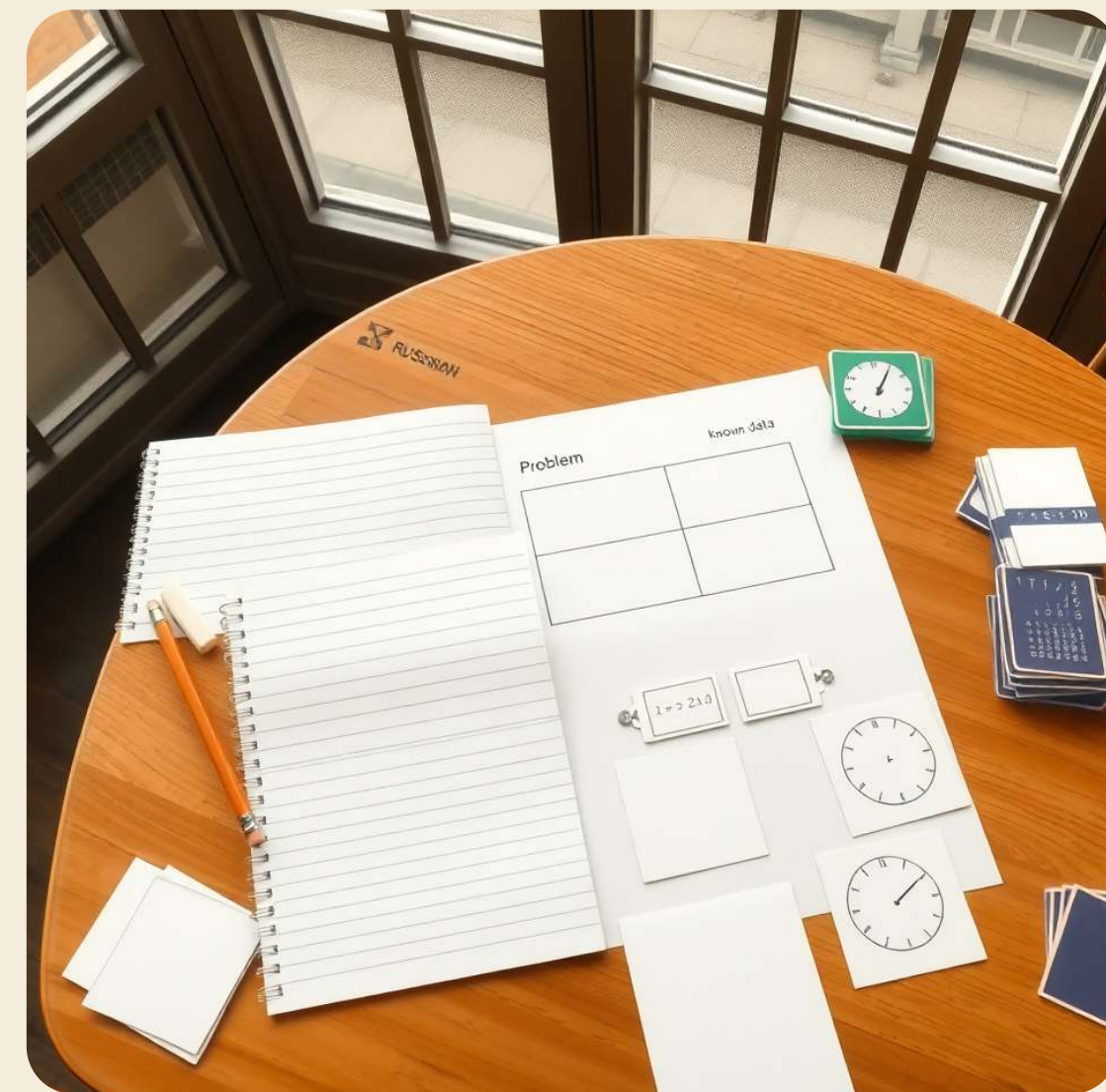
В модели нельзя смешивать рубли, километры, часы и годы без смысла. Все величины должны быть записаны в одинаковых единицах, чтобы уравнения отражали реальную ситуацию.

Связь между величинами

Каждое предложение задачи подсказывает отдельное равенство: сумму, разность, общую стоимость, расстояние или количество предметов. Так словесное условие становится математической записью.

Проверяемость ответа

Хорошая модель позволяет проверить результат по исходному тексту. Если найденные числа не подходят хотя бы одному условию, значит, при составлении системы была допущена ошибка.



Выбор неизвестных в задаче

01

Смотрите на вопрос

Неизвестными выбирают те величины, которые прямо связаны с вопросом задачи. Тогда уравнения получаются короче, а решение легче понять и проверить.

02

Покупки и стоимость

В задачах на покупки удобно обозначать цену одного предмета и его количество. Такой выбор сразу связывает сумму денег с числом товаров и делает запись наглядной.

03

Движение и время

В задачах на движение обычно ищут скорость, время или две скорости разных участников. Если выбрать переменные удачно, формула пути $s = vt$ используется без лишних преобразований.

04

Возраст и сравнение лет

В задачах на возраст переменными часто становятся возраста двух людей. Это удобно, потому что разница лет сохраняется, а значит, условия легко перевести в уравнения.

Составление первого уравнения по условию

01

Берём главное отношение

Первое уравнение обычно описывает основную связь между величинами: сумму, разность или произведение. Оно опирается на самую заметную часть условия и задаёт основу модели.

02

Покупки и стоимость

Если задача о товарах, первое уравнение показывает общую стоимость покупки. В него входят цена, количество и итоговая сумма, выраженные в рублях.

03

Движение по формуле

В задачах на движение удобно использовать соотношение $s = vt$. Тогда первое уравнение связывает путь, скорость и время, сохраняя единицы измерения — километры и часы.

04

Возраст в разные моменты

В задачах на возраст первое уравнение может показывать разницу лет сейчас или сравнение возрастов в прошлом и будущем. Здесь важно записывать годы точно и без смешения.

Составление второго уравнения по условию

01

Дополняем первую связь

Второе уравнение добавляет новое условие, которое не повторяет первое. Именно оно делает систему полной и позволяет найти единственную пару значений.

02

Другой взгляд на ситуацию

Это может быть вторая сумма, другое сравнение или дополнительное условие по времени. Такое уравнение уточняет модель и связывает те же неизвестные с новой информацией.

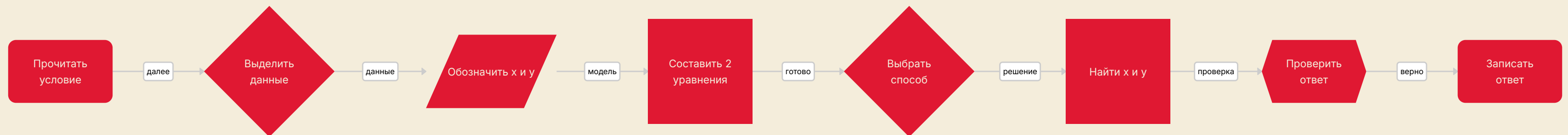
03

Почему нужен второй факт

Если есть только одно равенство, решений может быть много. Два независимых условия уменьшают число вариантов до одного, поэтому задача становится определённой и решаемой.

Алгоритм решения текстовой задачи с помощью системы

Последовательность шагов: от чтения условия до проверки и записи ответа.



Способ подстановки в задачах

01

Выражаем переменную

Сначала из одного уравнения удобно выразить одну неизвестную через другую. Этот шаг особенно прост, если коэффициент перед переменной равен 1 или -1.

02

Подставляем во второе

Полученное выражение заменяют во втором уравнении. Так система превращается в одно уравнение с одной переменной, которое легче решить привычным способом.

03

Находим вторую величину

После вычисления первой переменной подставляют найденное значение обратно и получают вторую. Важно следить за знаками и аккуратно выполнять действия.

04

Проверяем оба уравнения

В конце найденную пару чисел подставляют в каждое исходное уравнение. Если равенства выполняются, решение верное и подходит к тексту задачи.

Способ сложения в задачах

01

Делаем коэффициенты удобными

Чтобы убрать одну переменную, уравнения приводят к одинаковым или противоположным коэффициентам. Иногда для этого нужно умножить одно или оба уравнения.

02

Складываем или вычитаем

После преобразования уравнения складывают или вычитают почленно. Одна переменная исчезает, и остаётся более простое уравнение с одной неизвестной.

03

Находим вторую переменную

Когда первая величина найдена, её подставляют в любое исходное уравнение. Так получают вторую неизвестную и заканчивают решение системы.

04

Сравниваем удобство

Этот способ особенно хорош, если коэффициенты легко увидеть и быстро привести к нужному виду. Он экономит время и делает вычисления короче.

Сравнение способов решения текстовых задач

Три основных способа позволяют получить одну и ту же пару значений, но удобны в разных ситуациях.

Выбор метода зависит от записи уравнений, но верный ответ остается одним и тем же.

Обобщение школьных способов решения систем линейных уравнений

Способ	Когда удобен	Преимущество	Ограничение
Подстановка	Легко выразить x или y	Быстрое преобразование	Не всегда коротко
Сложение	Коэффициенты равны	Сразу убирает переменную	Нужно привести уравнения
Графический	Нужно увидеть смысл	Наглядность решения	Точность зависит от чертежа

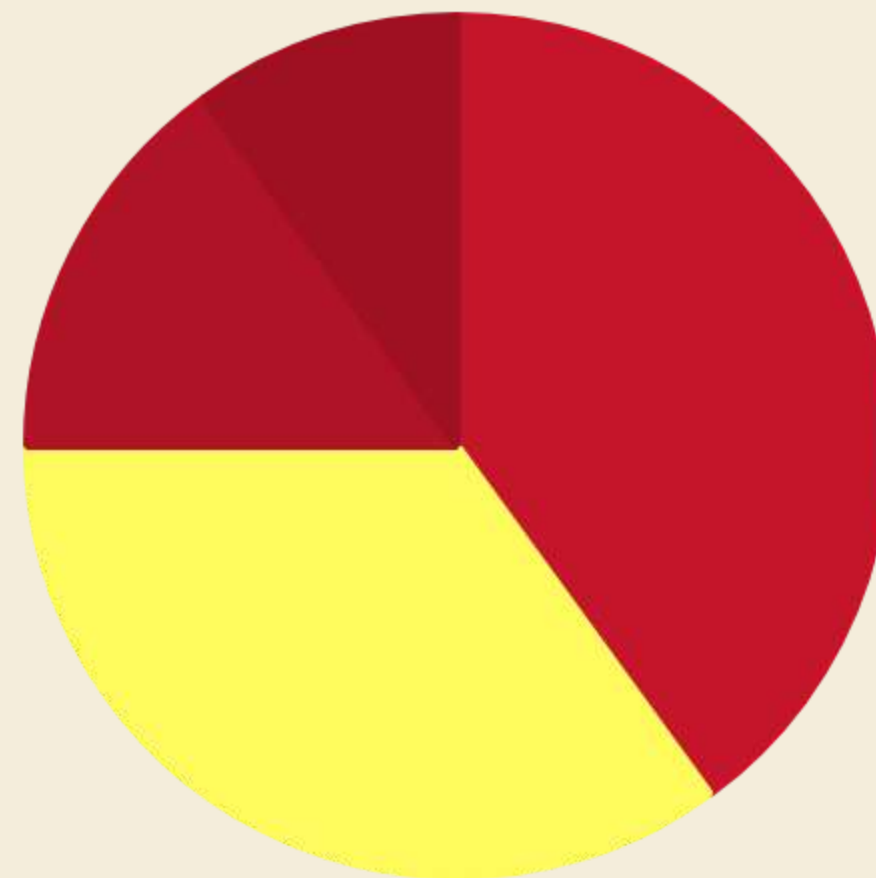
Какие типы задач чаще всего встречаются в 7 классе

Преобладают задачи, где легко выделить две величины и записать их через общую стоимость, путь или разницу.

Чаще всего встречаются покупки и движение; именно они лучше всего подходят для составления системы из двух уравнений.

Учебная классификация типовых текстовых задач для 7 класса

Покупки и стоимость Движение Возраст
Смеси и предметы



Задачи на покупки и стоимость



Цена и количество

Обычно неизвестными становятся цена одного предмета и число купленных вещей. Тогда первое уравнение описывает общую стоимость, а второе связывает покупки по количеству или разнице.



Знакомые сюжеты

В условиях часто встречаются тетради, ручки, билеты, игрушки и другие привычные покупки. Это помогает сосредоточиться не на сюжете, а на точной записи отношений.



Сумма покупок

Если известна общая сумма, ее удобно разложить по цене и количеству. Так задача превращается в два коротких уравнения, где каждая величина имеет ясный смысл.



Проверка здравым смыслом

После решения важно убедиться, что цена не отрицательная, а количество целое, если речь идет о предметах. Такая проверка сразу показывает, подходит ли ответ к реальной ситуации.

Задачи на движение

01

Выяснить данные

Сначала определяют, что известно: путь, время, направление движения или расстояние между объектами. Затем выбирают неизвестные, чаще всего две скорости либо скорость и время.

02

Использовать формулу

Для каждого участника движения записывают связь $s = vt$. Если движение сложное, формулу применяют отдельно к каждому участку пути или каждому движущемуся объекту.

03

Составить два условия

Одно уравнение показывает общий путь или встречу, второе — дополнительную связь по времени или расстоянию. Без второго условия нельзя получить единственный ответ.

04

Сравнить результат

После решения проверяют, совпадают ли полученные скорости и времена с описанием задачи. Особенно важно следить за единицами: километры, часы и минуты нельзя смешивать без перевода.

Как меняется возраст во времени



Сейчас, пять лет назад

Если двое людей отличаются по возрасту на четыре года, эта разница останется такой же и через десять лет, и пять лет назад. Поэтому одну величину удобно записать через другую с постоянным сдвигом во времени.



Через несколько лет

В таких задачах часто сравнивают возраст сегодня и в будущем. Например, через три года каждый станет старше на три года, а разница между ними не изменится, что и помогает составить второе уравнение.

Как распознать тип задачи по ключевым словам

Сначала ищите слова, которые прямо называют величины, а затем связывайте их с формулой или типом сравнения.

Ключевые слова быстро подсказывают сюжет задачи и помогают выбрать верные неизвестные для системы.

Составлено по типовым формулировкам задач 7 класса



Частые ошибки при составлении и решении системы

Ошибки чаще всего появляются на этапе перевода текста в уравнения и при вычислениях.

Если ошибка допущена в записи системы, дальнейшие вычисления не исправят несоответствие условию.

Анализ типичных ошибок при решении текстовых задач системами уравнений

Ошибка	Почему возникает	К чему приводит	Как заметить
Путают x и y	Неясный выбор	Неверные уравнения	Ответ не подходит
Теряют единицы	Спешка при записи	Смешение величин	Нет руб./км/ч
Ошибаются в скобках	Невнимательность	Неверный результат	Проверка не сходится

Проверка и анализ ответа

Пошаговая проверка решения после нахождения корней системы



Почему этот способ полезен не только в учебнике



Планирование

Системы помогают распределять дела по времени и оценивать, сколько ресурсов потребуется для выполнения плана. Это полезно, когда нужно учесть сразу несколько условий.



Подсчет товаров

При покупках и подсчете предметов удобно одновременно учитывать цену, количество и общую сумму. Такой подход встречается не только в задачах, но и в обычных расчетах.



Распределение времени

Если нужно сравнить, кто сколько времени тратит на разные действия, система уравнений позволяет точно описать ситуацию. Она учит замечать связи между величинами.



Подготовка к алгебре

Этот раздел развивает аккуратность записи, умение выделять главное и проверять ответ. Именно такие навыки нужны для более сложных тем в старших классах.

Текстовая задача становится решаемой, когда ее переводят в систему

Если точно выбрать неизвестные, составить два уравнения и аккуратно проверить ответ, любая текстовая задача становится понятной и решаемой.