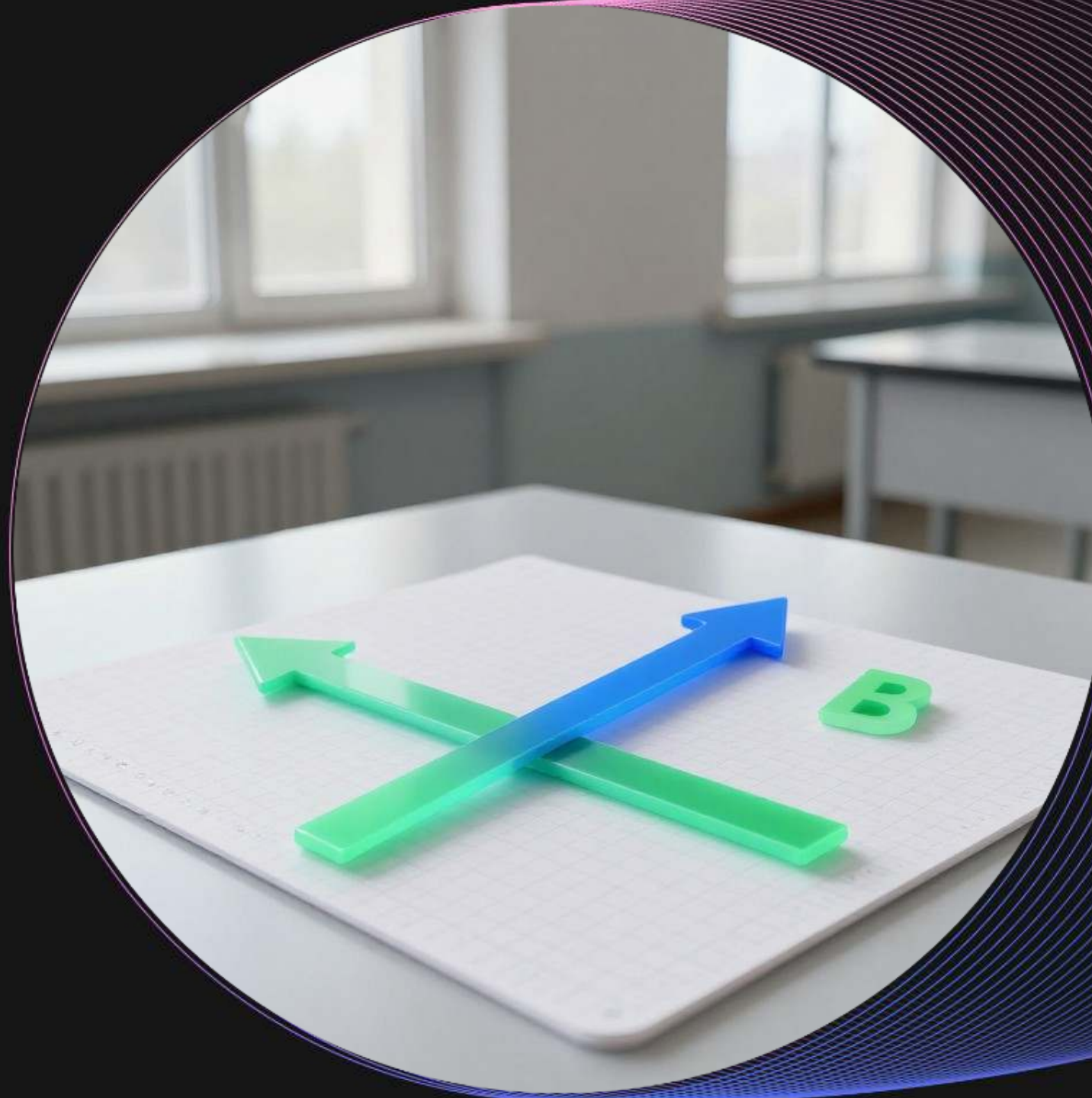


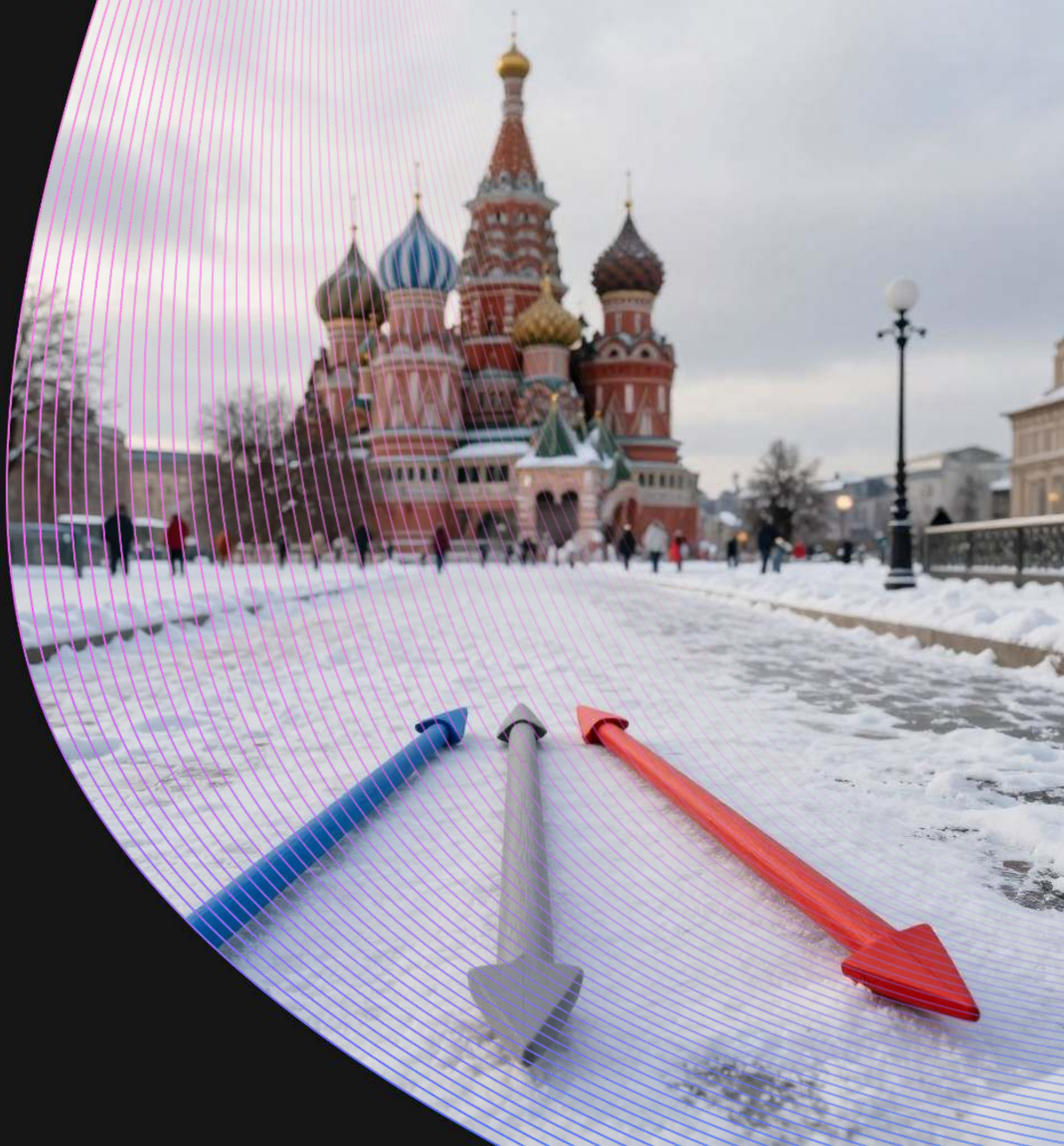
Сложение векторов: общий результат движения на плоскости

Вектор показывает, куда и как происходит перемещение; его сумма даёт итоговый результат.



Что изучают перед сложением векторов

Прежде всего рассматривают модуль (длину) и направление вектора. Затем сравнивают равные и противоположные векторы и учатся находить итоговое перемещение. На этом строятся первые задания на бумаге в клетку и основы координат.



Что такое вектор и как его обозначают

Направленный отрезок

Вектор изображают направленным отрезком со стрелкой. Его начало показывает точку старта, а конец — направление движения, чтобы было ясно, «куда» происходит перемещение.

Обозначение буквами

В записи векторы обозначают буквами со стрелкой, например $\rightarrow a$ или $\rightarrow b$. Так удобнее решать задачи, где даны числа или нужно сравнить несколько направлений движения.

Модуль — длина

Длина отрезка соответствует модулю вектора. Поэтому по рисунку можно сравнивать величины: какой вектор «длиннее», а какой «короче», даже если они нарисованы в разных местах.

Перенос вектора без изменения длины и направления

Зачем нужен перенос

Вектор можно переносить параллельно самому себе. При этом его начало и конец оказываются в новых точках, но сам вектор остаётся тем же действием. Это помогает складывать векторы, нарисованные в разных местах.

Что сохраняется при переносе

При переносе не меняются длина (модуль) и направление. На рисунке удобно показать две одинаковые стрелки: сначала в одном месте, затем перенесённую к концу другой, чтобы было видно сохранение свойств.

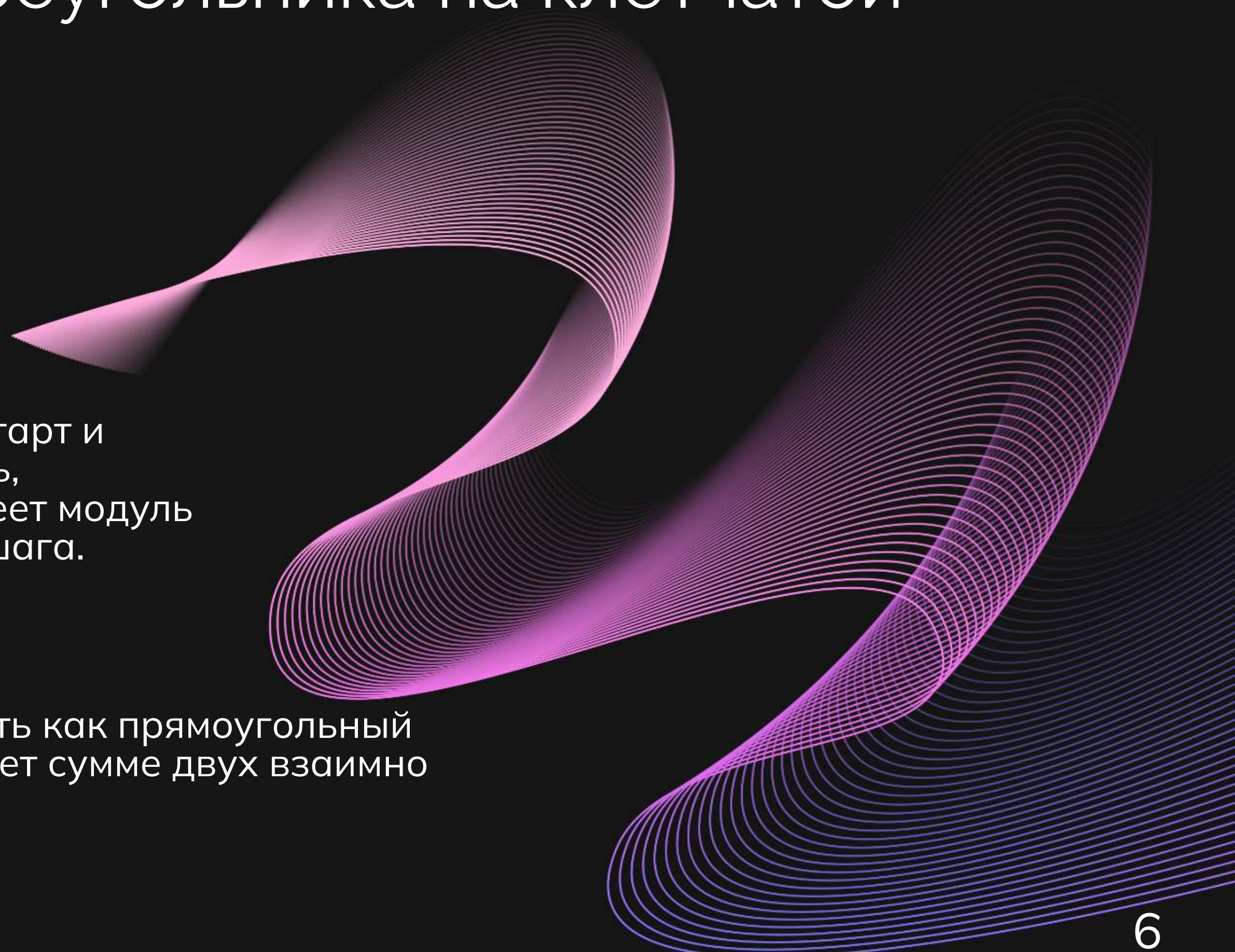
Сложение векторов по правилу треугольника

Последовательное перемещение: сначала один шаг, потом следующий.



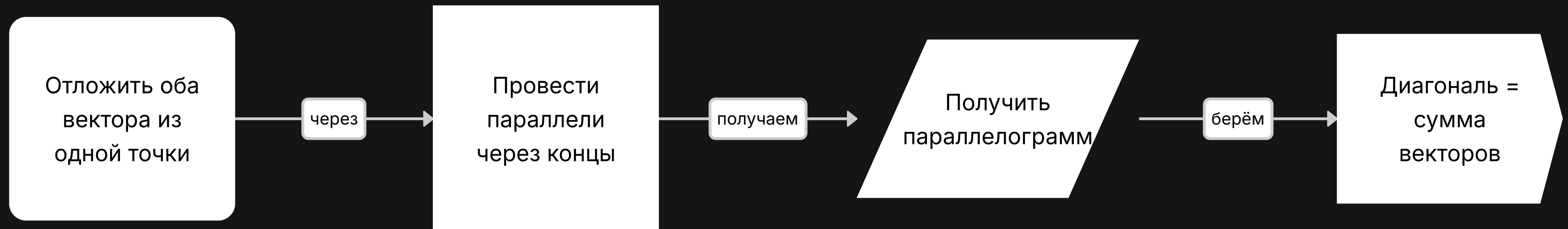
Пример правила треугольника на клетчатой бумаге

- Сначала двигаются на 4 клетки вправо. Затем откладывают следующий шаг: 3 клетки вверх, так чтобы его начало совпало с концом предыдущего.
- Итоговое перемещение соединяет старт и финиш. Оно выглядит как диагональ, направленная вправо и вверх, и имеет модуль больше, чем у каждого отдельного шага.
- На клетчатой сетке это удобно видеть как прямоугольный треугольник: диагональ соответствует сумме двух взаимно перпендикулярных перемещений.



Сложение векторов по правилу параллелограмма

Два действия как будто происходят одновременно.

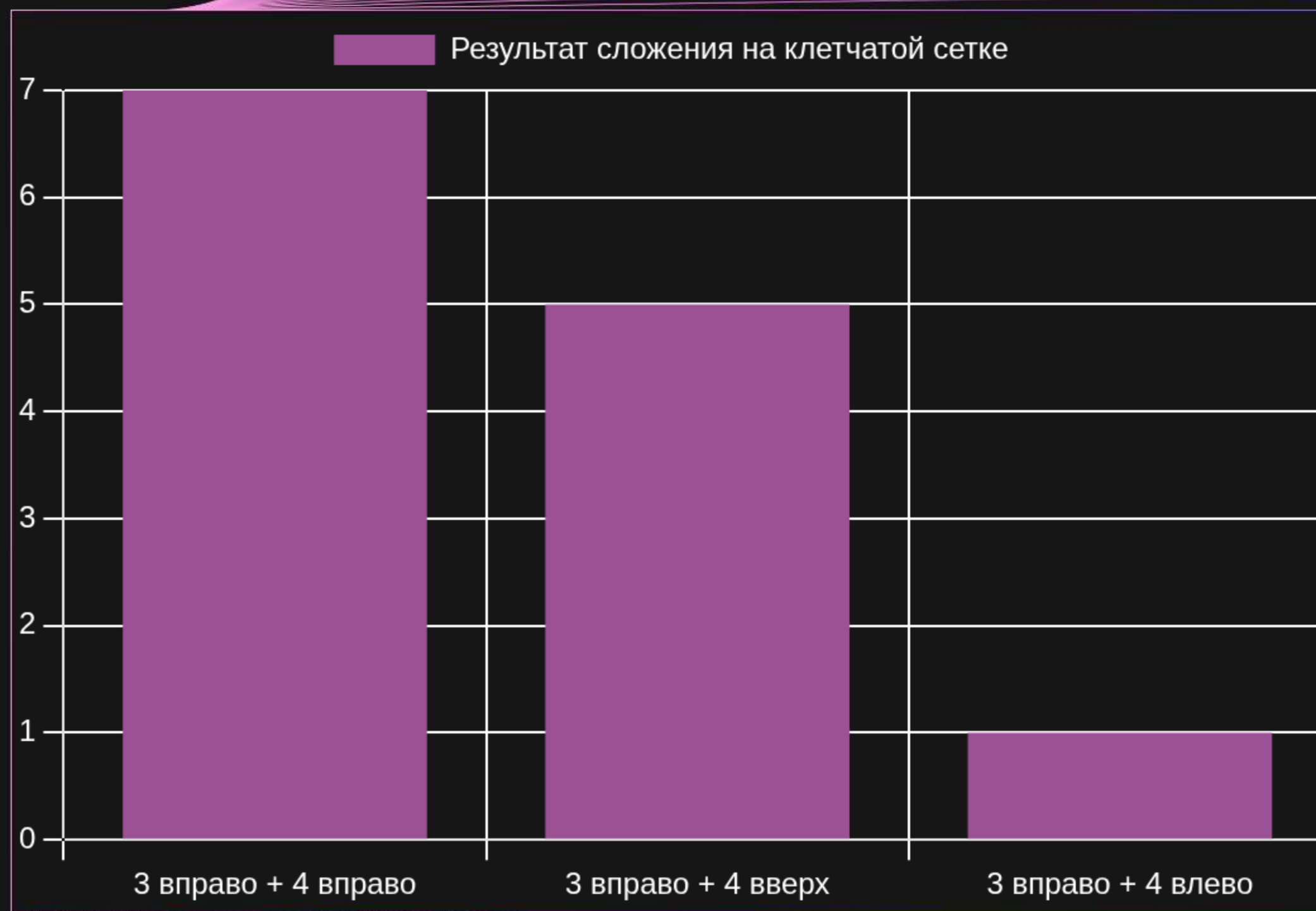


Как меняется результат при разных направлениях

— Когда направления совпадают, сумма получается «по прямой»; при повороте появляется диагональ; при противоположности часть движения компенсируется.

Направление влияет не только на конечную сторону, но и на длину суммы: в одном случае получается 7, в другом — 5 и 1 клетка.

Построение по шагам 3 и 4 клеток (точные длины: 7, $\sqrt{3^2+4^2}=5$, $3-4=1$).



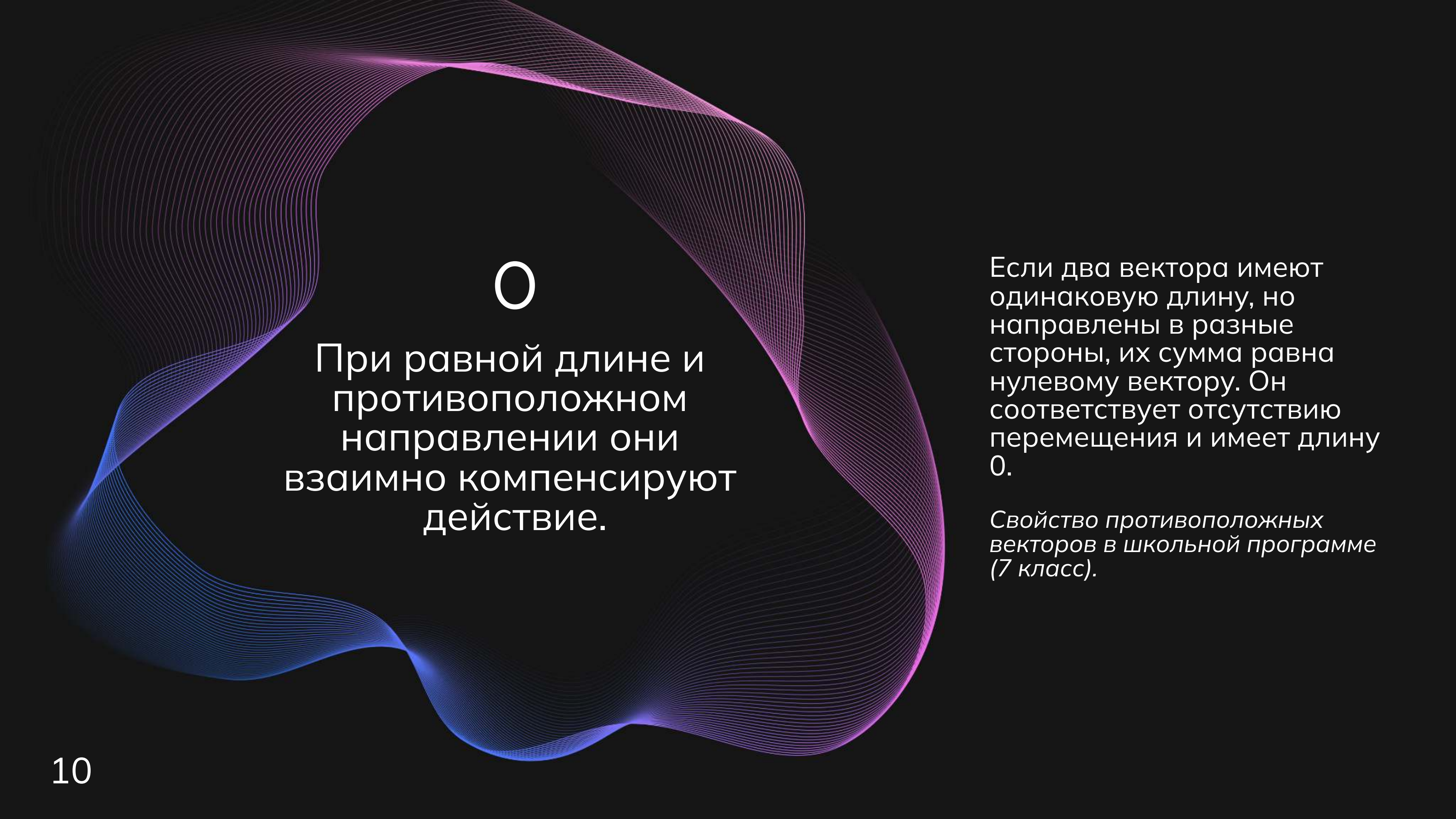
Основные способы сложения векторов

Способ	Как строится	Где удобен
Треугольника	второй пристыковывают к концу первого	для последовательных шагов
Параллелограмма	оба из одной точки, сумма — диагональ	для одновременных действий
По координатам	складывают x отдельно и y отдельно	когда даны числами

— Все способы приводят к одному и тому же результирующему вектору. Выбор зависит от того, как заданы векторы: рисунком, клетками или координатами.

Один результат получается разными путями: конструкция выбирается под задачу, но направление и модуль суммы определяются однозначно.

Школьный курс геометрии (7 класс): свойства векторов и способы сложения.



О

При равной длине и
противоположном
направлении они
взаимно компенсируют
действие.

Если два вектора имеют
одинаковую длину, но
направлены в разные
стороны, их сумма равна
нулевому вектору. Он
соответствует отсутствию
перемещения и имеет длину
0.

*Свойство противоположных
векторов в школьной программе
(7 класс).*

Сложение векторов по координатам

Если векторы заданы числами, удобно складывать их по частям. Берём координаты начала и конца (или просто компоненты направления) и складываем отдельно первую координату по оси x .

Затем таким же образом складываем вторые координаты по оси y . Например, $(2; 1) + (3; 4)$ даёт $(2+3; 1+4) = (5; 5)$.

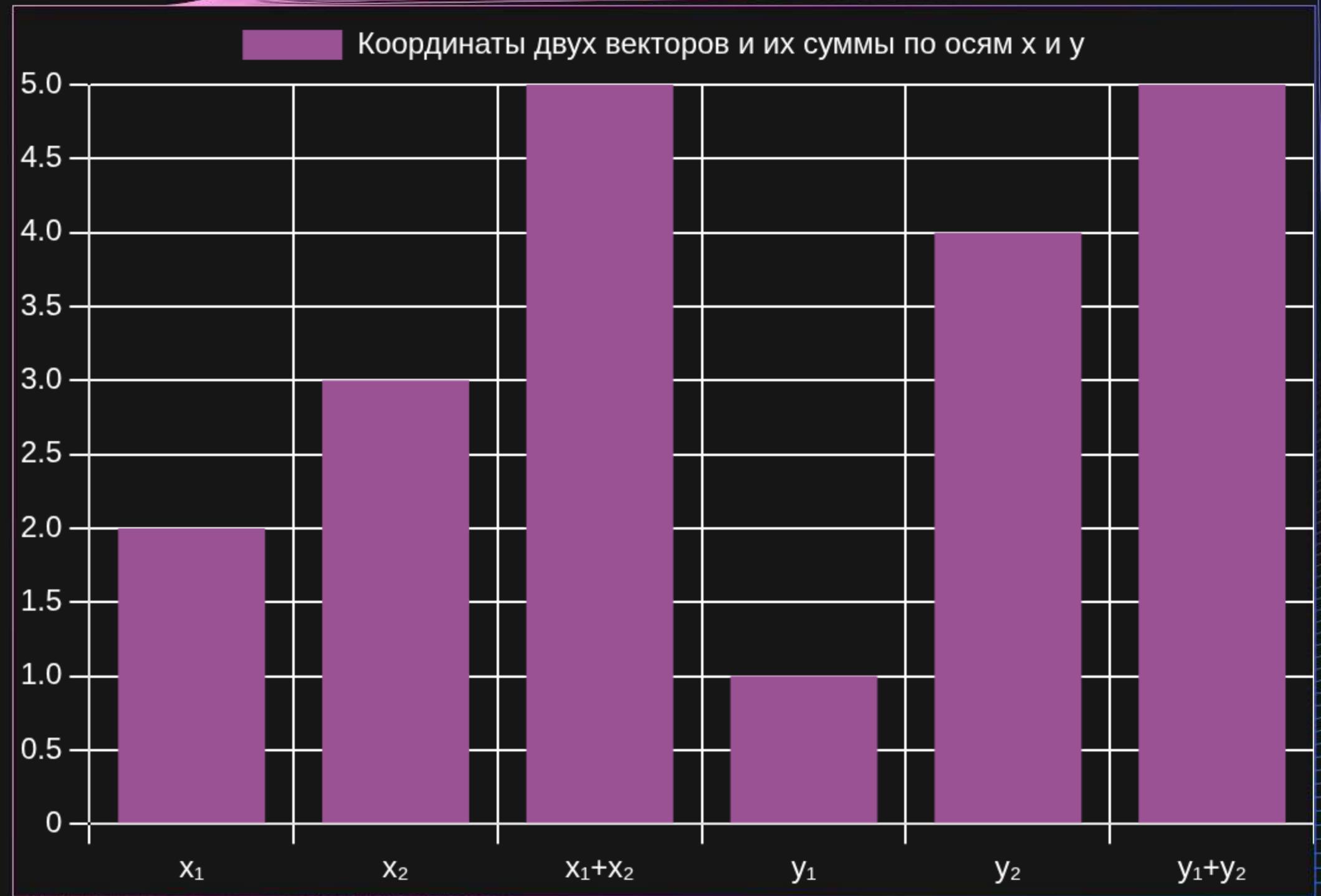
Получившийся вектор $(5; 5)$ показывает движение: на 5 единиц по оси x и на 5 единиц по оси y . Этот способ особенно удобен, когда векторы не нарисованы.

Сложение координат по осям x и y

— Столбцы показывают: координата по x складывается только с координатой по x , а по y — только с координатой по y . Поэтому сумма строится из двух независимых частей.

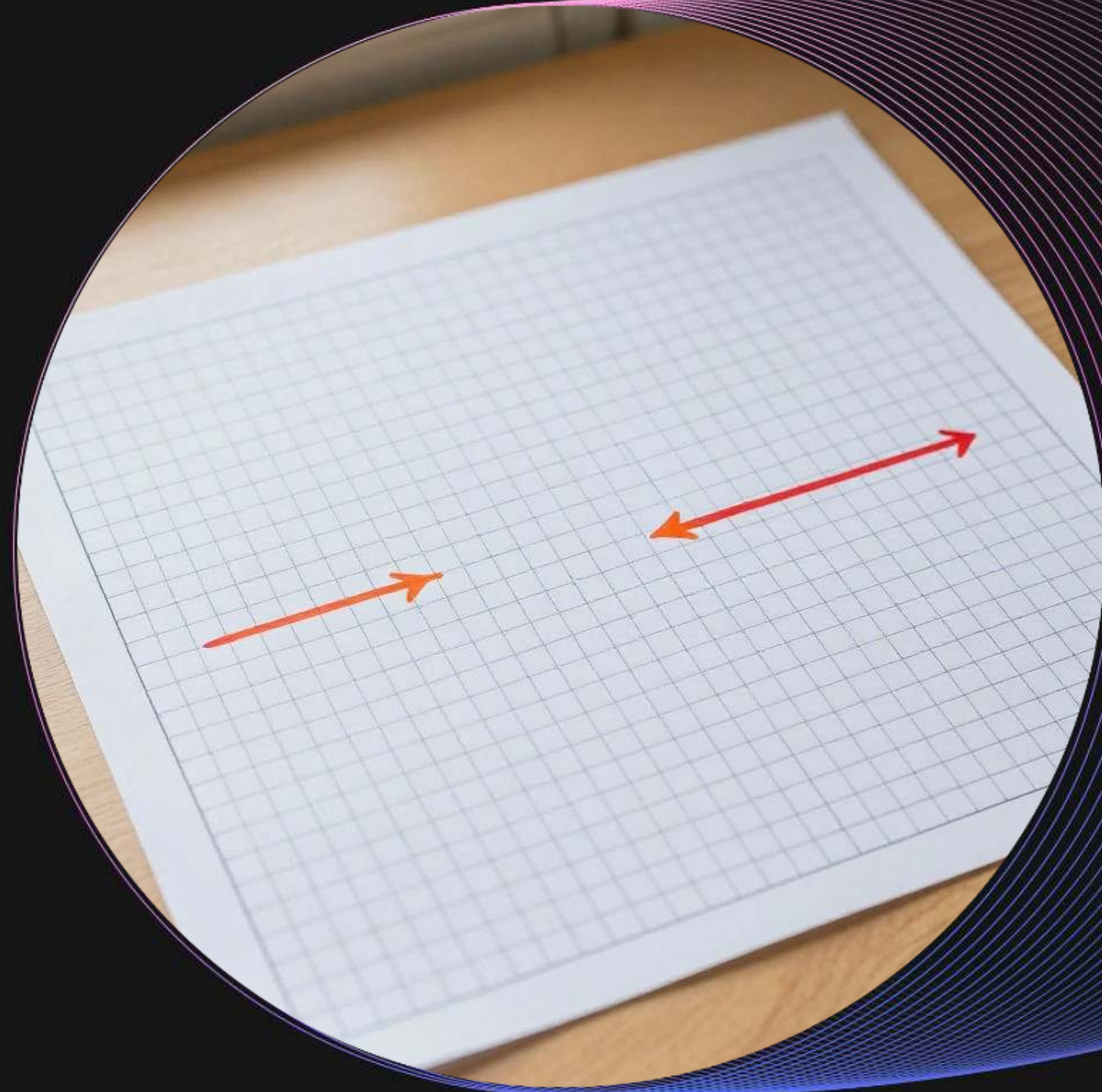
Совместный результат можно получить без рисунка: сначала складывают x , затем складывают y . Если оба значения совпадают с ответом, направление и длина вектора определены верно.

Входные данные примера из слайда: $(2; 1)$ и $(3; 4)$, сумма $(5; 5)$.



Сложение векторов на клетчатой бумаге

- На клетчатой бумаге движение удобно «считать по клеткам». Например, первый вектор идёт на 2 клетки вправо и на 1 клетку вверх: он задаёт сдвиг по горизонтали и вертикали одновременно.
- Второй вектор может идти на 1 клетку вправо и на 3 клетки вверх. Тогда сумма получается как объединение сдвигов: 3 клетки вправо и 4 клетки вверх, образуя диагональ.

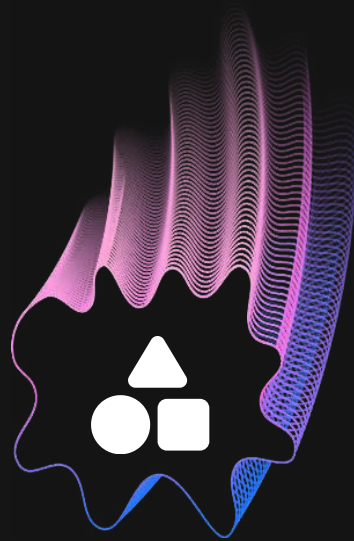


Где в школьных задачах встречается сложение векторов



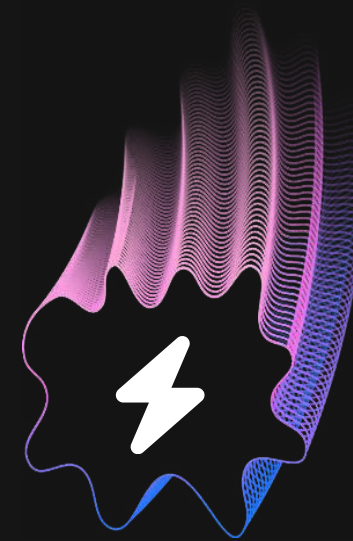
Маршрут на карте

Путь от одной точки к другой можно представить как последовательные шаги. Сложение векторов помогает заменить несколько перемещений одним итоговым сдвигом, который соединяет старт и финиш.



Геометрические построения

При построении фигур на плоскости часто нужно найти результирующий сдвиг стороны или диагонали. Векторная сумма объясняет, почему диагональ получается «из двух действий сразу».



Силы в простых задачах физики

Две силы, направленные под разными углами, дают общий эффект, который изображают результирующим вектором. Сложение векторов показывает, как меняется направление суммарного действия.

Как складываются силы, направленные по-разному

Если силы направлены одинаково, их эффекты складываются напрямую. В противоположных направлениях одна часть действия «компенсируется» другой, поэтому получается меньшая величина результирующей силы.

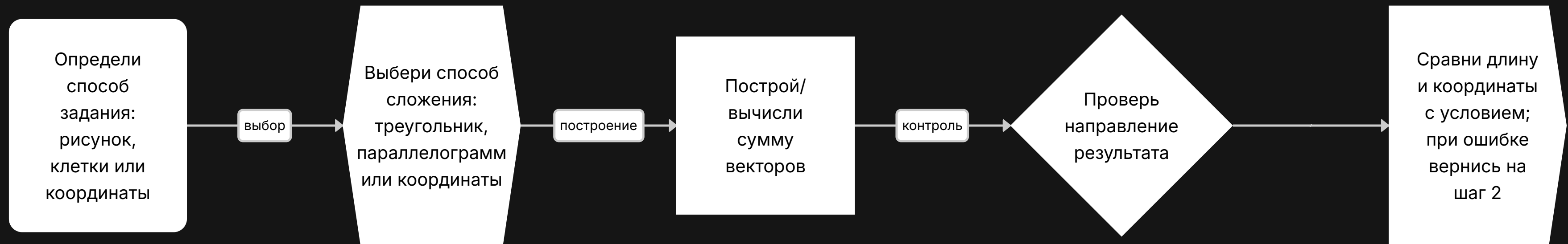
Диаграмма показывает: одни и те же числа 3 и 2 дают разные результаты из-за направления. Значит, важны не только модули, но и ориентация векторов.

Пример из условия: 3 Н и 2 Н; случаи — в одну сторону и в противоположные стороны (без внешних данных).



Алгоритм решения задачи на сложение векторов

Пошаговая схема для задач 7 класса: рисунок, клетки или координаты.



Типичные ошибки при сложении векторов

- При переносе вектора иногда случайно «меняют» длину: пересчитывают клетки неверно или перерисовывают стрелку другой толщины. Важно сохранять модуль и помнить, что перенос не меняет вектор.
- Если векторы заданы координатами, нельзя складывать не те компоненты. Нужно складывать отдельно x с x и y с y ; иначе получится вектор, который не соответствует построению на плоскости.
- Частая ошибка — путать начало и конец стрелки. Если перепутать точки старта и направления, результат может получиться зеркальным, а сумма окажется для другого перемещения.
- На клетчатой бумаге ошибки часто связаны с направлением «вправо/влево» и «вверх/вниз». Проверка: пересчёт шагов по осям и сравнение итогового направления с рисунком помогают избежать неточностей.

Примеры сложения векторов из школьных задач

Условие	Способ сложения	Результат
4 клетки вправо и 3 вверх	Правило треугольника	Диагональный вектор
2 Н вправо и 2 Н влево	Противоположные направления	Нулевой вектор
(1; 2) и (3; 1)	Сложение по координатам	(4; 3)

В таблице показано, как одно и то же правило приводит к одному результирующему вектору в разных сюжетах: по клеткам, для сил и для координат.

Во всех случаях получается один результирующий сдвиг: меняется только способ вычисления. Выбирать метод стоит по тому, как заданы векторы — рисунком, клетками или числами.

Сводный набор примеров из школьной практики (формулировки из задания).

Проверка полученного результата

Проверять сумму можно разными способами: по рисунку, по подсчёту клеток и по координатам.

- Если итоговый вектор совпадает по направлению и длине во всех проверках, решение действительно верное.

Для построений на плоскости полезно сравнить диагональ и «катеты» по клеткам: при

- прямоугольных схемах видно, как складываются шаги по осям x и y . Это снижает риск случайной ошибки.

Особенно важна проверка, когда векторы даны не только числами, но и чертежом. Тогда легко

- заметить несоответствие начала и конца стрелок или неправильный счёт вправо и вверх.

Итог: векторная сумма показывает общий эффект

Сложение векторов описывает общий результат нескольких перемещений или действий. Вектор можно переносить, сохраняя длину и направление, а основные методы — треугольник, параллелограмм и сложение по координатам. Для 7 класса это связывает рисунок, клетки и вычисления.