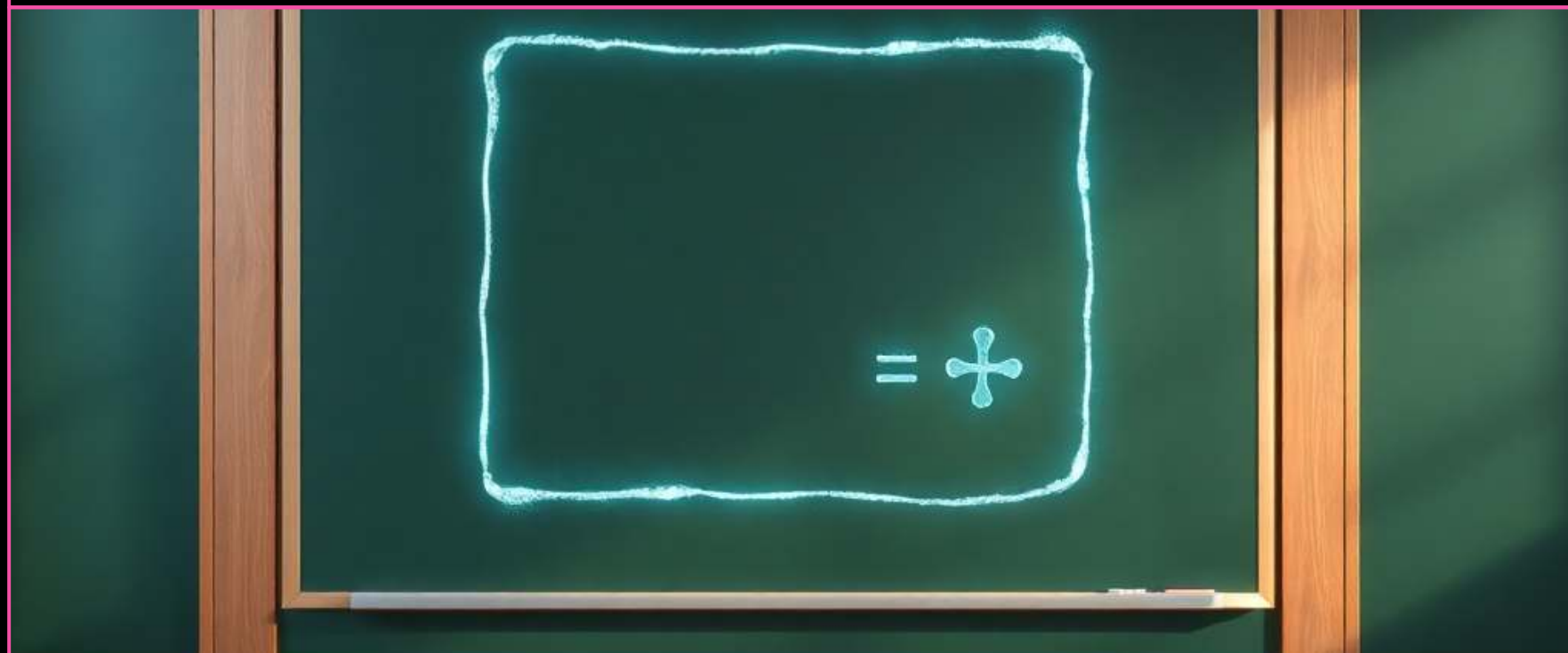


РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ



Сложное уравнение можно превратить в несколько простых и быстро найти корни.



ПОЧЕМУ ЭТОТ СПОСОБ ВАЖЕН В 7 КЛАССЕ

Разложение на множители помогает быстрее решать уравнения, упрощать выражения и проверять равенства. Этот приём связан с многочленами, раскрытием скобок и поиском неизвестного, поэтому он нужен почти в каждой теме алгебры дальше.



ЧТО ТАКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ

СМЫСЛ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Разложение на множители – это представление многочлена в виде произведения двух или нескольких выражений. Такое преобразование делает запись короче и помогает увидеть структуру уравнения.

01

ПРИМЕРЫ ЗАПИСИ

Например, $x^2 - 9$ можно записать как $(x - 3)(x + 3)$, а $2x^2 + 6x$ – как $2x(x + 3)$. В обоих случаях исходное выражение заменяется произведением более простых множителей.

02

ПОЛЬЗА ДЛЯ УРАВНЕНИЙ

Когда уравнение записано в виде произведения, часто появляется форма $A \cdot B = 0$. Тогда можно отдельно рассматривать каждый множитель и искать значения переменной, которые обращают его в ноль.

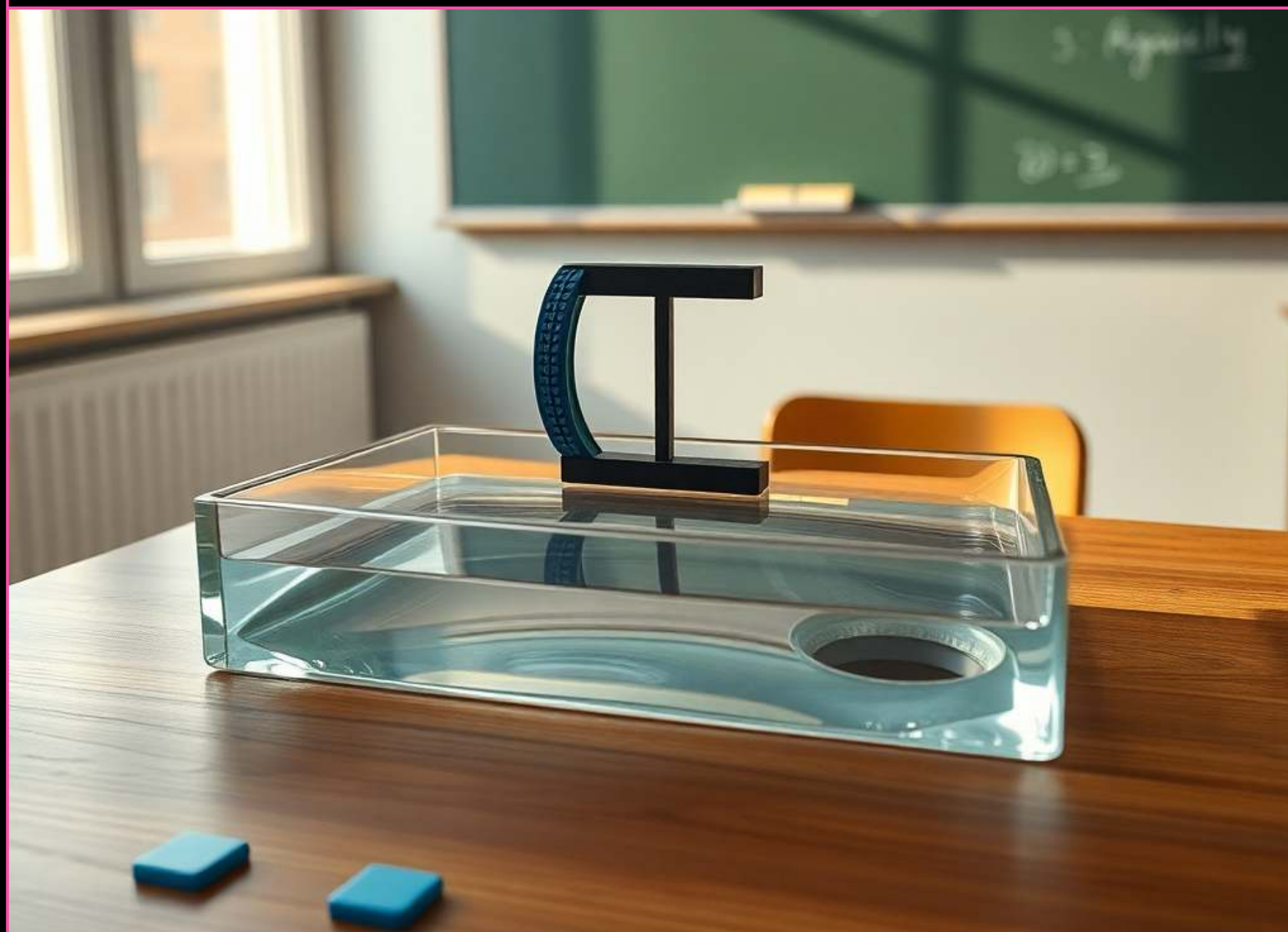
03

СВЯЗЬ С КОРНЯМИ

Корень уравнения – это число, при котором значение выражения равно нулю. Поэтому разложение на множители помогает не угадывать ответ, а находить его по чёткой схеме.

04

ПРАВИЛО НУЛЯ ПРОИЗВЕДЕНИЯ



Главная идея

Если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей тоже равен нулю. Иначе умножение не даст ноль, поэтому это правило удобно использовать для поиска корней.

Пример применения

В записи $(x-5)(x+2)=0$ нужно отдельно рассмотреть оба множителя. Получаем два уравнения: $x-5=0$ и $x+2=0$. Каждый из них решается самостоятельно.

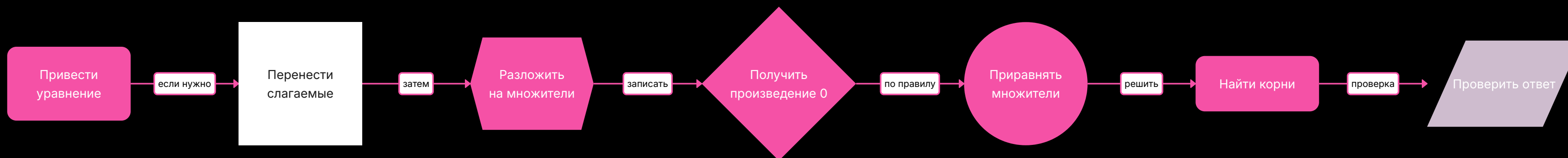
Ответ уравнения

Из первого уравнения получается $x=5$, из второго – $x=-2$. Значит, у исходного уравнения два корня, и оба должны быть записаны в ответе.



КАК РЕШАТЬ УРАВНЕНИЕ ЧЕРЕЗ МНОЖИТЕЛИ

Последовательность шагов от преобразования записи до проверки ответа





ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

ЧТО ИСКАТЬ СНАЧАЛА

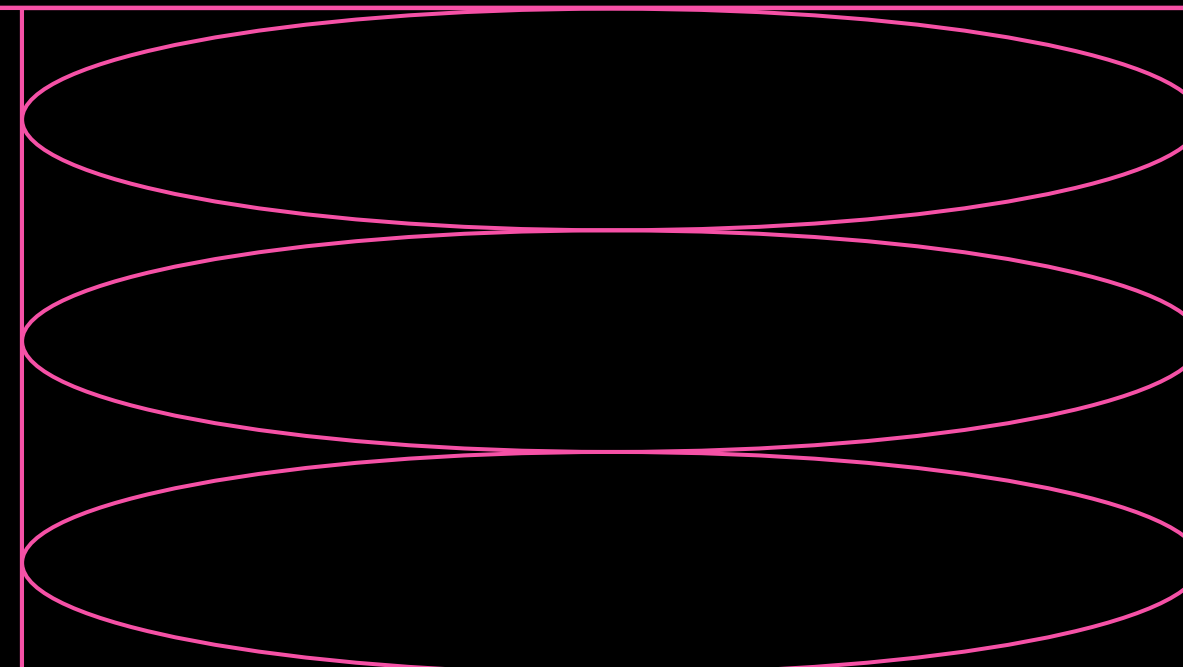
Сначала нужно посмотреть, есть ли в каждом слагаемом одинаковая часть: число, буква или степень. Если она повторяется, её можно вынести за скобки и упростить запись.

01

КАК ЭТО ВЫГЛЯДИТ

Например, $3x^2+6x$ превращается в $3x(x+2)$, а $5a-15$ – в $5(a-3)$. После такого шага выражение становится короче, а дальнейшее решение – заметно проще.

02



КОГДА ПРИЁМ ОСОБЕННО ПОЛЕЗЕН

Этот способ особенно удобен в выражениях, где общий множитель не бросается в глаза сразу. Он часто становится первым шагом перед использованием правила нуля произведения.

03



РАЗЛОЖЕНИЕ ГРУППИРОВКОЙ

ИДЕЯ МЕТОДА

Группировка помогает, когда многочлен удобно разбить на пары слагаемых. Сначала внутри каждой пары выделяют общий множитель, а потом ищут общий множитель уже для всей записи.

ПРИМЕР РАЗЛОЖЕНИЯ

Выражение $ax+ay+bx+by$ можно переписать как $a(x+y)+b(x+y)$, а затем как $(a+b)(x+y)$. Так появляется произведение, которое легче использовать при решении уравнений.

ПОЧЕМУ ЭТО УДОБНО

Метод особенно полезен, если общий множитель не замечен сразу. Он показывает, как из длинной суммы получить компактное произведение, не меняя значения выражения.

ЧТО ВАЖНО ЗАМЕТИТЬ

Чтобы группировка сработала, нужно правильно объединить слагаемые и не потерять знаки. После преобразования полезно проверить, действительно ли полученные скобки совпадают в обеих частях записи.



КАКИЕ ПРИЁМЫ РАЗЛОЖЕНИЯ ВСТРЕЧАЮТСЯ ЧАЩЕ ВСЕГО

На уроках чаще всего
сначала используют самые
простые преобразования,
а затем переходят к более
сложным приёмам.

Основу составляют общий
множитель и формулы;
группировка и отрицательный
множитель нужны реже,
но тоже важны.

Обобщение учебных заданий по теме «Разложение
на множители»

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

КВАДРАТ РАЗНОСТИ

Формула $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ похожа на предыдущую, но средний член имеет знак минус. Она помогает узнавать и разлагать многочлены без долгих вычислений.

РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ

Формула $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ помогает быстро разложить выражение, если оно состоит из разности двух квадратов. Она часто используется при решении уравнений и упрощении выражений.

КВАДРАТ СУММЫ

Запись $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ показывает, как выглядит квадрат суммы. Эта формула удобна, когда в многочлене есть квадрат, удвоенное произведение и второй квадрат.



СРАВНЕНИЕ СПОСОБОВ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ

Приём	Когда используют	Пример
Общий множитель	Общее слагаемое	$6x^2+12x=6x(x+2)$
Группировка	Четыре слагаемых	$ax+ay+bx+by=(a+b)(x+y)$
Разность квадратов	Вид a^2-b^2	$x^2-16=(x-4)(x+4)$
Квадрат суммы	Есть квадрат и $2ab$	$x^2+6x+9=(x+3)^2$

Вид выражения подсказывает, какой приём разложения выбрать. Это экономит время и снижает риск ошибки.

Форма выражения обычно сразу подсказывает нужный способ. Чем лучше распознан вид многочлена, тем быстрее находится разложение.

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ, КОТОРЫЕ УДОБНО РАСКЛАДЫВАТЬ



Узнаваемый вид

Если квадратный трёхчлен легко раскладывается на множители, уравнение решается без длинных вычислений. Достаточно заметить подходящие числа в свободном члене и коэффициенте при x .

Переход к произведению

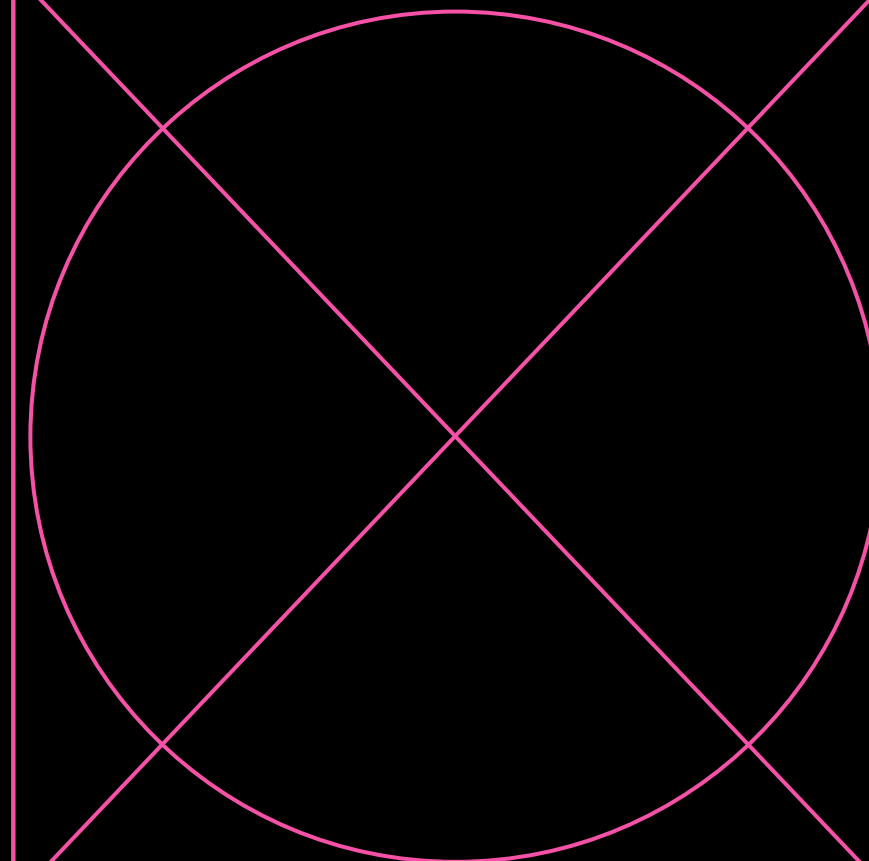
Для уравнения x^2+5x+6 левую часть можно записать как $(x+2)(x+3)$. После этого остаётся применить правило нуля произведения и рассмотреть каждый множитель отдельно.

Быстрый результат

Из равенств $x+2=0$ и $x+3=0$ получаем корни $x=-2$ и $x=-3$. Такой способ особенно удобен, когда коэффициенты небольшие и разложение видно сразу.



УРАВНЕНИЯ, КОТОРЫЕ СНАЧАЛА НУЖНО ПРЕОБРАЗОВАТЬ



1. Привести к нулю

Сначала уравнение удобно записать так, чтобы справа стоял ноль. Это помогает увидеть, можно ли вынести общий множитель или использовать формулы сокращённого умножения.

01

2. Разложить левую часть

Затем выражение преобразуют в произведение. Например, $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$, а $2x^2 - 8$ сначала записывают как $2(x^2 - 4)$, чтобы продолжить разложение.

02

3. Найти корни

После разложения каждый множитель приравнивают к нулю. Так получают все решения: $x = 2$ и $x = -2$, либо корни, соответствующие исходному уравнению после проверки.

03

ПРОВЕРКА НАЙДЕННЫХ КОРНЕЙ

ПОДСТАВИТЬ ЗНАЧЕНИЕ

Каждый найденный корень нужно подставить в исходное уравнение, а не только в уже преобразованную запись. Это показывает, действительно ли число подходит к задаче.

01

СРАВНИТЬ РЕЗУЛЬТАТ С НУЛЁМ

Если левая часть после подстановки обращается в ноль, корень найден верно. Когда получается другое число, значит, при решении допущена ошибка в вычислениях или разложении.

02

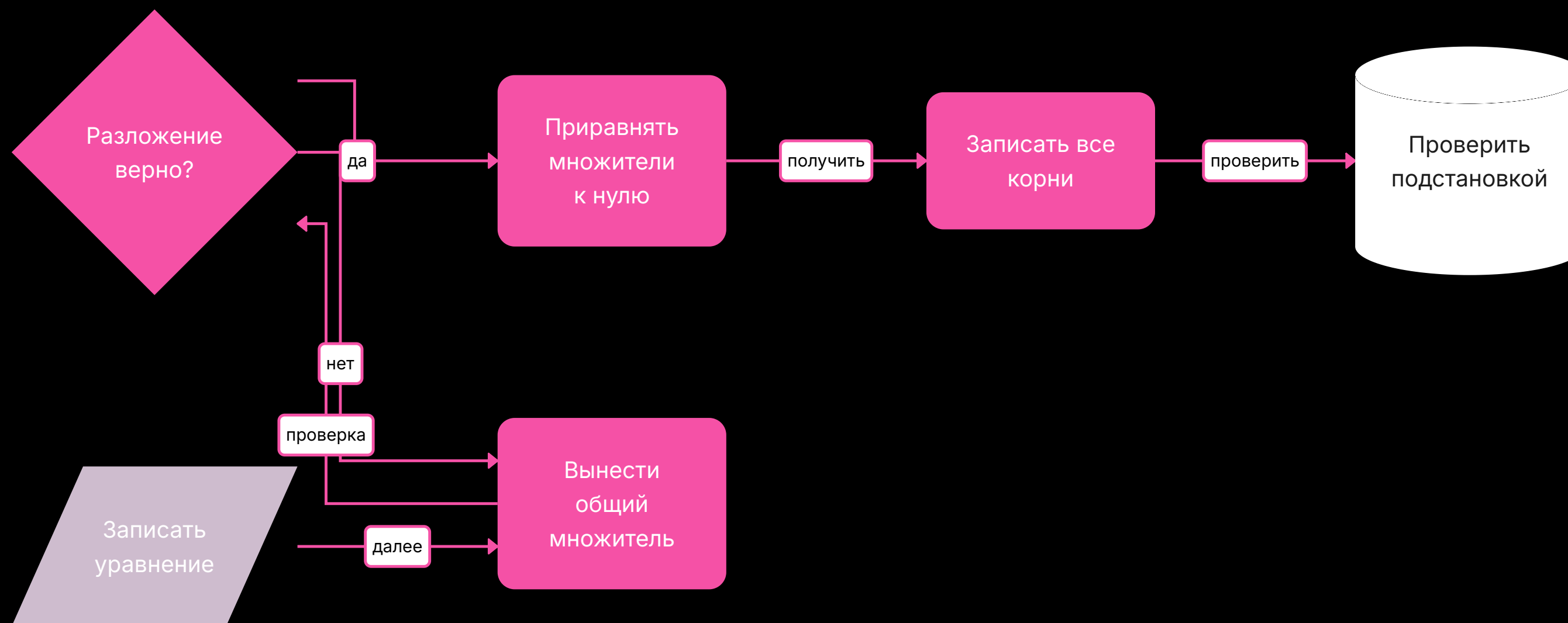
НЕ ЗАБЫТЬ ОБ ОГРАНИЧЕНИЯХ

Проверка особенно важна в уравнениях с дробями, корнями и ограничениями на переменную. Она помогает не принять посторонний ответ и не потерять правильное решение.

03

КАК ИЗБЕЖАТЬ ОШИБОК ПРИ РЕШЕНИИ

Последовательность действий помогает не пропустить корни и вовремя заметить неточность в преобразованиях.





Типичные ошибки в решении уравнений

Наибольшие трудности возникают на этапе преобразования выражения: именно здесь чаще всего теряются знаки и отдельные корни.

Основные ошибки связаны с внимательностью, а не со сложностью темы; значит, аккуратная запись и проверка дают заметный результат.

Составлено по данным, указанным в материалах урока.



ПРИМЕР РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПО ШАГАМ

РАЗЛОЖЕНИЕ

Представляем левую часть как $(x-3)(x-4)$. Такое разложение удобно, потому что числа 3 и 4 в сумме дают 7, а в произведении – 12.

КОРНИ

Из первых равенств находим $x=3$ и $x=4$. Оба значения нужно сохранить, потому что каждое из них делает произведение равным нулю.

ИСХОДНОЕ УРАВНЕНИЕ

Записываем $x^2-7x+12=0$. Видим квадратный трёхчлен, который можно попробовать разложить на два множителя без лишних преобразований.

НУЛЕВОЙ МНОЖИТЕЛЬ

По правилу нуля произведения получаем $x-3=0$ или $x-4=0$. Теперь каждое уравнение стало линейным и решается отдельно.

ПРОВЕРКА

Подстановка в исходное уравнение показывает, что $x=3$ и $x=4$ действительно подходят. Это подтверждает, что разложение и вычисления выполнены верно.

МИНИ-ПРАКТИКА ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Сравните уравнение, разложение и ответ. Во всех примерах решение основано на нулях множителей.

Все примеры решаются через разложение на множители, а затем – через приравнивание каждого множителя к нулю.

Уравнение	Разложение	Корни
$x^2 - 1 = 0$	$(x - 1)(x + 1) = 0$	1, -1
$x^2 + 6x + 9 = 0$	$(x + 3)^2 = 0$	-3
$3x^2 - 12x = 0$	$3x(x - 4) = 0$	0, 4
$x^2 - 25 = 0$	$(x - 5)(x + 5) = 0$	5, -5

ГДЕ РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ ВСТРЕЧАЕТСЯ В ЗАДАЧАХ



Площадь, которую удобно переписать

Периметр и неизвестная сторона

В задачах на площадь разложение помогает увидеть скрытую структуру выражения. Если площадь прямоугольника записана как $x^2 - 9$, её можно представить как $(x - 3)(x + 3)$ и сразу понять, какие стороны могли дать такой результат.

Когда в задаче нужно найти длину стороны или составить выражение для периметра, разложение упрощает запись. Оно показывает, как одно сложное выражение превращается в произведение удобных множителей и делает ответ нагляднее.

КОГДА РАЗЛОЖЕНИЕ ПОМОГАЕТ ОСОБЕННО СИЛЬНО

Чем менее очевиден ответ, тем полезнее сначала преобразовать выражение в произведение. Это экономит время и делает решение более прозрачным.

Метод особенно важен там, где нельзя сразу увидеть корни: для квадратных трёхчленов, разности квадратов и многочленов с несколькими слагаемыми.

Схематическая оценка по типам заданий из темы урока.

***РАЗЛОЖЕНИЕ
ОТКРЫВАЕТ ПУТЬ
К РЕШЕНИЮ***



Разложение на множители переводит уравнение на понятный язык произведений. Если применять общий множитель, группировку и формулы сокращённого умножения, корни находятся быстрее, а проверка защищает от ошибок.