



От отрезка со стрелкой — к координатам, движениям и задачам.

Векторы в геометрии: что это такое и где они встречаются



Зачем векторы нужны уже в 7 классе

Векторы помогают описывать не только форму, но и движение на плоскости. С ними удобно сравнивать перемещения, работать с координатами и готовиться к более сложной геометрии и физике.

Что такое вектор

01 Направленный отрезок

Вектор — это отрезок, у которого есть начало и конец, поэтому он показывает не просто расстояние, а ещё и направление движения от одной точки к другой.

02 Как его обозначают

Вектор обычно записывают стрелкой над буквами или парой букв, например $\vec{AB}$. Такое обозначение сразу показывает, от какой точки к какой направлен отрезок.

03 Два главных признака

Любой вектор характеризуется длиной и направлением. Если хотя бы один из этих признаков изменится, вектор уже будет другим, даже при одинаковом внешнем виде на рисунке.

04 Почему это важно

Именно сочетание длины и направления делает вектор удобным для описания перемещений, сил, скоростей и других величин, которые нельзя полностью описать одним числом.



Как изображают вектор на чертеже

Стрелка на отрезке

Вектор рисуют как отрезок со стрелкой на конце. Стрелка показывает, в какую сторону направлен вектор, а сам отрезок — его длину на чертеже.

Три важных элемента

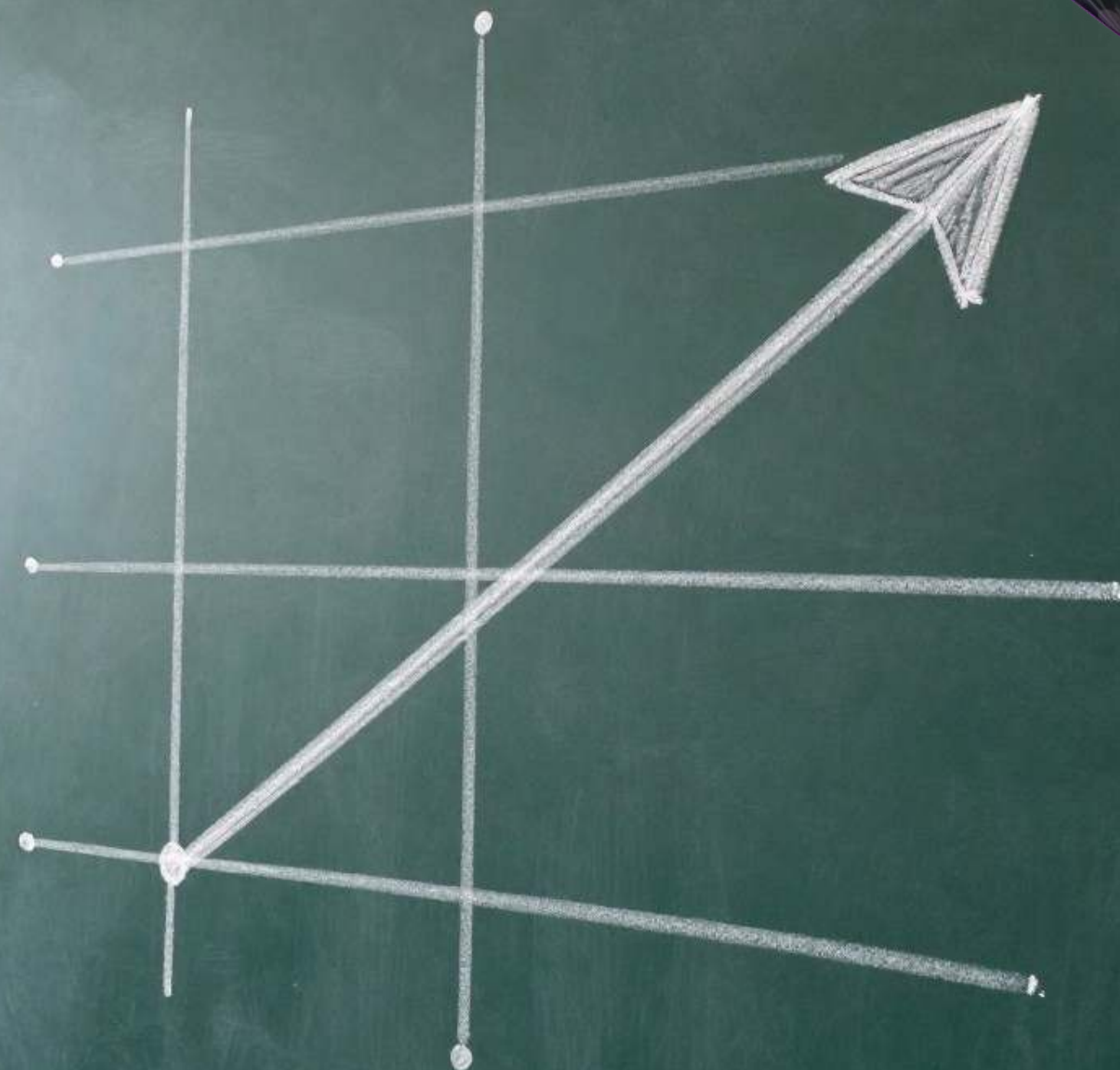
При чтении рисунка смотрят на начальную точку, конечную точку и длину стрелки. Вместе они помогают понять, как именно задан вектор на плоскости.

Свободное расположение

Вектор можно перенести в другое место плоскости, если сохранить длину и направление. Поэтому векторы считают одинаковыми не по положению, а по их свойствам.

Сравнение на сетке

На координатной сетке удобно видеть, чем векторы отличаются друг от друга: длиной, направлением или обоими признаками сразу. Это помогает быстрее читать чертежи и схемы.



Основные характеристики вектора

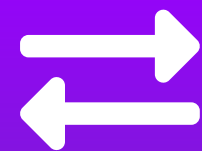
Характеристика	Значение	Пример
Модуль	Длина отрезка	5 см
Направление	Куда указывает стрелка	Вправо вверх
Равные векторы	Одинаковая длина и направление	$\vec{AB} = \vec{CD}$
Противоположные	Та же длина, но обратное направление	$\vec{AB}$ и $\vec{BA}$
Нулевой вектор	Длина равна 0	$\vec{0}$

Сравним главные признаки вектора и посмотрим, как они проявляются на примерах.

Вектор нельзя описать только длиной: для него одинаково важны и числовая величина, и направление.

Определения и свойства векторов из школьного курса геометрии

Равные, противоположные и нулевой векторы



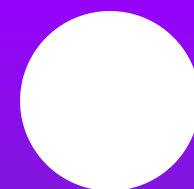
Противоположные векторы

У противоположных векторов длина одинакова, а направления противоположны. Если один показывает движение вправо, то другой — такое же по длине движение влево.



Равные векторы

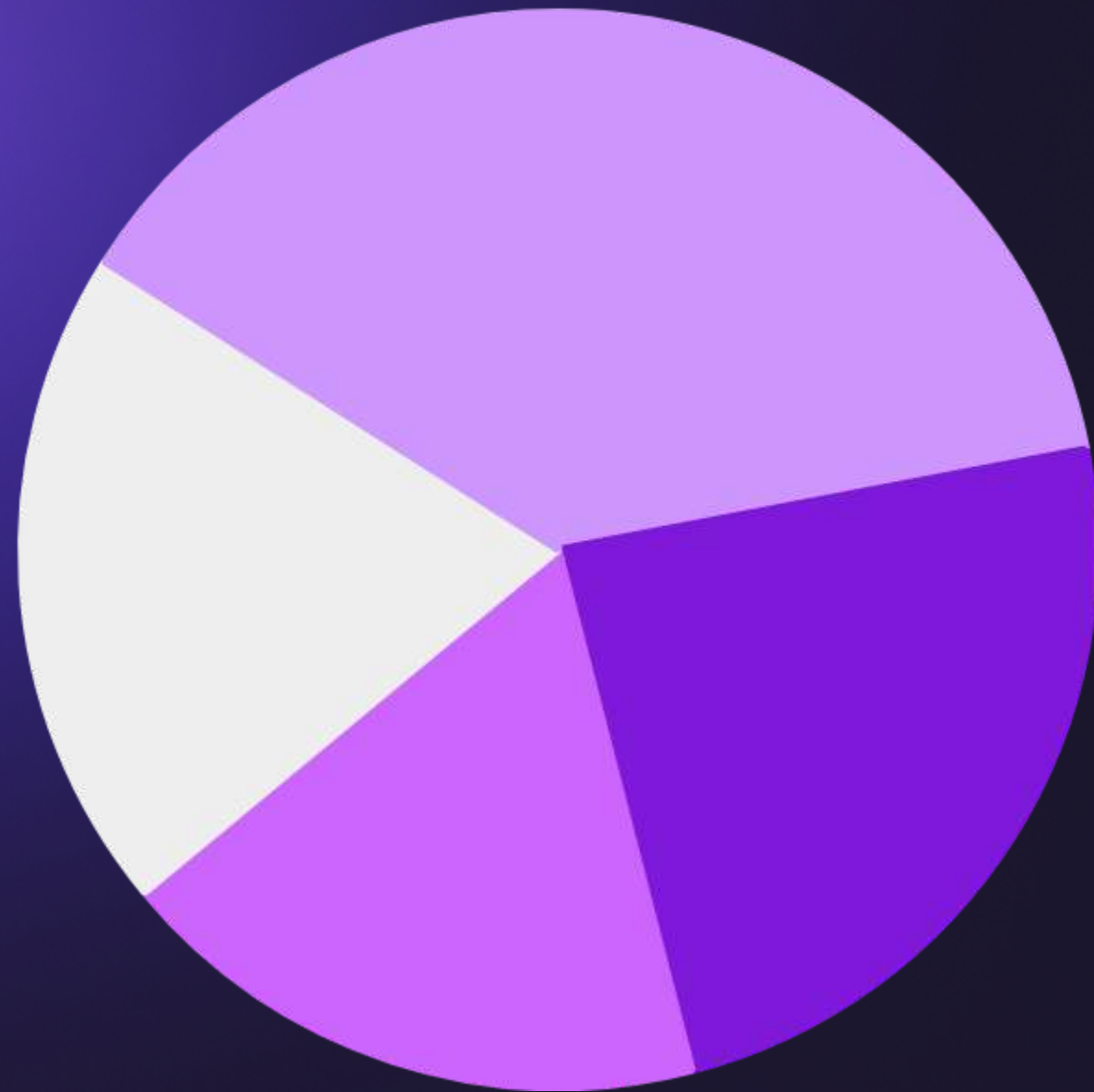
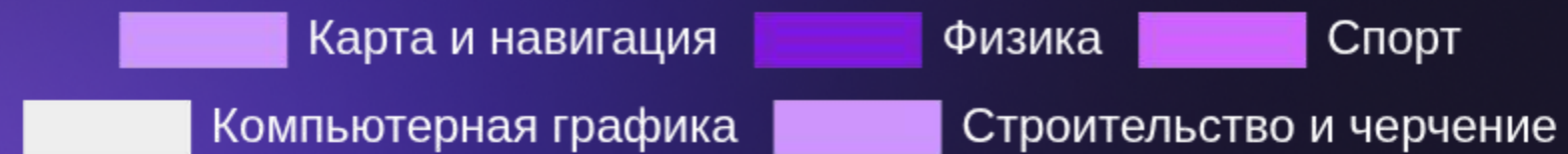
Такие векторы могут находиться в разных местах рисунка, но остаются одинаковыми, если у них совпадают длина и направление. Положение на плоскости при этом не важно.



Нулевой вектор

Нулевой вектор не показывает перемещение: его длина равна нулю, а направление отсутствует. Он помогает обозначать ситуацию, когда точка не сдвинулась.

Где встречаются векторы в жизни



Во многих задачах важны не только расстояния, но и точное направление, поэтому векторы становятся удобным языком описания.

Наиболее заметны векторы там, где нужно описывать движение, силу или перенос объекта, а не только его положение.

Учебные примеры применения векторов в геометрии, физике и информатике

Координаты вектора записывают парой чисел. Они позволяют описать направление и величину смещения без чертежа и удобно использовать в вычислениях.

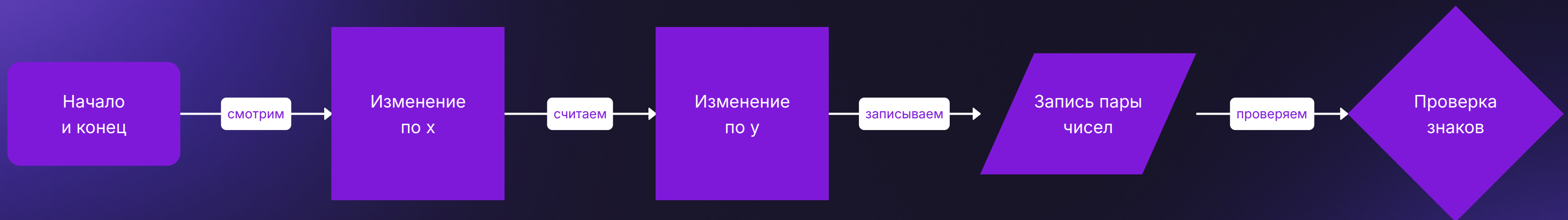
2

числа полностью задают вектор на плоскости: смещение по оси x и по оси y .

Формула координат вектора: $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$, школьный курс геометрии

Как находят координаты вектора

Последовательность действий при работе с вектором на координатной плоскости.



Сложение векторов по правилу треугольника

01

Первый вектор

Сначала изображают первый вектор и внимательно смотрят, где находится его конец. Именно к этой точке затем нужно присоединить второй вектор.

02

Перенос второго

Второй вектор переносят так, чтобы его начало совпало с концом первого. При этом длина и направление не меняются, иначе получится уже другой вектор.

03

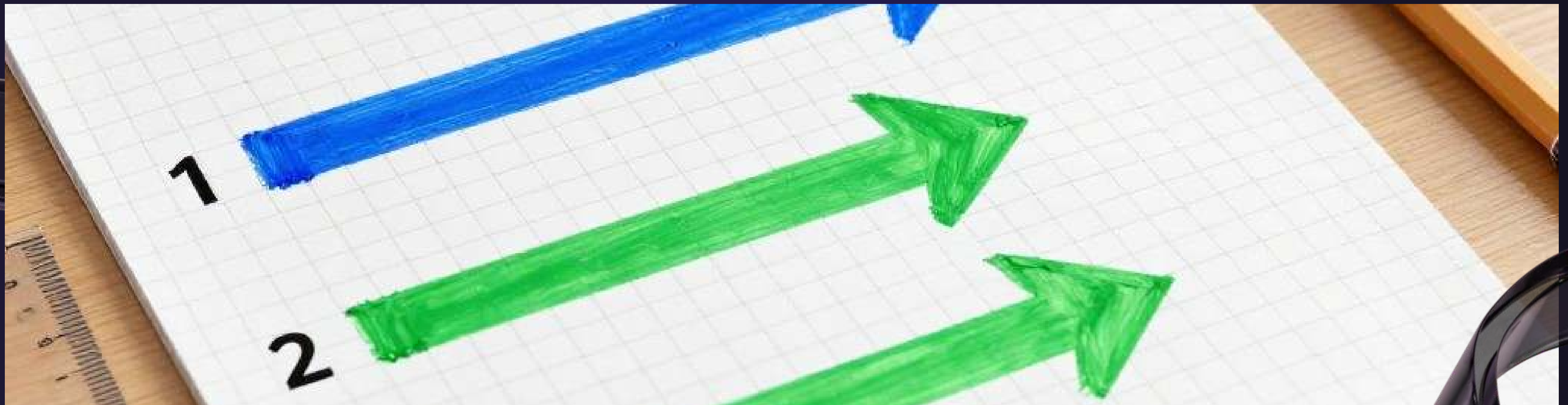
Сумма как результат

Суммой называют вектор, который соединяет начало первого вектора с концом второго. Он показывает общее перемещение после двух последовательных шагов.

04

Зачем это удобно

Такой способ помогает видеть сложение как одно итоговое движение. Это особенно полезно в задачах на перемещение по клеткам, маршруты и последовательные переходы.

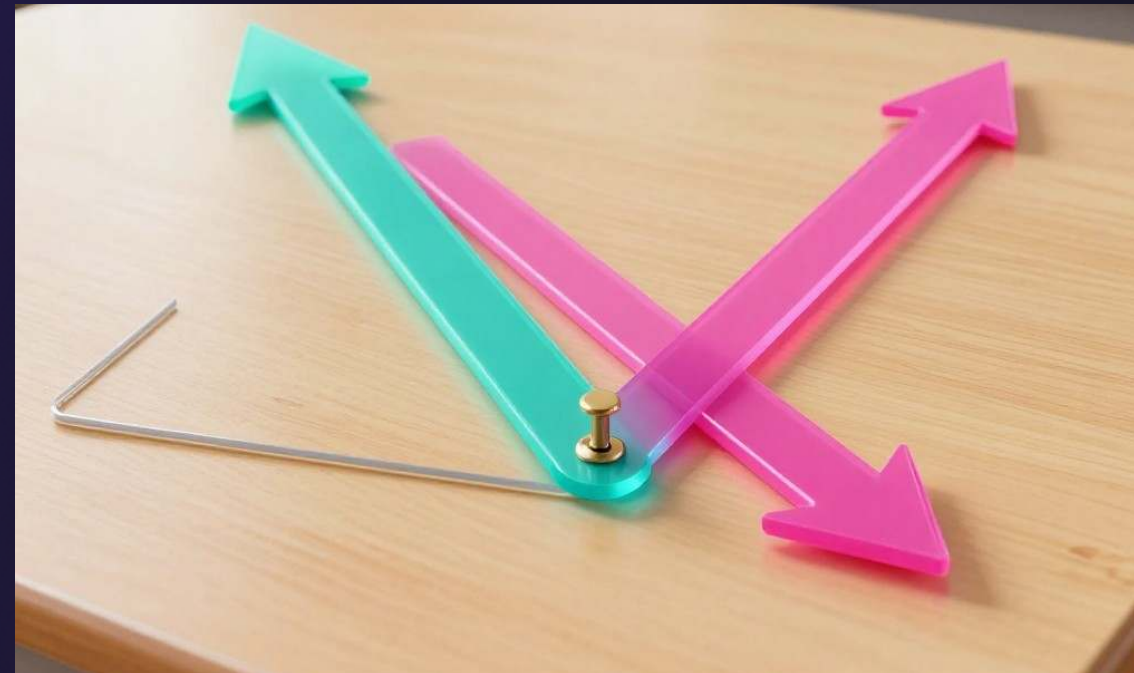


Параллелограмм показывает сумму сразу двух векторов



Два шага — один результат

Два вектора можно «собрать» в общий ход, если перенести один из них так, чтобы он начинался в конце другого. Получится диагональ параллелограмма, построенного на этих векторах. Она показывает итоговое направление и длину суммы.



Одна точка, две стрелки

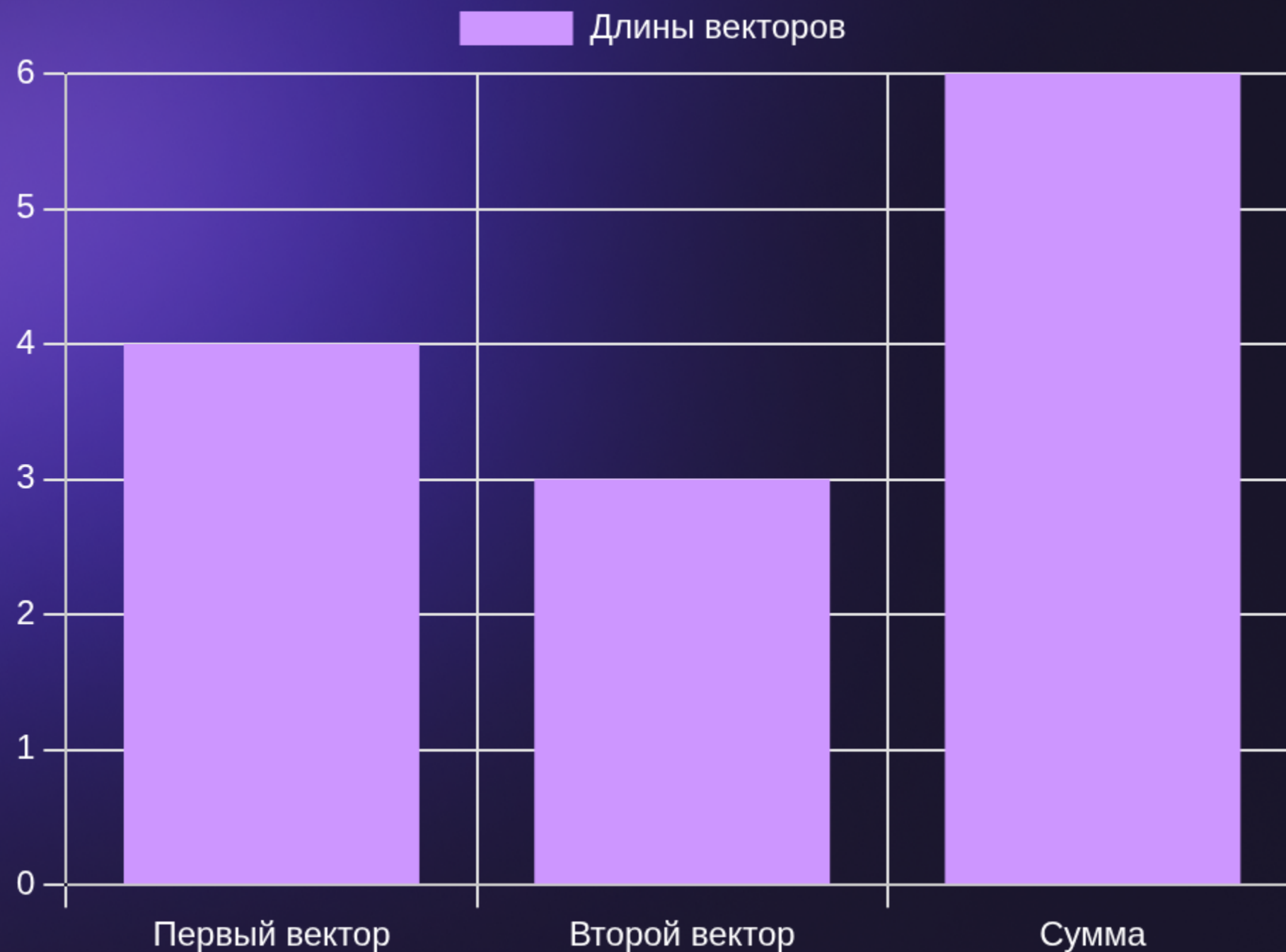
Когда оба вектора выходят из одной точки, вокруг них удобно достроить параллелограмм. Его соседние стороны совпадают с данными векторами, а диагональ, проведённая из общей точки, становится их суммой. Так рисунок сразу показывает общий результат сложения.



Почему способ удобен

Правило параллелограмма помогает увидеть не только ответ, но и логику сложения. Если векторы направлены близко друг к другу, диагональ становится длиннее; если они расходятся, итоговый вектор меняет направление. Это делает чертёж наглядным и понятным.

Как меняется длина при сложении векторов



На рисунке показан учебный пример: два вектора направлены близко друг к другу, поэтому их сумма заметно больше каждого по отдельности.

При согласованном направлении длина суммы растёт; при противоположных направлениях результат становится короче.

Иллюстративный учебный пример по условию задания

Вычитание векторов

■ Заменяем вычитание сложением

Чтобы найти разность векторов, к первому прибавляют противоположный второму. Запись $a - b = a + (-b)$ помогает работать по уже знакомому правилу сложения и не путать направление стрелки.

■ Что делает противоположный вектор

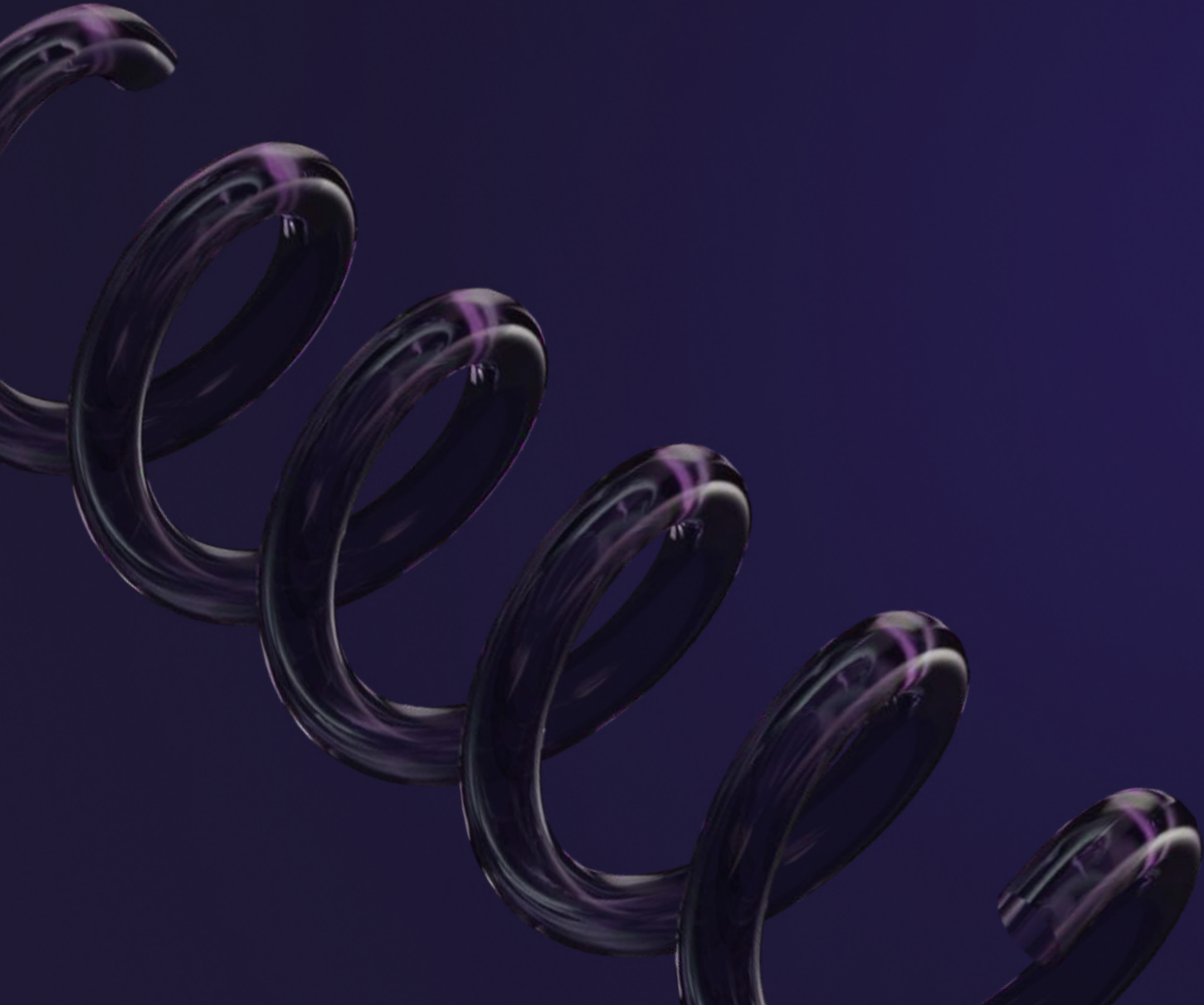
У противоположного вектора та же длина, но стрелка направлена в другую сторону. Именно поэтому он «компенсирует» исходный вектор и позволяет сравнить два перемещения или два направления движения.

■ Где это пригодится

Вычитание удобно, когда нужно найти, насколько одно перемещение отличается от другого. Этот приём используют при решении геометрических задач и при работе с координатами, где важны и знак, и направление.



От умножения к новому вектору



Исходный вектор

Берут вектор с заданной длиной и направлением. Он служит основой для дальнейшего изменения.

Умножение на положительное число

Длина вектора увеличивается или уменьшается, но направление остаётся прежним. Получается вектор, сонаправленный исходному.

Умножение на отрицательное число

Длина изменяется так же, но направление меняется на противоположное. Стрелка поворачивается в обратную сторону.

Умножение на ноль

Получается нулевой вектор. Его длина равна нулю, а направление не задаётся.

Координатная запись вектора на примерах



Знаки координат показывают, в какую сторону идёт смещение: вправо-влево и вверх-вниз.

По координатам можно восстановить направление вектора и сравнить его с другими без чертежа.

Учебные примеры по условию задания; значения длины округлены

Скалярные и векторные величины



Сравнение показывает, какие величины задаются только числом, а какие требуют ещё и направления.

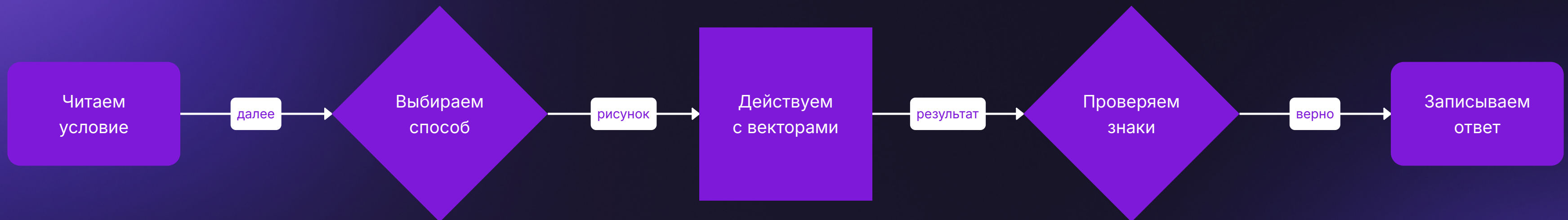
Скалярные величины описывают только размер, а векторные — размер и направление одновременно.

Величина	Направление	Пример
Скалярная	нет	время
Скалярная	нет	масса
Векторная	есть	сила



Порядок решения задач на векторы

Схема показывает последовательность действий при работе с рисунком, координатами и формулами.



Где векторы помогают каждый день

Навигация и карты

Векторы помогают описывать маршрут и направление движения на карте. Это удобно, когда важно не просто знать расстояние, а понимать, куда именно нужно повернуть и как изменится положение объекта.

Физика движения

В физике вектором записывают силу, скорость и перемещение. Такой способ показывает, в какую сторону действует тело или как оно движется, поэтому задачи становятся нагляднее и точнее.

Спорт и траектории

В спорте векторы помогают анализировать траекторию мяча, прыжка или броска. Направление и длина стрелки позволяют сравнивать движения и понимать, почему результат меняется.

Игры и 3D-графика

В компьютерных играх и 3D-графике векторы задают перемещение объектов, их повороты и положение в пространстве. Без них было бы трудно управлять движением сцены и персонажей.

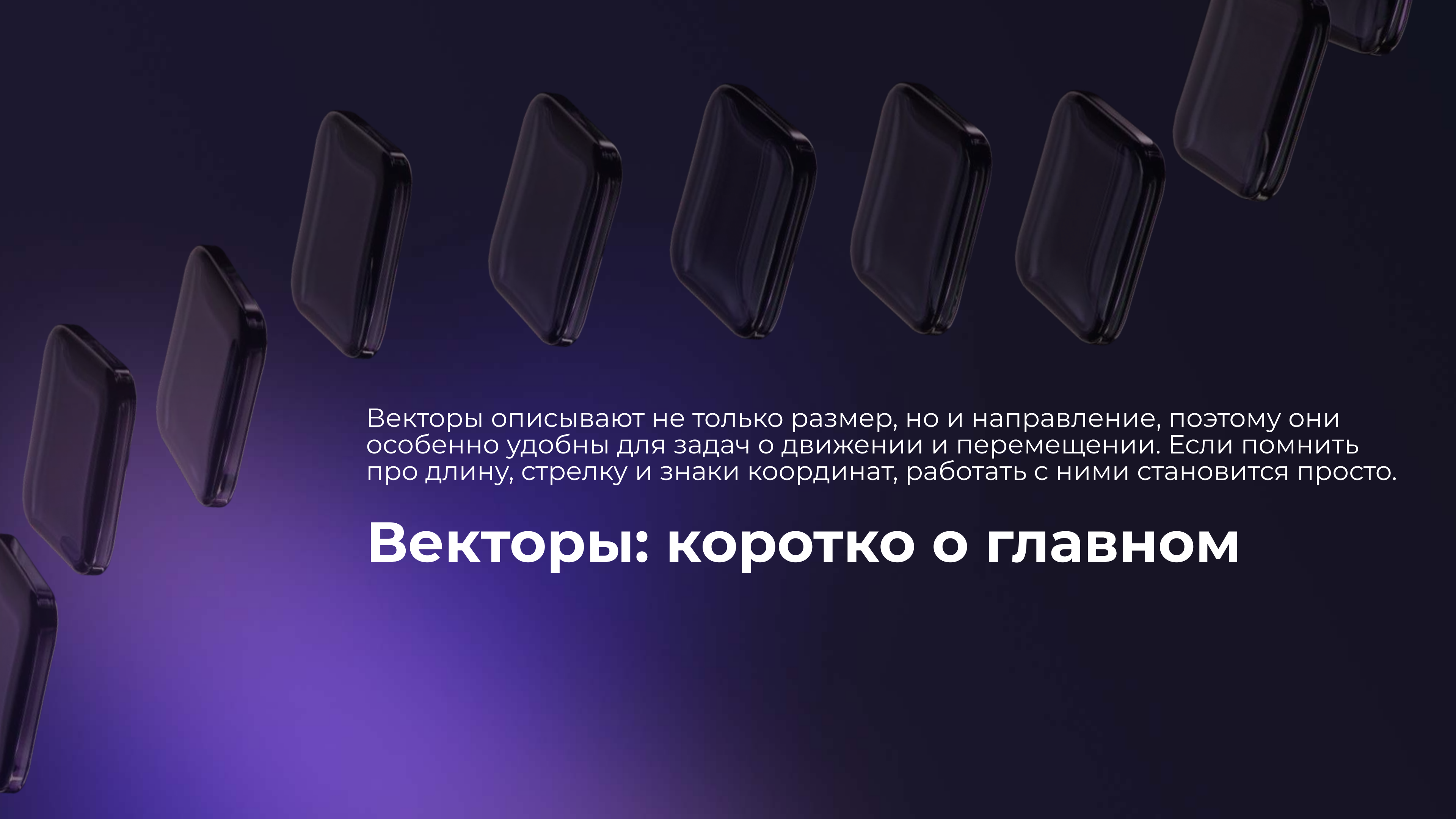


Типичные ошибки при работе с векторами

Ошибка	Причина	Как правильно
Путаны концы	неверный взгляд	смотреть на стрелку
Сложение сдвинуто	не перенесли	совместить начало
Знак неверный	ошибка оси	проверить направление

Перед ответом полезно проверить стрелку, длину и знаки координат: именно здесь чаще всего возникают ошибки.

Большинство ошибок связано не с формулой, а с невнимательностью к направлению и порядку построения.



Векторы описывают не только размер, но и направление, поэтому они особенно удобны для задач о движении и перемещении. Если помнить про длину, стрелку и знаки координат, работать с ними становится просто.

Векторы: кратко о главном