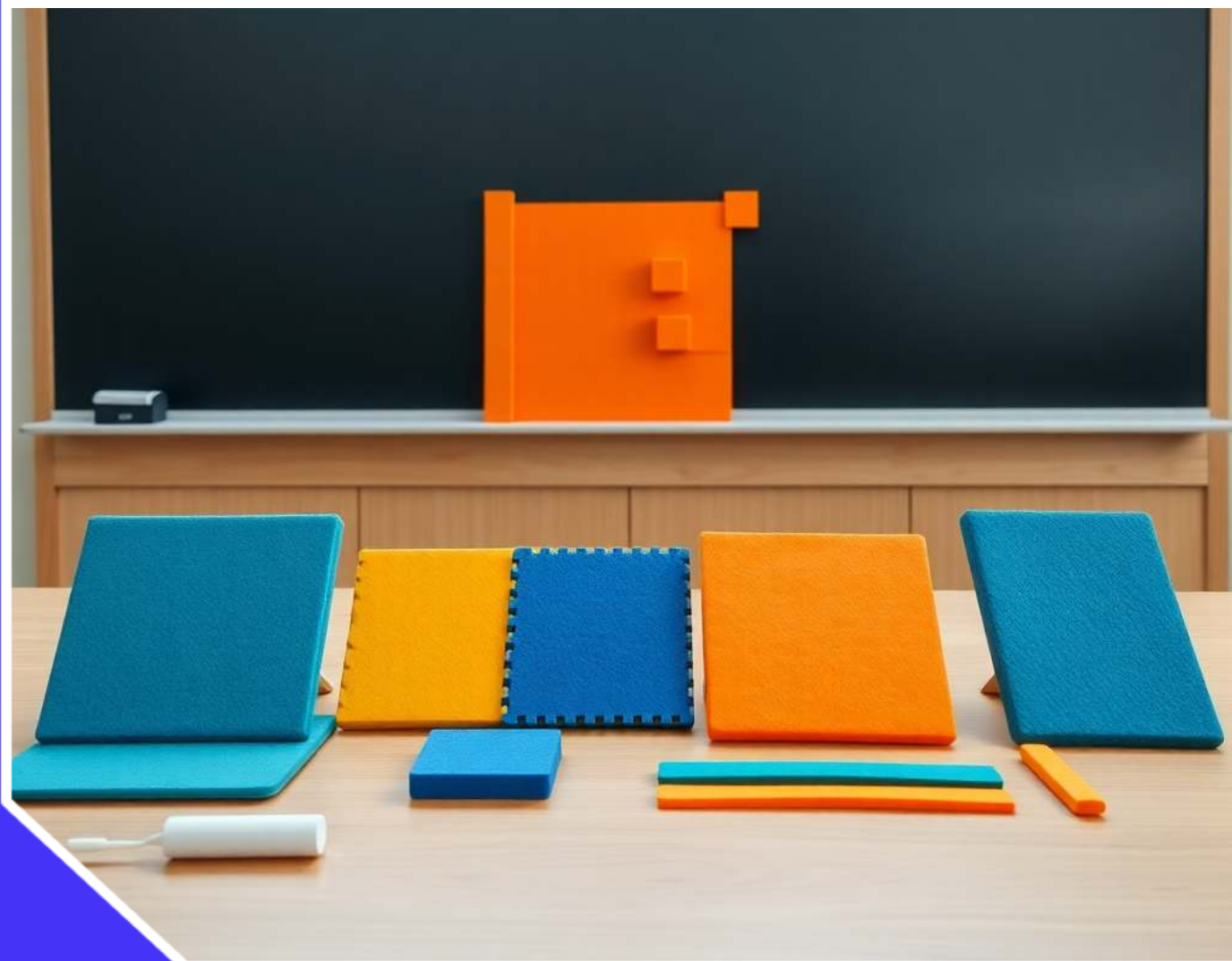
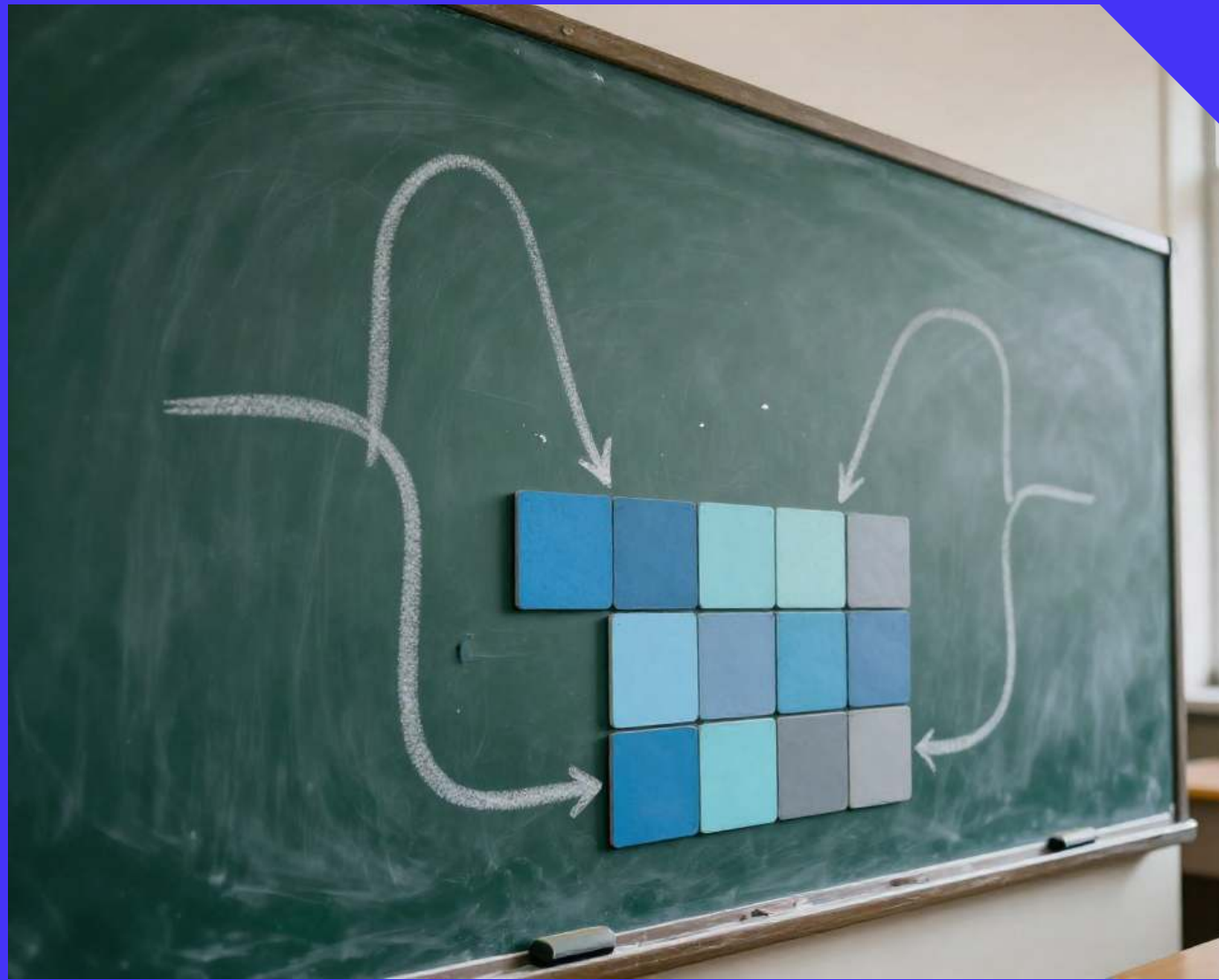


Формулы сокращённого умножения

Короткая запись произведений, быстрый счёт
и меньше ошибок в алгебре.





Эти формулы опираются на распределительное свойство умножения и правила степеней. Каждую скобку раскрывают поэлементно, а затем получают более короткую и удобную запись выражения.

Как скобки превращаются в формулу

Квадрат суммы

01

Основная формула

Если сложить два выражения и возвести результат в квадрат, получается $a^2 + 2ab + b^2$. Средний член возникает из двух одинаковых произведений и всегда удваивается.

02

Как запомнить

Здесь первый и последний члены — это квадраты исходных выражений, а между ними стоит удвоенное произведение. Такая структура помогает быстро находить ответ без полного перемножения скобок.

03

Пример вычисления

В выражении $(x+5)^2$ получаем $x^2 + 10x + 25$. Формула делает запись короче, а вычисление — понятнее, особенно когда нужно раскрыть скобки устно или письменно.

Квадрат разности

Формула со знаком минус

Если из одного выражения вычесть другое и возвести результат в квадрат, получается $a^2 - 2ab + b^2$. Первый и последний члены остаются положительными.

Что важно не перепутать

Минус появляется только у среднего члена, потому что именно он связан с разностью между двумя величинами. Ошибка в знаке сразу меняет весь ответ.

Пример из алгебры

Для $(m-3)^2$ получаем $m^2 - 6m + 9$. Такая запись особенно полезна при раскрытии скобок, потому что позволяет быстро проверить знаки и коэффициенты.

Разность квадратов

Главная идея

Выражение $a^2 - b^2$ раскладывается на произведение $(a-b)(a+b)$. Это не просто сокращение записи, а удобный способ представить разность квадратов в виде двух скобок.

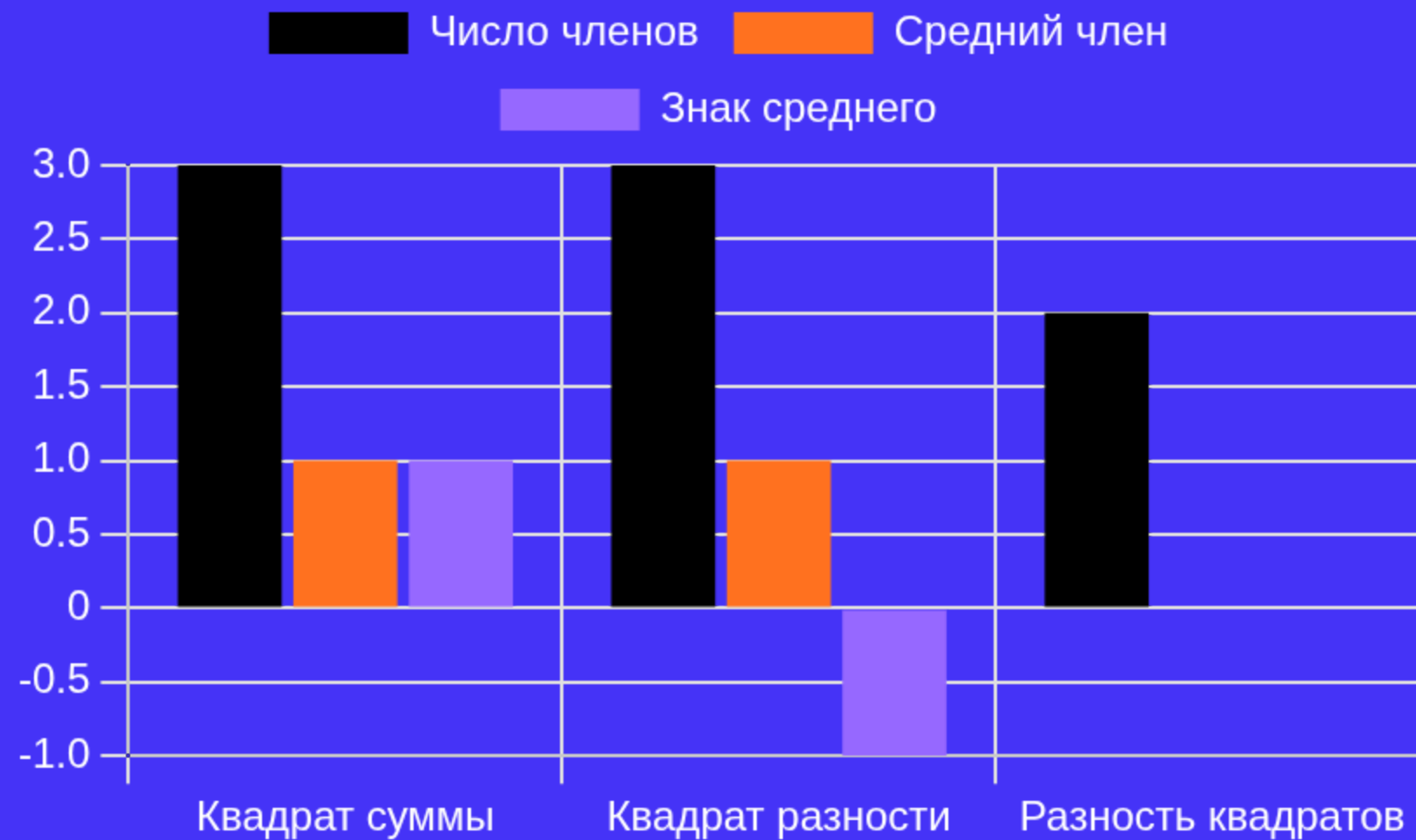
Где применяется

Формула помогает разлагать многочлены на множители и упрощать выражения. Её удобно использовать, когда нужно быстро преобразовать ответ без длинных вычислений.

Наглядный пример

Если $x^2 - 16$ представить как $x^2 - 4^2$, сразу видно разложение: $(x-4)(x+4)$. Такой приём часто встречается в упражнениях на преобразование выражений.

Три базовые формулы



Школьная алгебра, 7 класс

Сравнение показывает, что у квадратов всегда три члена, а у разности квадратов получается произведение двух скобок.

Квадрат суммы и квадрат разности похожи по строению, но отличаются знаком среднего члена; разность квадратов выделяется отдельным видом записи.

Куб суммы

01

Общий вид

При возведении суммы в третью степень получается $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. В разложении всегда четыре слагаемых, а коэффициенты образуют последовательность 1, 3, 3, 1.

02

Почему появляются тройки

Коэффициенты 3 возникают потому, что одинаковые произведения встречаются несколько раз и складываются. Это делает куб суммы более объёмным, чем квадрат, но сохраняет понятный порядок.

03

Пример раскрытия

Для $(x+2)^3$ получаем $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$. Формула помогает сразу увидеть структуру ответа и избежать длинного перемножения всех скобок вручную.

04

Связь со степенями

Переход от квадрата к кубу показывает, что при увеличении степени растёт число слагаемых и меняются коэффициенты. Поэтому важно не только помнить формулу, но и понимать её строение.

Куб разности

Чередование знаков

Формула $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ сохраняет те же коэффициенты, что и куб суммы, но знаки чередуются. Именно это чаще всего вызывает ошибки.

Как не запутаться

Полезно помнить порядок членов: сначала куб первого выражения, затем два средних с коэффициентом 3, а в конце куб второго выражения со знаком минус.

Пример записи

В выражении $(y-1)^3$ получаем y^3-3y^2+3y-1 . Проверка каждого знака по порядку помогает избежать путаницы при раскрытии скобок.

Главные формулы и их вид

Таблица помогает быстро сопоставить формулу, её раскрытый вид и главный признак.

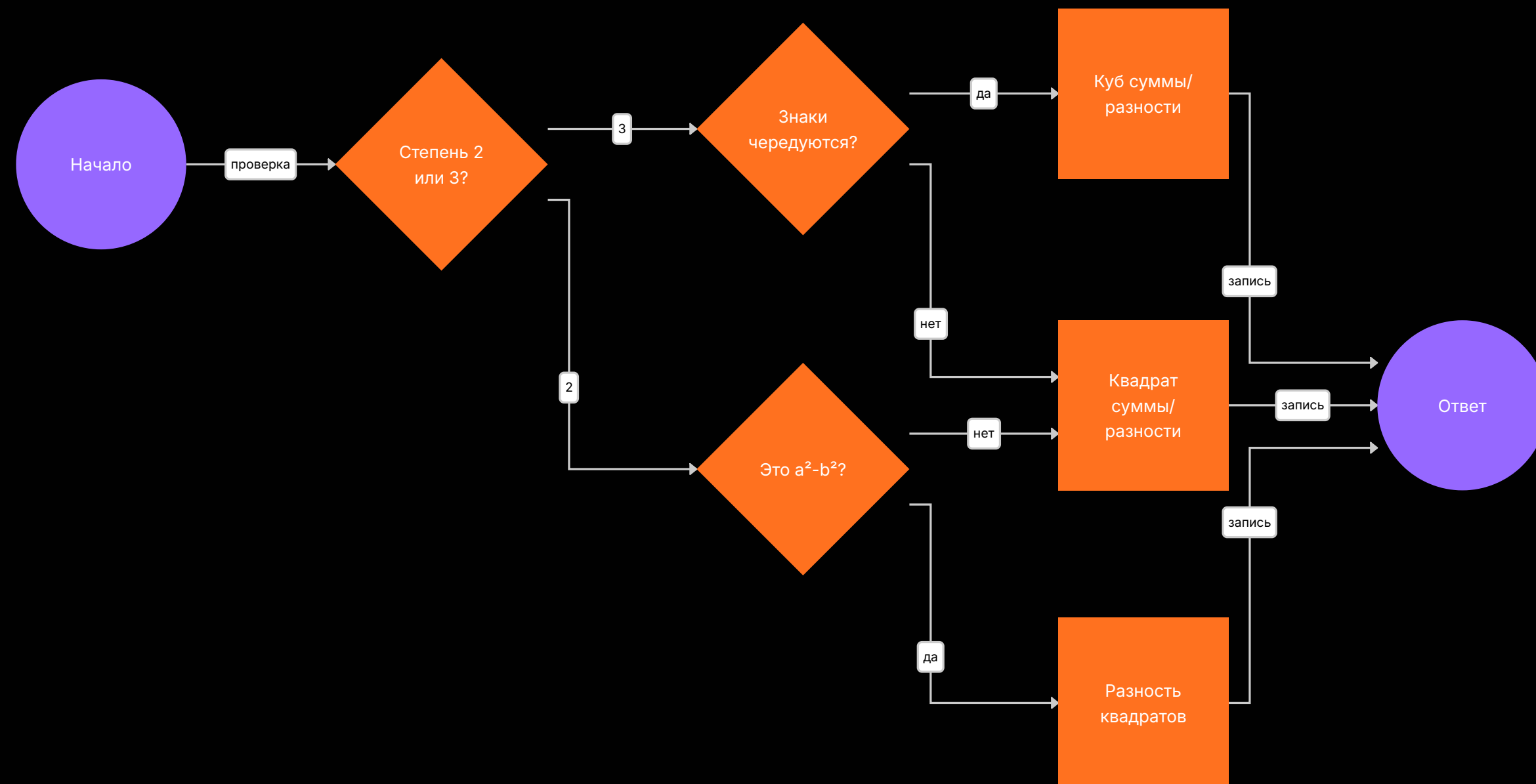
У квадратов важен средний член, у кубов — четыре слагаемых, а разность квадратов легко узнать по произведению суммы и разности.

Формула	Вид	Признак
Квадрат суммы	$a^2+2ab+b^2$	Средний член +
Квадрат разности	$a^2-2ab+b^2$	Средний член -
Разность квадратов	$(a-b)(a+b)$	Две скобки
Куб суммы	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	1,3,3,1
Куб разности	$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$	Чередование знаков

Школьная алгебра, 7 класс

Как выбрать нужную формулу

Алгоритм выбора по виду выражения и степени



Почему формулы работают

Распределительное свойство

Формулы сокращённого умножения основаны на распределительном свойстве: каждый член одной скобки умножается на каждый член другой. Поэтому запись можно сократить, не меняя результата вычисления.

Одинаковые произведения

В квадрате суммы или разности появляются одинаковые произведения ab и ba . Они складываются, поэтому возникает удвоенный средний член с коэффициентом 2, а знаки зависят от самой скобки.

Повторение множителей

При возведении в куб один и тот же множитель встречается чаще, чем при квадрате. Из-за этого в разложении появляются четыре слагаемых и коэффициенты 1, 3, 3, 1.

Геометрический смысл квадрата суммы

Сторона как сумма

Если сторона квадрата равна $a+b$, его площадь можно рассматривать как целую фигуру, составленную из двух отрезков длины a и b . Это удобно для наглядного понимания формулы.

Четыре части площади

Внутри такого квадрата выделяются участок a^2 , участок b^2 и две одинаковые прямоугольные области ab . Вместе они образуют всю площадь, поэтому появляется выражение $a^2+2ab+b^2$.

Почему есть два ab

Два прямоугольника ab отвечают за «среднюю» часть рисунка. Они показывают, что одинаковые площади добавляются дважды, а не один раз, и именно поэтому стоит коэффициент 2.

Связь с вычислением

Геометрическая модель помогает не просто запомнить формулу, а увидеть её смысл. Тогда легче проверить раскрытие скобок и понять, откуда берётся каждый член ответа.

Разложение на множители

Узнайте знакомый вид

Сначала посмотрите, нельзя ли представить многочлен как квадрат или разность квадратов. Если выражение похоже на известную формулу, его можно переписать короче и аккуратнее.

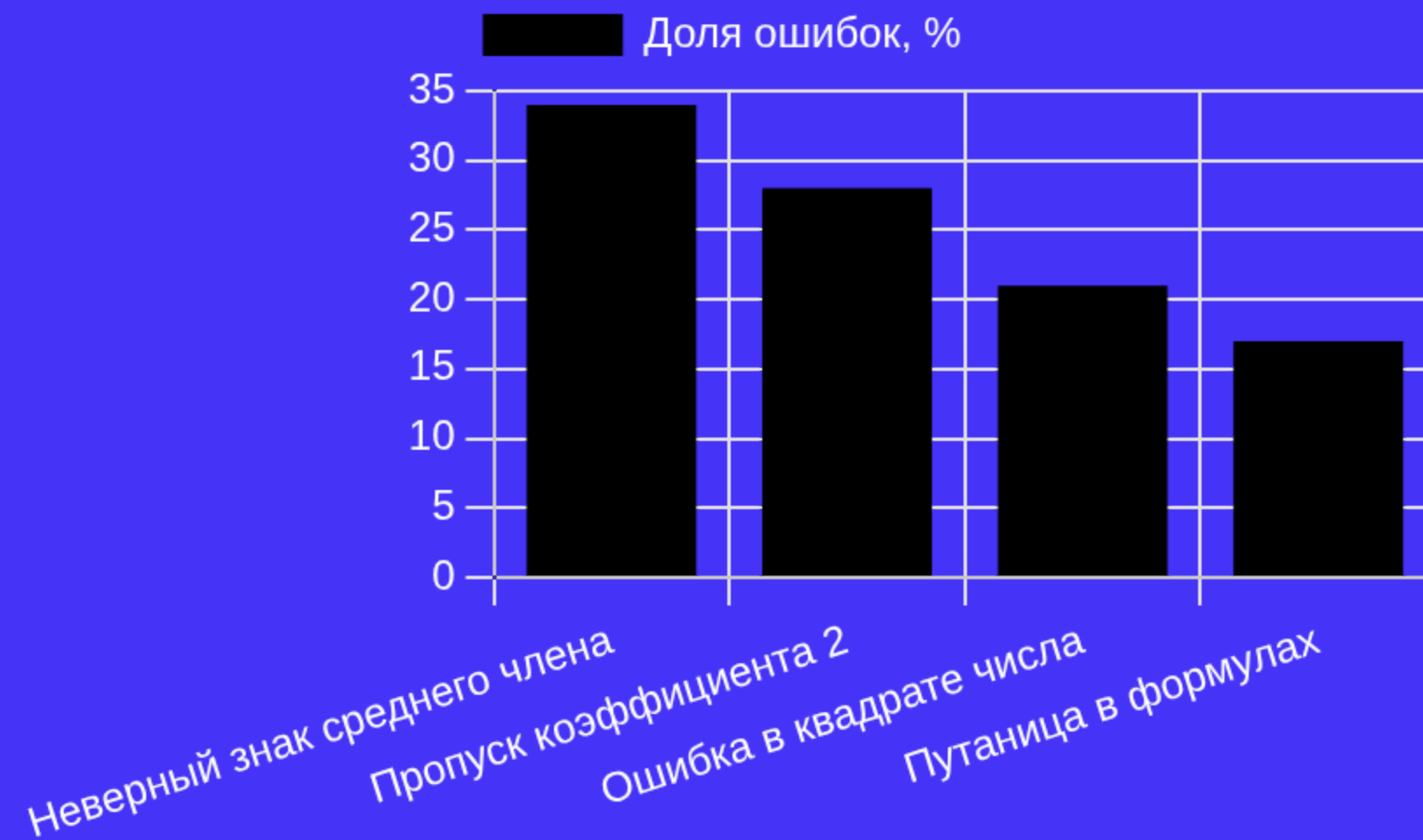
Примените обратное чтение

Формулы работают в обе стороны: не только раскрывают скобки, но и помогают собирать выражение обратно. Так, $x^2+8x+16$ удобно записывается как $(x+4)^2$.

Сократите решение

Разложение на множители облегчает преобразования и решение уравнений. Например, $9a^2-25$ можно представить как $(3a-5)(3a+5)$, после чего выражение становится проще для дальнейшей работы.

Типичные ошибки при раскрытии скобок



Учебная практика по теме «Формулы сокращённого умножения», 7 класс

Диаграмма показывает не только частоту ошибок, но и то, что большинство из них связано со знаками и коэффициентами, а не с самой идеей формулы.

Чаще всего ошибаются в знаке и удвоении среднего члена, поэтому при проверке нужно в первую очередь сверять именно эти элементы.

Примеры устного счёта

01

25 в квадрате

Представим 25 как $20+5$. Тогда $(20+5)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 5 + 5^2 = 400 + 200 + 25 = 625$. Получается быстро и без длинного умножения.

02

99 в квадрате

Число 99 удобно записать как $100-1$. По формуле квадрата разности получаем $(100-1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$. Такой способ особенно полезен для устного счёта.

03

101 в квадрате

Для 101 используем запись $100+1$. Тогда $(100+1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$. Формула помогает сразу увидеть ответ и избежать лишних вычислений.

Сравнение способов вычисления

Таблица показывает, как формулы сокращённого умножения уменьшают объём записи и помогают быстрее получить ответ.

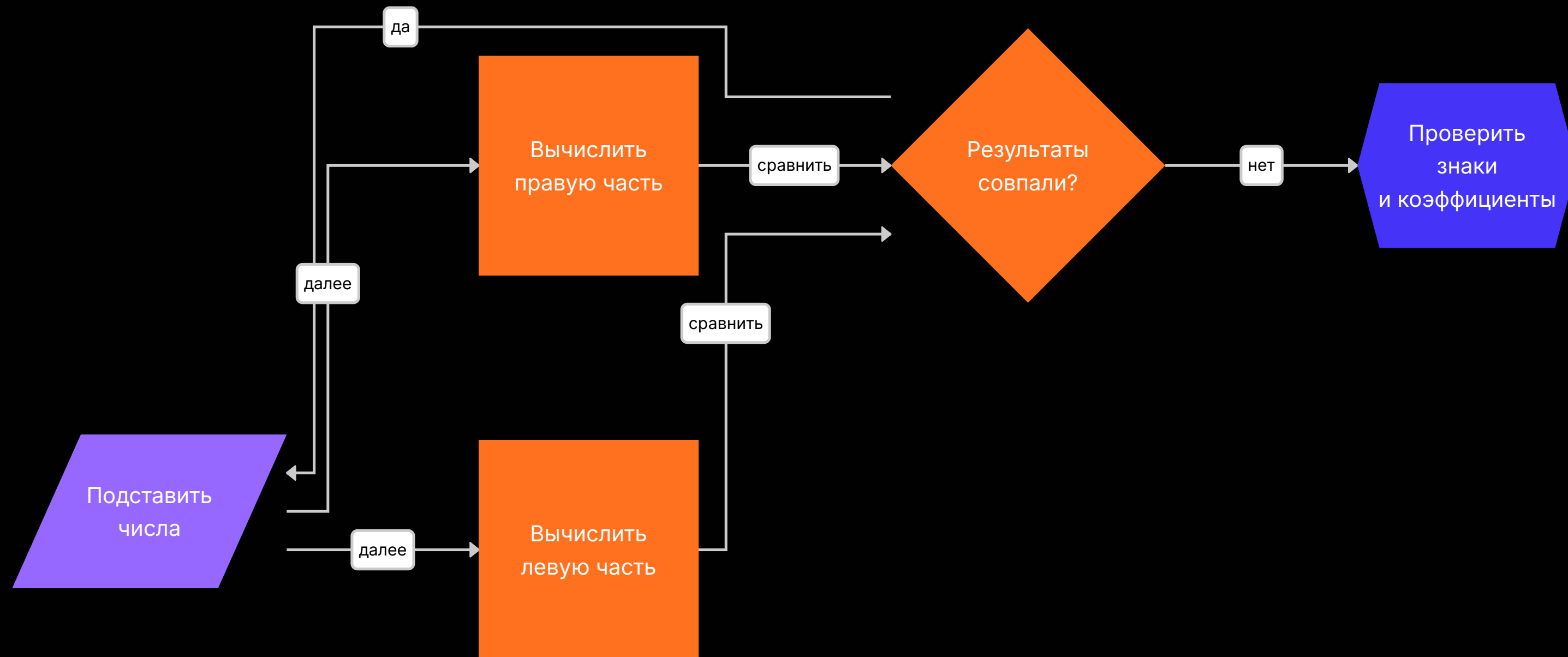
Формула позволяет быстрее считать и легче проверять результат, особенно если числа расположены рядом с круглым десятком.

Число	Длинное умножение	Через формулу	Ответ
19^2	19×19	$(20-1)^2$	361
49^2	49×49	$(50-1)^2$	2401
101^2	101×101	$(100+1)^2$	10201
98×102	98×102	$(100-2)(100+2)$	9996

Школьные вычислительные примеры по теме степеней и умножения двузначных чисел

Проверка преобразований по шагам

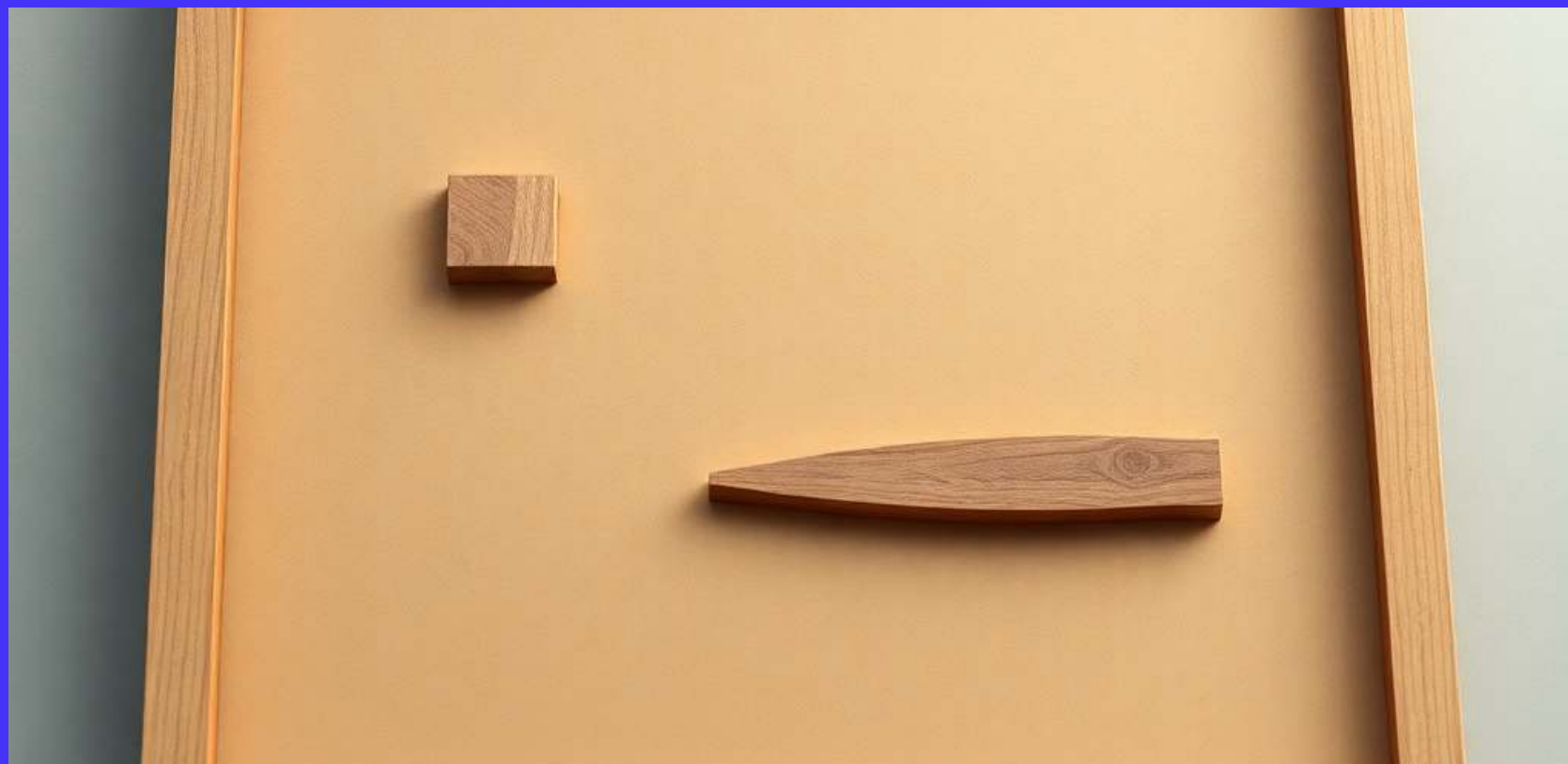
Алгоритм самопроверки при работе с формулами сокращённого умножения



Формулы в задачах и моделях

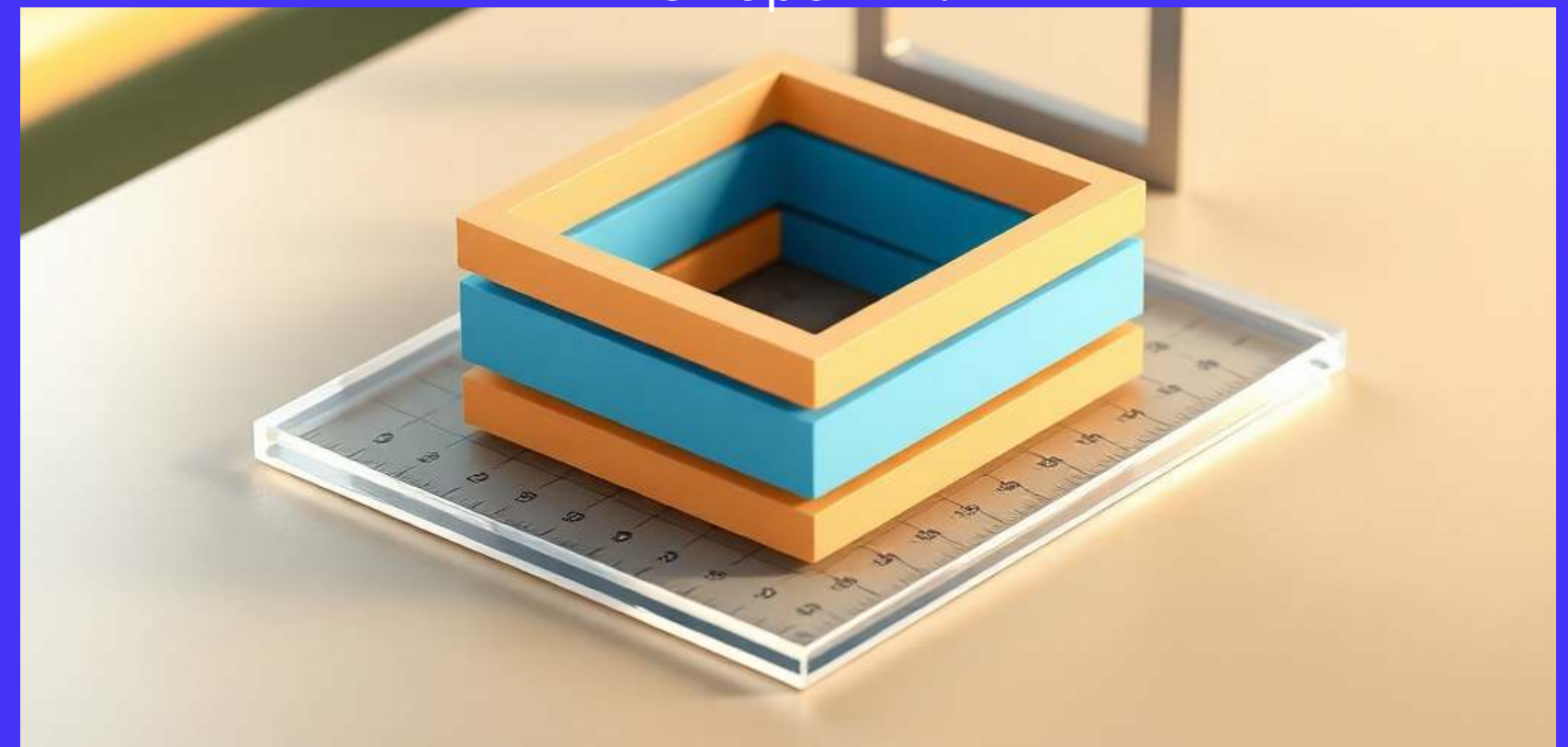
Квадрат, который складывается из частей

Если сторона квадрата равна $a+b$, его площадь можно разбить на четыре части: a^2 , b^2 и два прямоугольника ab . Такая схема на рисунке показывает, почему формула квадрата суммы работает и откуда берётся каждый слагаемый.



Связь алгебры и геометрии

В задачах с прямоугольниками и квадратами формулы помогают быстро находить площади и упрощать выражения. Когда фигура разделена на несколько частей, алгебраическая запись становится удобным способом описать те же самые измерения.



Что нужно запомнить перед контрольной

Пять основных формул

Нужно уверенно знать квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов, куб суммы и куб разности. Эти записи лучше выучить в стандартном виде, чтобы не путаться при преобразованиях.

Знаки и коэффициенты

Особое внимание стоит уделить знакам и числам 2 и 3. Именно они чаще всего меняются в ответе, поэтому при раскрытии скобок важно каждый раз внимательно проверять середину выражения.

Узнавание по виду

Полезно быстро определять, какая формула подходит к записи выражения. Если видны два слагаемых, квадрат или куб, и характерные знаки, выбор становится почти мгновенным.

Две стороны одной формулы

Одна и та же формула должна использоваться в обоих направлениях. Иногда нужно раскрыть скобки, а иногда, наоборот, разложить выражение на множители и сделать его короче.

Проверка результата

После преобразования полезно подставить простые числа вместо букв и сравнить обе части. Такая проверка помогает заметить ошибку в знаке, коэффициенте или порядке членов.



Формулы сокращённого умножения делают вычисления короче, а ответы — надёжнее. Если помнить знаки, коэффициенты и общий вид формул, раскрывать скобки и проверять результат становится намного проще.

Формулы, которые экономят время