

Сложение и вычитание многочленов в 7 классе

Учимся упрощать многочлены без ошибок
и лишних действий.





Что нужно помнить перед началом

Для этой темы важно уверенно различать одночлены, коэффициенты, степени и буквенную часть. Эти знания помогают находить подобные члены, раскрывать скобки и быстро приводить многочлены к удобному виду для вычислений и проверки результата.

Что называют подобными членами

Одинаковая буквенная часть

Подобные члены содержат одинаковый набор букв и одинаковые показатели степеней. Например, $4x$ и $-9x$ или $2ab$ и $7ab$ можно объединять, потому что их буквенная часть совпадает полностью.

Разные буквы — тоже нет

Члены с разными буквами не объединяются, даже если коэффициенты похожи. Выражения $4mn$ и $4m$ или $5x$ и $5y$ представляют разные одночлены и считаются неподобными.

Основа упрощения

Умение распознавать подобные члены — главный шаг к правильному упрощению выражений. Без этого невозможно верно раскрывать скобки и получать короткий, удобный для записи ответ.

Разные степени — не подобные

Если степень хотя бы одной переменной отличается, члены уже не являются подобными. Поэтому $3x$ и $3x^2$, а также $2a$ и $2b$ нельзя складывать как одно и то же.

Меняется только коэффициент

При сложении и вычитании подобных членов буквенная часть остаётся прежней. Изменяются только числовые коэффициенты, поэтому именно их складывают или вычитают, а не саму буквенную запись.

Сложение многочленов на примере



Снимаем скобки

При сложении многочленов скобки после знака «+» можно убрать без изменения знаков. Так выражение становится короче, а дальше удобнее сразу искать одинаковые члены.



Ищем одинаковые части

В выражении $(2x + 3y) + (5x - y)$ сразу видно две пары подобных членов: $2x$ и $5x$, а также $3y$ и $-y$. Их можно объединять отдельно.



Складываем коэффициенты

Коэффициенты при одинаковых буквенных частях складываются: $2x$ и $5x$ дают $7x$. Для членов с буквой y получается $3y + (-y) = 2y$.

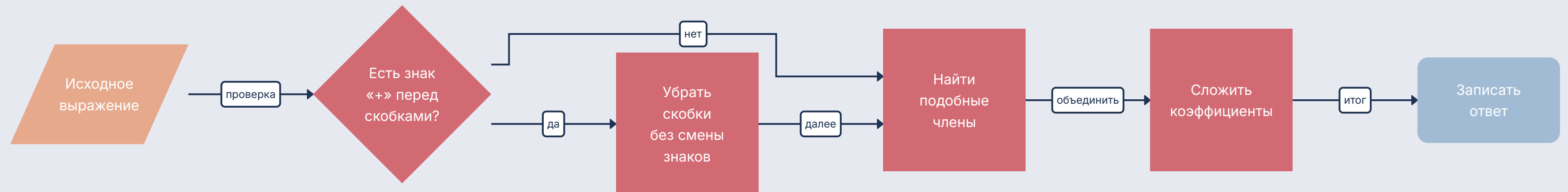


Записываем результат

После объединения подобных членов получаем $7x + 2y$. Это уже более простой вид многочлена, который легче использовать в следующих вычислениях и проверках.

Как сложить многочлены

Последовательность действий при работе с выражением в скобках



Почему при вычитании меняются знаки

01 Вычитается весь многочлен

Когда стоит знак «-», вычитают не первый член, а всё выражение в скобках целиком. Поэтому нужно учитывать каждый член внутри скобок, а не только начало записи.

02 Знаки становятся противоположными

После раскрытия скобок у всех членов второй части знаки меняются на противоположные. Из записи $a - (b + c)$ получается $a - b - c$, потому что вычитается вся сумма.

03 Минус внутри скобок тоже меняется

Если в скобках уже есть минус, он тоже превращается в плюс. Например, $a - (b - c)$ записывается как $a - b + c$, и это важно не перепутать.

04 Правило помогает избежать ошибок

Именно смена знаков после минуса чаще всего вызывает ошибки. Если помнить, что меняется знак у каждого члена скобок, раскрытие выражения становится надёжным и понятным.

Вычитание многочленов на примере

1 Сначала раскрываем скобки

В выражении $(4 \times 2 + 3x - 1) - (2 \times 2 - x + 5)$ второй многочлен нужно записать с противоположными знаками. Так появляется промежуточная запись без скобок.

2 Меняем знаки у второго многочлена

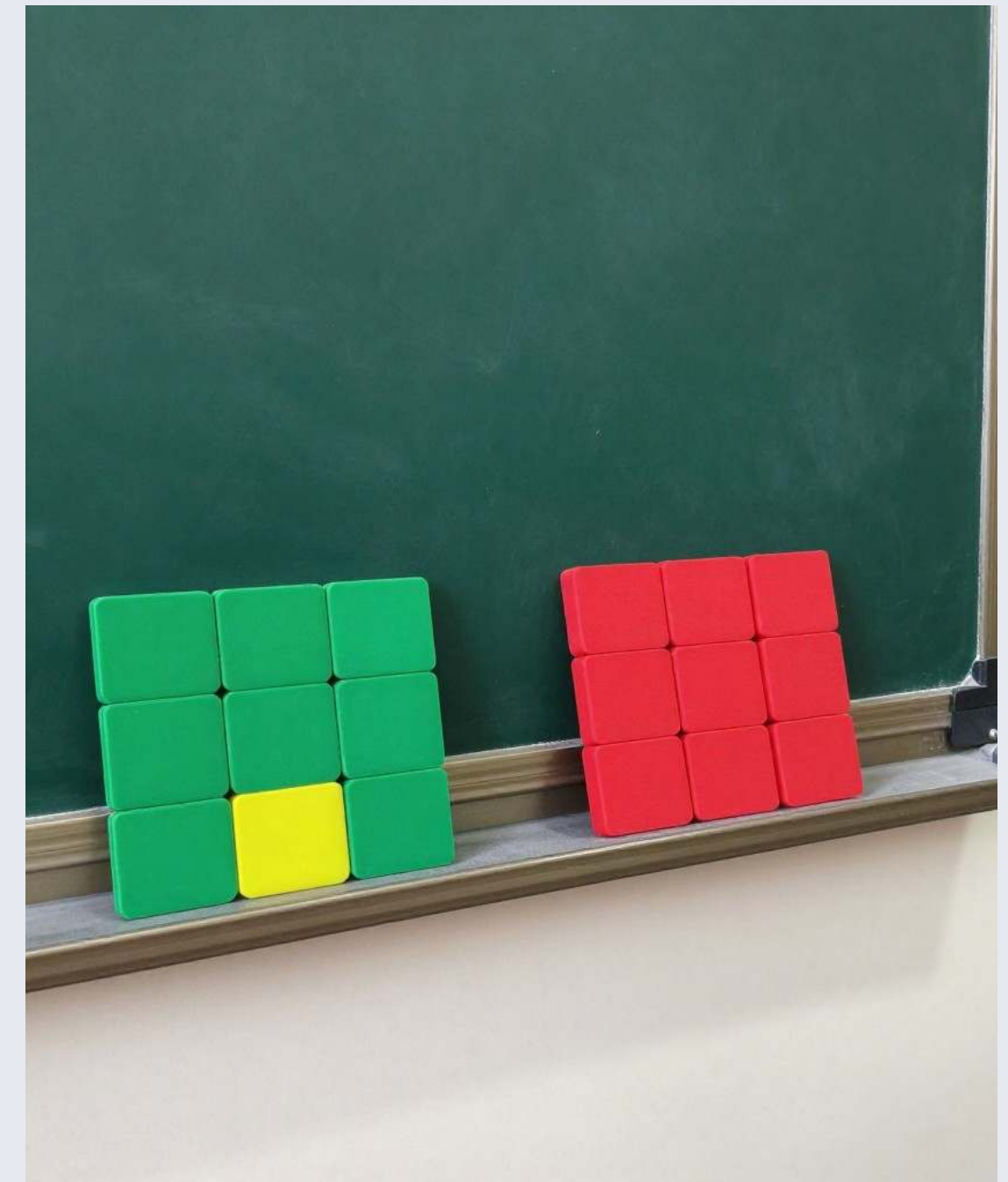
После раскрытия скобок получаем $4 \times 2 + 3x - 1 - 2 \times 2 + x - 5$. Здесь каждый член второй скобки получил противоположный знак, включая число 5.

3 Собираем подобные члены

Теперь объединяем одинаковые члены: $4 \times 2 - 2 \times 2 = 2 \times 2$, $3x + x = 4x$, а числовые члены -1 и -5 дают -6 .

4 Получаем ответ

После приведения подобных членов остаётся $2 \times 2 + 4x - 6$. Это уже простой вид многочлена, который удобно читать, проверять и использовать дальше.



Сложение и вычитание: что происходит со знаками

Краткая таблица помогает сравнить два действия и увидеть, где чаще всего возникают ошибки при работе со скобками.

Главная трудность связана не с вычислениями, а с правильным раскрытием скобок после знака «-».

Действие	Со знаками	Пример
Сложение	Знаки сохраняются	$(2x + 3) + (x - 1)$
Вычитание	Знаки меняются	$(5a - 2) - (a + 4)$
Подобные члены	Меняются коэффициенты	$3x + 7x = 10x$



Где чаще всего появляются ошибки

Диаграмма показывает, что больше всего трудностей связано с раскрытием скобок и внимательным объединением членов.

Если сразу контролировать знаки и не пропускать слагаемые, число ошибок заметно уменьшается.

Условное распределение типичных ошибок для учебной диаграммы

Как записывают ответ после упрощения

01 Сначала старшие степени

В ответе сначала записывают члены с большей степенью, затем с меньшей, а в конце — свободный член. Так выражение выглядит аккуратно и привычно.

02 Не объединяют разные буквы

Одночлены с разными буквами или разными степенями не складываются вместе. Например, x^2 и x , a и b , mn и m остаются отдельными членами.

03 Запись становится удобнее

Упорядоченный ответ короче, понятнее и проще для дальнейших действий. Это особенно полезно при решении задач, где много промежуточных преобразований.

Многочлены в задачах из жизни и учебника



Периметр комнаты

Когда стороны комнаты или прямоугольника записаны буквами, их складывают как многочлены. Получается выражение, в котором удобно собрать подобные члены и сразу увидеть, как меняется длина границы фигуры.



Площадь с буквенными сторонами

Если в задаче встречаются стороны вида $a + 2$ и $a + 5$, сначала записывают формулу, а затем упрощают выражение. Так алгебра помогает перейти от рисунка к точному ответу без лишних вычислений.



Изменение величины

Многочлены нужны и тогда, когда одну величину нужно сравнить с другой. Разность выражений показывает, насколько одна величина больше или меньше другой, поэтому вычитание помогает в учебных и практических задачах.

Тренировочные примеры с ответами

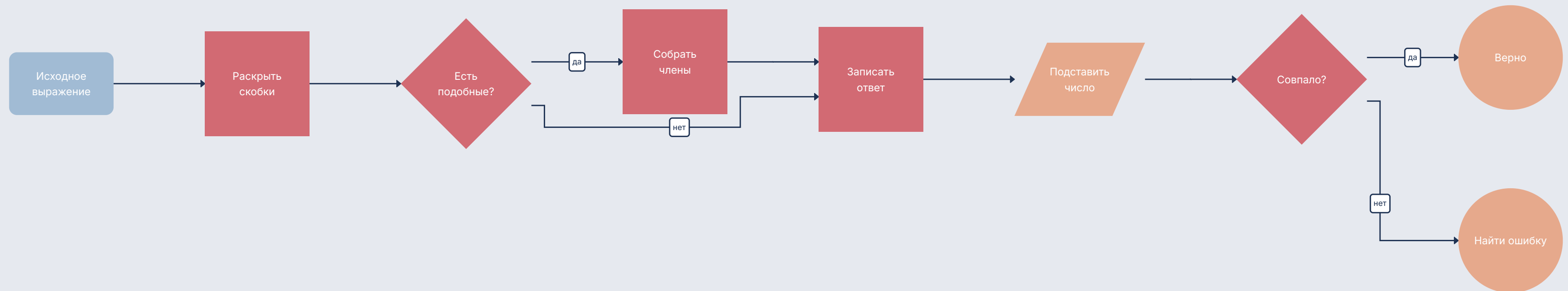
Выражение	Действие	Ответ
$(3a+2)+(5a-7)$	сложение	$8a-5$
$(6x-4y)-(2x+y)$	вычитание	$4x-5y$
$(m^2+3m)+(2m^2-m)$	объединение	$3m^2+2m$
$(7p-3)-(p-8)$	скобки	$6p+5$

В таблице показано, как работают сложение и вычитание многочленов в разных ситуациях: с одночленами, скобками и степенями.

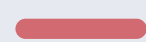
Во всех примерах сначала раскрывают скобки, затем объединяют подобные члены. Числовые и буквенные части упрощаются по одним и тем же правилам.

Проверка правильности результата

Последовательность действий при упрощении многочлена и проверке ответа подстановкой числа.



Частые ошибки при работе с многочленами



Не меняют знаки

После знака минуса внутри скобок знаки должны стать противоположным и. Если этого не сделать, ответ сразу получается неверным даже при правильных вычислениях.



Путают подобные члены

Иногда складывают выражения с разными буквами или степенями. Подобными считаются только те члены, у которых одинаковая буквенная часть и одинаковые показатели.



Теряют член выражения

При переписывании и ответа легко пропустить одно слагаемое. Чтобы избежать этого, полезно вычеркивать уже учтённые члены и проверять каждую скобку отдельно.



Ошибаются в коэффициентах

Коэффициенты складывают или вычитают как обычные числа, но иногда путают знак перед числом. Особенно часто это случается рядом с отрицательными членами.



Смешивают степени

Выражения x и x^2 нельзя объединять как подобные. Разная степень меняет сам член, поэтому сначала нужно внимательно сравнить буквенную часть и показатель.

Как меняется выражение после упрощения

После раскрытия скобок запись может временно стать длиннее, но затем одинаковые члены объединяются. В итоге выражение становится короче и удобнее для дальнейших вычислений.

Упрощение уменьшает количество слагаемых и делает запись более наглядной. Это помогает быстрее считать и снижает риск пропустить член или знак.

Схема преобразования многочлена в учебных примерах по алгебре

Связь темы с площадью и периметром



Периметр прямоугольника

Если две стороны прямоугольника равны $a + 2$ и $a + 5$, то для периметра нужно сложить все четыре стороны. После приведения подобных членов получается более короткая формула, по которой легко выполнить вычисления.



Сравнение величин в задаче

В некоторых задачах одна величина выражена через многочлен, а другая — через другое выражение. Тогда вычитание помогает узнать разницу между ними и сделать вывод по условию, не подбирая числа случайно.

Короткие правила для запоминания

1 После плюса

Если перед скобками стоит знак «+», их можно убрать без изменения знаков внутри. Это самый простой случай, который помогает быстрее переписать выражение и не запутаться в дальнейшем.

2 После минуса

Если перед скобками стоит знак «-», знаки всех членов внутри меняются на противоположные. Именно здесь чаще всего допускают ошибки, поэтому важно проверять каждое слагаемое отдельно.

3 Только коэффициенты

При сложении подобных членов меняются только числа перед буквами. Буквенная часть и показатели степеней остаются прежними, потому что речь идёт об одинаковых членах.

4 Сначала степени

В ответе обычно сначала записывают члены с большей степенью, затем с меньшей, а потом свободный член. Так выражение выглядит аккуратно и соответствует стандартной записи.

5 Проверка записи

После упрощения полезно ещё раз посмотреть, не пропущен ли член и правильно ли сохранён знак. Короткая самопроверка часто помогает заметить ошибку до сдачи решения.

Похожие и непохожие выражения

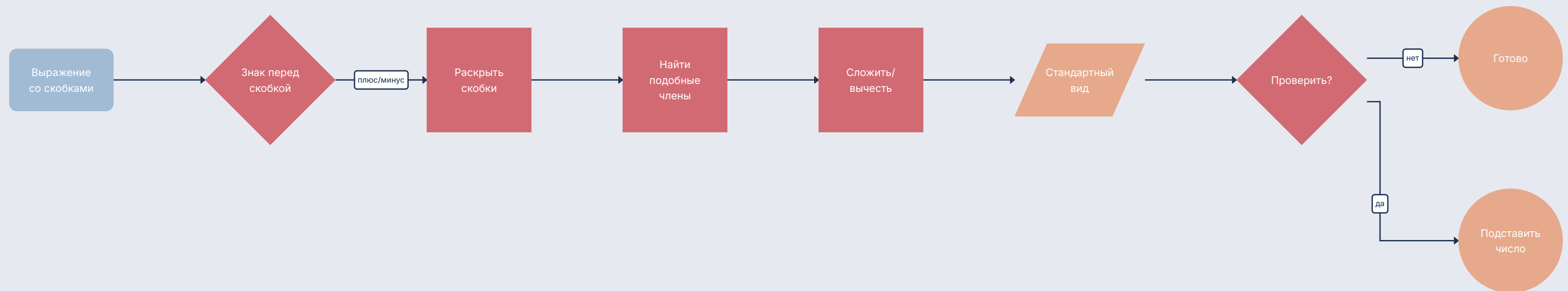
Таблица помогает быстро понять, какие члены можно объединять, а какие нужно оставить отдельно.

Одинаковая буква ещё не гарантирует, что члены подобные. Нужно совпадение буквенной части и показателей степени.

1	2	Подобные?	Действие
$2x$	$7x$	да	объединить
$3a$	$3a^2$	нет	нельзя
$5mn$	$-2mn$	да	сложить
$4y$	$4z$	нет	разные

От выражения со скобками к простому виду

Общий порядок упрощения многочленов с одной или несколькими скобками.



Главный вывод по теме

Сложение и вычитание многочленов становятся понятными, когда ученик уверенно раскрывает скобки и правильно собирает подобные члены. Эти навыки нужны и в алгебре, и в задачах с формулами, периметром и площадью.