

Геометрические тела

Разбираем объёмные фигуры вокруг нас и их свойства.

Зачем изучать тела

Мы учимся узнавать объёмные фигуры, понимать их устройство и находить объём и поверхность по формулам.



Где встречаются 3D фигуры

Предметы вокруг нас

В быту объёмные формы встречаются постоянно: в коробках, банках, мячах, упаковке и деталях интерьера. Умение узнавать их помогает быстрее ориентироваться в окружающих предметах.

Практическая польза

Знание формы полезно при покупке, хранении и строительстве. Оно помогает сравнивать, сколько поместится в коробку, банку или контейнер, и заранее оценивать вместимость.

Как распознавать

По внешнему виду не всегда легко понять, какое это тело. Поэтому важно замечать характерные признаки: углы, круглую поверхность, одинаковые основания или вершину.



Основные понятия: тело, грань, ребро, вершина

1 Геометрическое тело

Геометрическое тело — это объёмная фигура в пространстве. В отличие от плоских фигур, оно занимает место и имеет внутреннюю часть.

2 Грань

Грань — плоская сторона тела. У многогранников грани образуют всю внешнюю поверхность, поэтому именно по ним удобно узнавать форму фигуры.

3 Ребро

Ребро — линия, где две грани встречаются и соединяются друг с другом. По числу рёбер можно сравнивать разные многогранники между собой.

4 Вершина

Вершина — точка, в которой сходятся рёбра. У одних тел вершин много, у других нет совсем, например у шара или цилиндра.

5 Поверхность и объём

Поверхность — это вся внешняя оболочка тела, а объём — пространство внутри него. Эти понятия нужны для разных расчётов и задач.



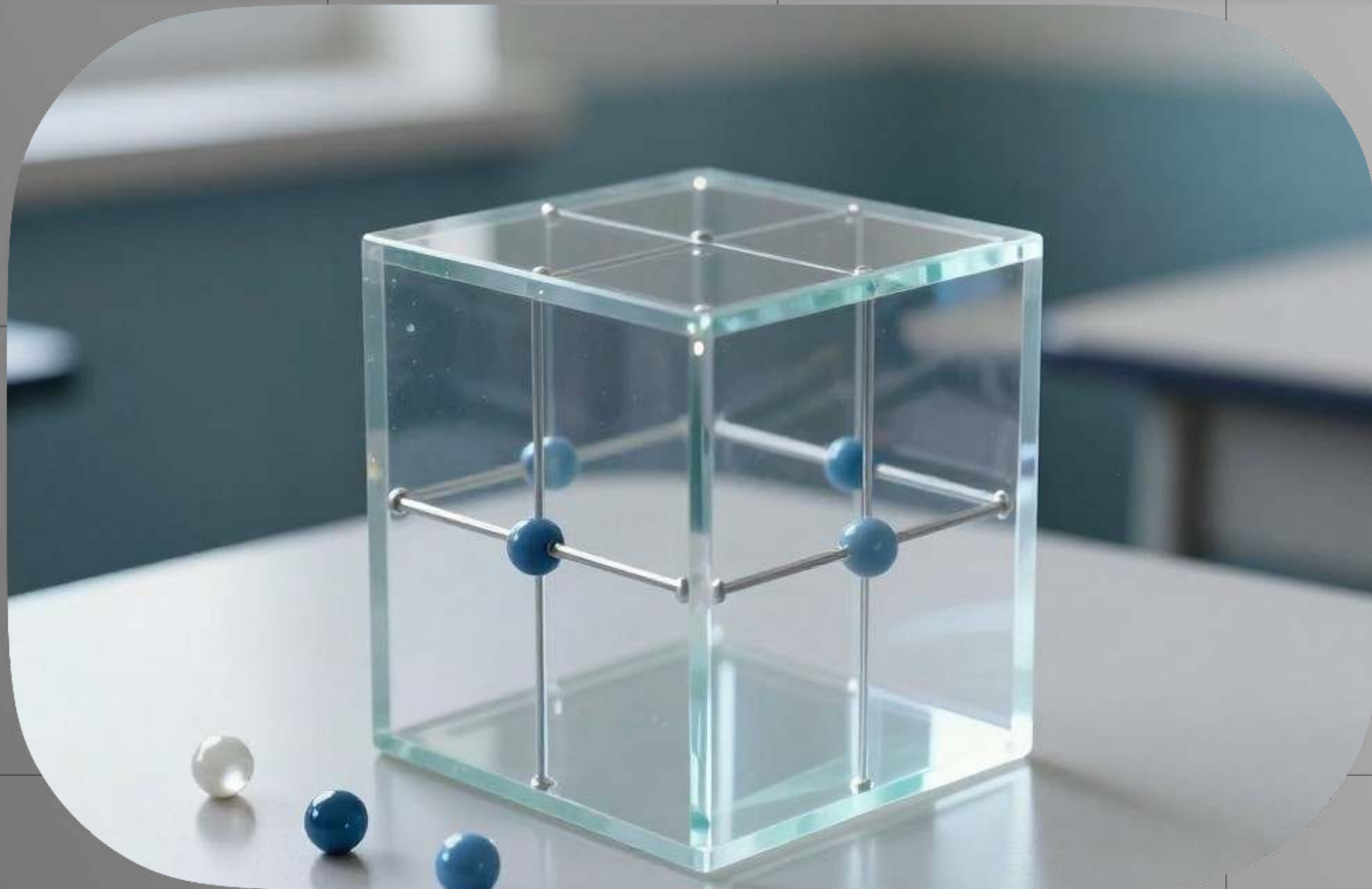
Как делятся геометрические тела

Группа	Признак	Примеры
Многогранники	Плоские грани	Куб, призма, пирамида
Тела вращения	Круглые поверхности	Цилиндр, конус, шар
Что важно	Грани и рёбра / радиус и высота	Для разных форм

Геометрические тела удобно делить на две большие группы по форме поверхности.

У многогранников считают грани и рёбра, а у тел вращения опираются на радиус, высоту и образующую.

Куб: элементы и объём



Строение куба

Куб состоит из шести одинаковых квадратных граней. Все его рёбра равны, поэтому фигура выглядит очень симметричной и легко узнаётся по внешнему виду.

Сколько элементов

У куба 12 рёбер и 8 вершин. Эти числа удобно запомнить, потому что у каждой вершины сходятся сразу три рёбра.

Формула объёма

Объём куба находят по формуле $V = a^3$, где a — длина ребра. Это значит, что ребро умножают само на себя трижды.

Пример вычисления

Если ребро куба равно 4 см, то объём равен $4^3 = 64 \text{ см}^3$. Чем больше ребро, тем быстрее растёт объём фигуры.

Прямоугольный параллелепипед

1 Строение фигуры

Прямоугольный параллелепипед имеет шесть прямоугольных граней. Противоположные грани равны и параллельны, поэтому тело выглядит вытянутым в трёх направлениях.

2 Три измерения

Его размеры называют длиной, шириной и высотой. Эти три измерения полностью задают форму и позволяют вычислить объём без лишних данных.

3 Формула объёма

Объём находят по формуле $V = a \times b \times h$. Сначала перемножают длину и ширину, затем полученный результат умножают на высоту.

4 Где встречается

Такую форму имеют книга, коробка, кирпич и многие упаковки. Поэтому параллелепипед — одна из самых удобных моделей для практических задач.



Призма: основание и высота

Основания призмы

У призмы всегда два одинаковых основания, лежащих в параллельных плоскостях. Между ними расположены боковые грани, которые соединяют соответствующие стороны оснований.

Разные основания

Основание может быть любым многоугольником: треугольником, четырёхугольником и другими фигурами. Поэтому призмы бывают очень разными по внешнему виду.

Как считать объём

Объём призмы находят по формуле $V = S_{\text{осн}} \times h$. Смысл прост: сначала берут площадь основания, а затем умножают её на высоту.

Что влияет на объём

Если высота одинакова, то большая площадь основания даёт больший объём. Это помогает сравнивать призмы без сложных построений и лишних вычислений.



Пирамида: форма и объём

1 Форма пирамиды

Пирамида имеет одно основание и боковые треугольные грани, которые сходятся в одной общей вершине. Из-за этого она сужается кверху.

2 Основание и грани

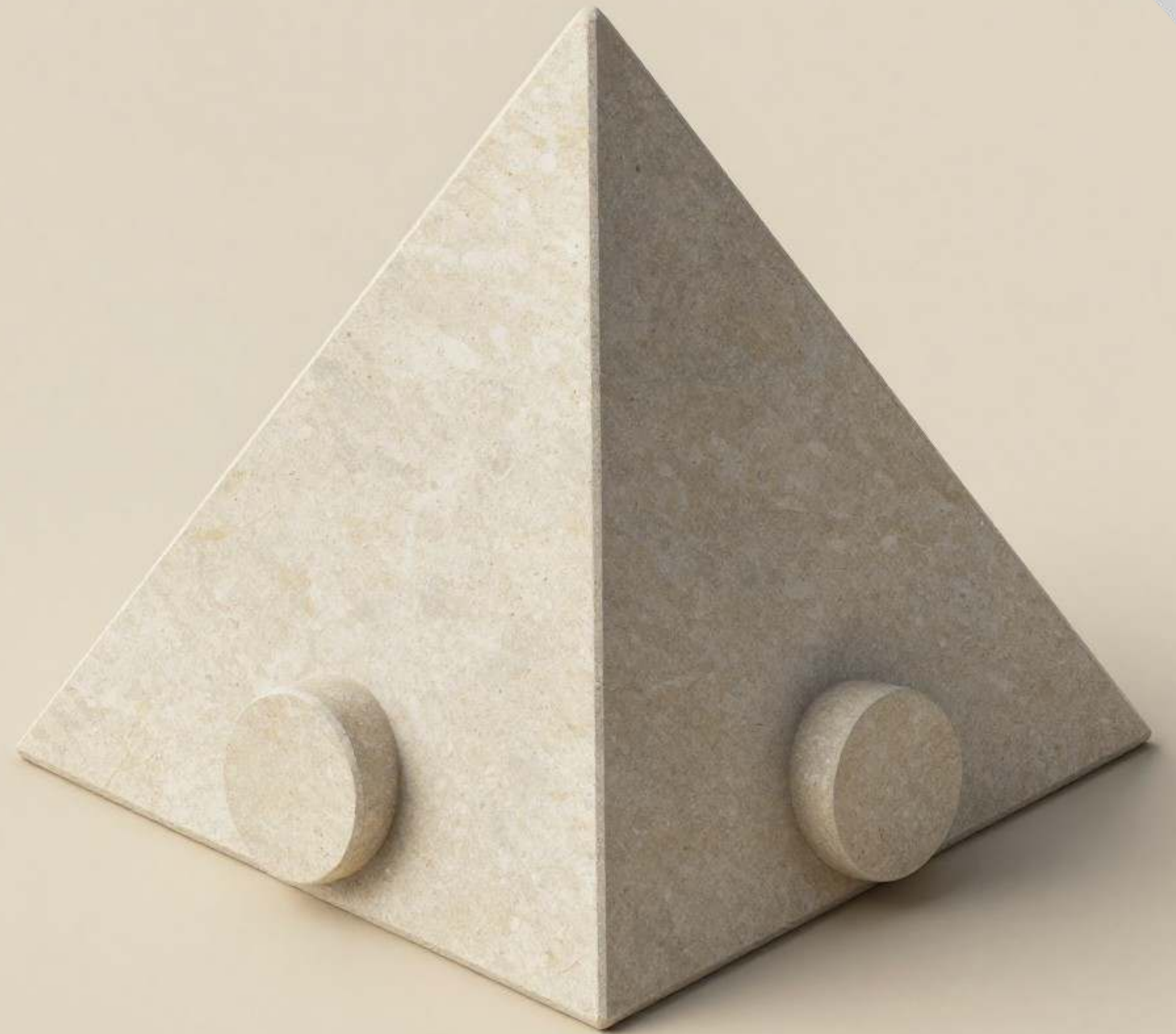
Основание пирамиды может быть разным, но обычно это многоугольник. Именно форма основания определяет, сколько боковых граней будет у фигуры.

3 Формула объёма

Объём находят по формуле $V = 1/3 S_{\text{осн}} \times h$. Это означает, что пирамида с тем же основанием и высотой занимает в три раза меньше места, чем призма.

4 Примеры формы

Такую форму напоминают египетские пирамиды и шатровая крыша. Эти примеры помогают сразу представить фигуру и запомнить её особенности.



Цилиндр: элементы и формула



Форма цилиндра

Цилиндр имеет два одинаковых круговых основания, соединённых гладкой боковой поверхностью. У него нет вершин и рёбер в привычном смысле, поэтому форма кажется особенно плавной.

Его элементы

Главные элементы цилиндра — радиус основания, высота и ось. Радиус задаёт размер круга, а высота показывает расстояние между основаниями по прямой линии.

Формула объёма

Объём цилиндра находят по формуле $V = \pi r^2 h$. Сначала вычисляют площадь основания, затем умножают её на высоту — так получается вместимость тела.

Примеры рядом

Цилиндр легко увидеть в банке, стакане, трубе или батарейке. Такие предметы помогают запомнить форму и быстрее находить нужные элементы на рисунке.

Конус: элементы и объём

1 Как выглядит конус

Конус легко узнать по круглому основанию и одной вершине. Такая форма встречается в повседневных предметах, поэтому её удобно сравнивать с цилиндром и пирамидой.

2 Его элементы

У конуса выделяют радиус основания, высоту и образующую. Высота идёт от вершины к центру круга, а образующая образует боковую поверхность и помогает представить наклон.

3 Формула объёма

Объём конуса находят по формуле $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. Сначала вычисляют площадь основания, затем умножают на высоту и делят результат на три.

4 Где встречается

Рожок мороженого, дорожный конус и воронка помогают быстро запомнить форму. Они показывают, как одно круглое основание постепенно сужается к вершине.



Шар: особенности и формула

Особая форма

Шар отличается тем, что у него нет ни граней, ни рёбер, ни вершин. Это полностью округлое тело, которое удобно описывать через один радиус.

Равная поверхность

Все точки поверхности шара находятся на одинаковом расстоянии от центра. Благодаря этому шар выглядит одинаково с любой стороны и не имеет плоских частей.

Главный параметр

Главный элемент шара — радиус. Именно он задаёт размер тела и входит в формулу объёма $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

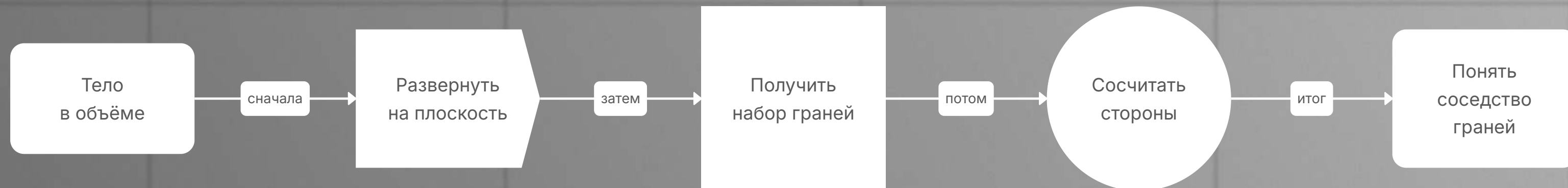
Примеры вокруг нас

Мяч, глобус и шарик — привычные примеры шара. Их форма помогает понять, почему у такого тела нет углов и почему оно катится.



Развёртка куба и параллелепипеда

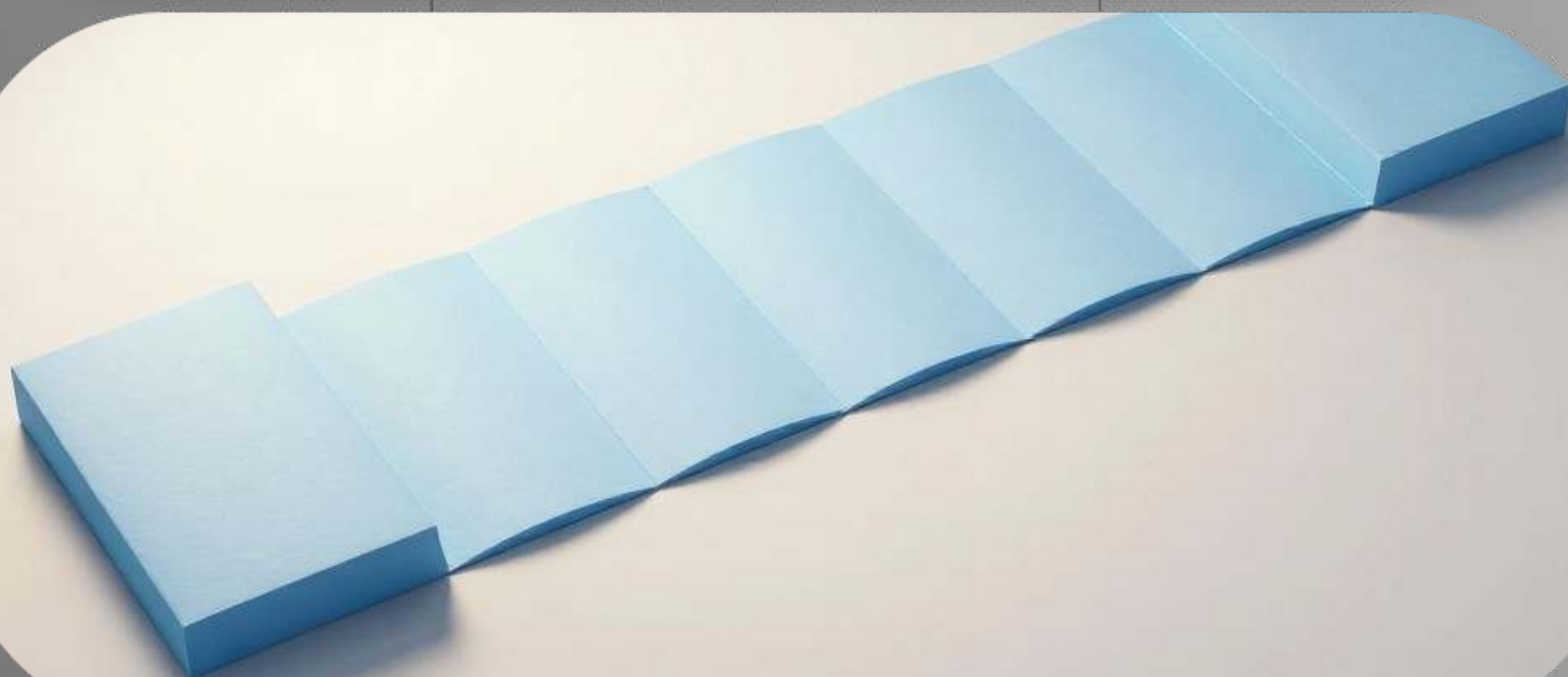
Плоская развёртка помогает увидеть состав тела и связи между его гранями.



Развёртки призмы и пирамиды

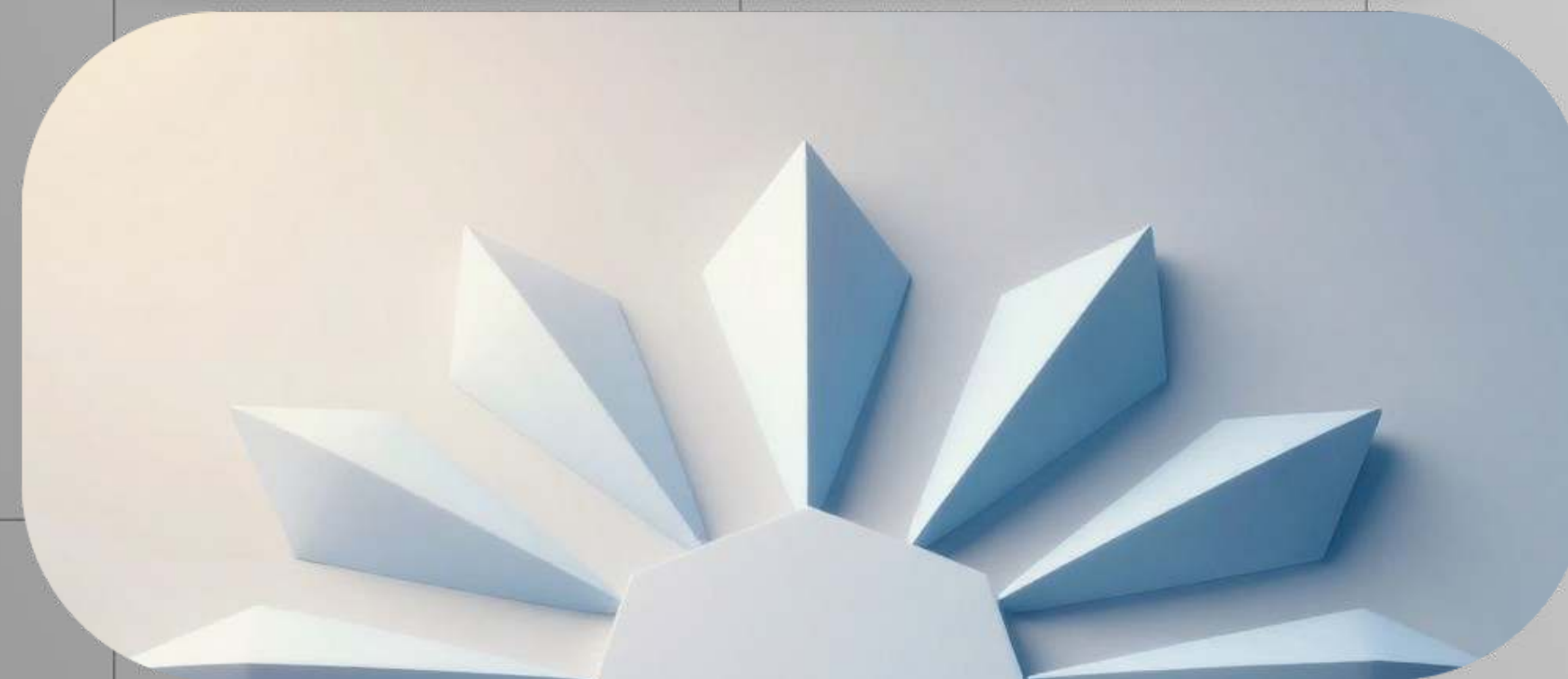
Развёртка призмы

Развёртка призмы напоминает длинную полосу из прямоугольников, к которой прикреплены два одинаковых основания. По ней удобно увидеть, какие грани повторяются и как боковая поверхность соединяет основания.



Развёртка пирамиды

У пирамиды развёртка выглядит иначе: одно основание и несколько треугольников, сходящихся к общей вершине. Такая схема помогает сразу отличить основание от боковых граней.



Поверхность и объём: разница

Величина	Единицы	Что показывает
Поверхность	см ² , м ²	Покрытие
Объём	см ³ , м ³ , л	Вместимость

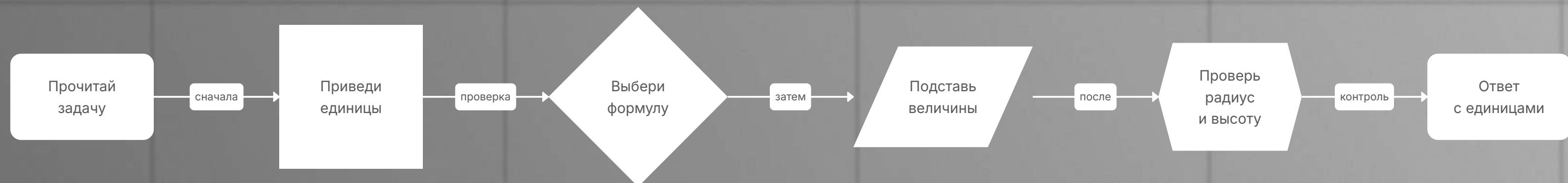
Определения геометрических величин

Сравнение помогает не путать две разные величины и правильно выбирать единицы измерения.

Поверхность связана с внешней оболочкой, а объём — с внутренним пространством.

Как решать задачи без ошибок

Последовательность действий и типичные ошибки при вычислении объёма.



125 см³

таков объём куба со стороной 5 см.

Для куба со стороной 5 см достаточно одной формулы: объём растёт по кубу ребра, поэтому даже небольшое увеличение размера заметно меняет результат.

Расчёт по формуле $V = a^3$

Пример 2: параллелепипед

- 1 Записать размеры**
Сначала выписывают размеры: 8 см, 3 см и 4 см. Это помогает не перепутать длину, ширину и высоту при подстановке в формулу.
- 2 Применить формулу**
Затем используют формулу $V = a \times b \times h$. Важно перемножать все три измерения, а не только два, иначе ответ будет неверным.
- 3 Получить ответ**
После вычисления получают 96 см^3 . Единицы обязательно указывают в кубических сантиметрах, потому что речь идёт именно об объёме, а не о площади.
- 4 Понять смысл**
Такая задача показывает, что у прямоугольного параллелепипеда каждый размер влияет на результат. Если одно измерение изменить, объём тоже изменится.



84 см³

получается объём призмы
с площадью основания 12 см²
и высотой 7 см.

Обе задачи решаются через площадь основания и высоту, но для цилиндра используется круг, а для призмы — любая подходящая фигура основания.

Расчёт по формуле $V = S_{\text{осн}} \times h$

Что запомнить о 3D-фигурах

Геометрические тела помогают узнавать форму предметов и быстро считать их объём. Важно различать виды тел, находить их элементы и уверенно применять формулы к реальным задачам.