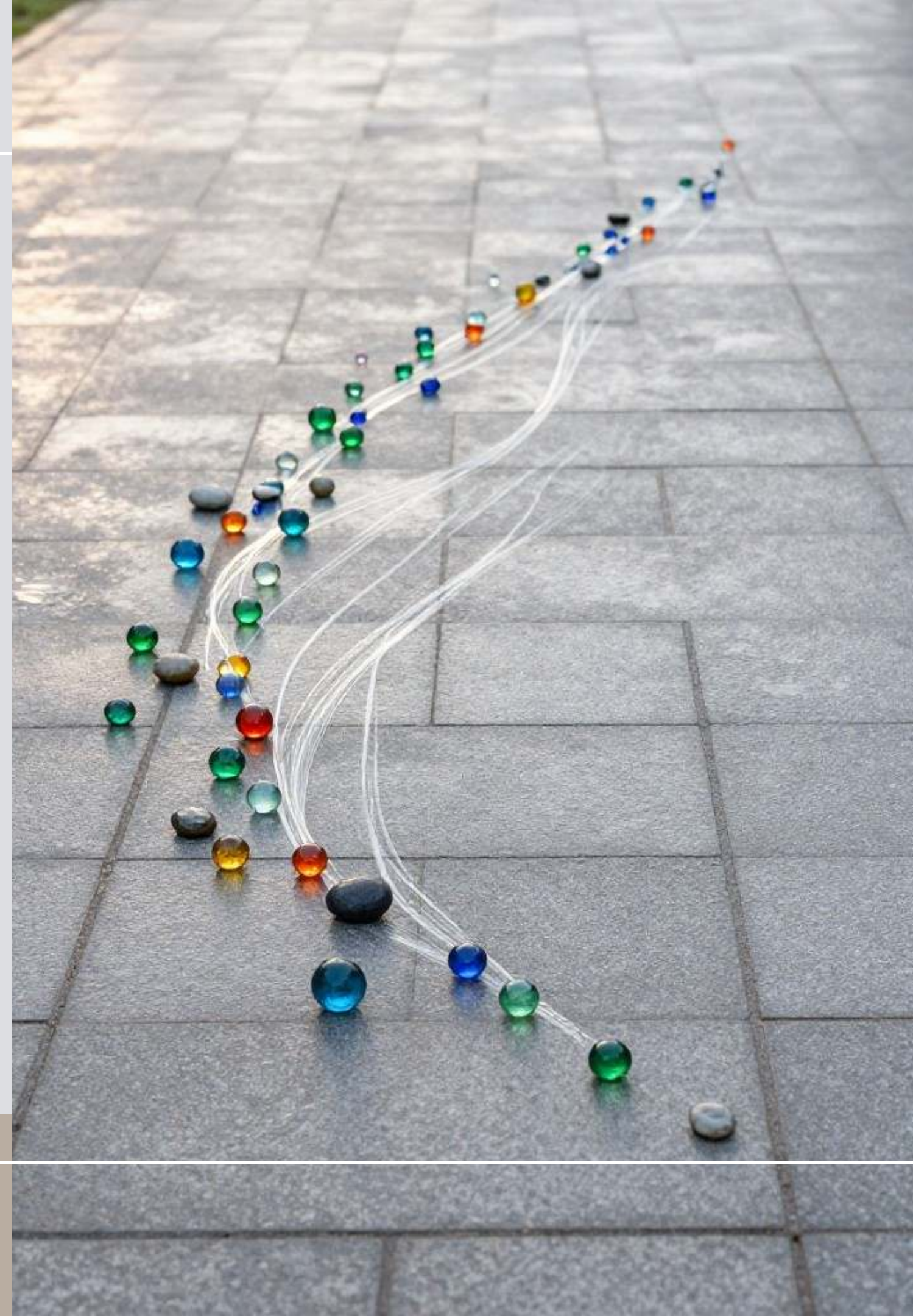


График функции: как увидеть зависимость между величинами

Увидим, как числа превращаются в наглядную зависимость.



Почему графики функций так важны

График помогает заметить закономерность быстрее, чем в таблице. В 7 классе он соединяет формулы, числа и точки на плоскости, а идея координатной записи восходит к Рене Декарту, который предложил задавать положение пары чисел.



Что такое функция

1

Правило соответствия

Функция задаёт правило, по которому каждому значению x соответствует только одно значение y . Это позволяет заранее предсказать результат для любого допустимого x и не путать разные значения.

2

Запись зависимости

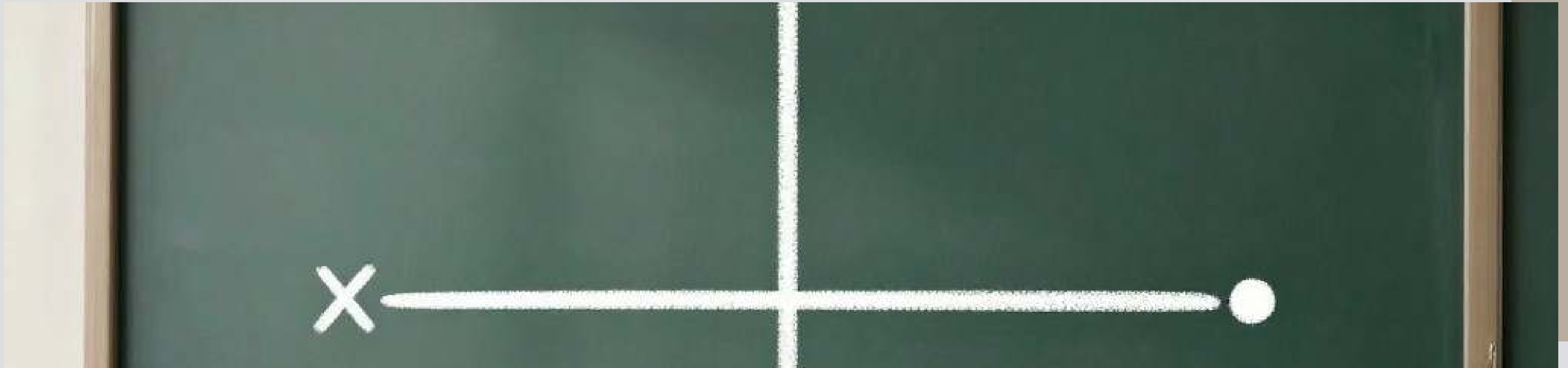
Запись $y=f(x)$ означает, что значение y зависит от x . Сначала выбирают x , затем по правилу функции находят соответствующее y и получают пару значений для таблицы или графика.

3

Примеры из 7 класса

Для начального изучения удобно рассматривать функции $y=2x+1$, $y=x-3$ и $y=x^2$. У каждой из них своя закономерность: одна растёт равномерно, другая сдвигается, третья изменяется неравномерно.

Координатная плоскость и координаты точки



Ось x

Горизонтальная линия на плоскости называется осью x. По ней откладывают первое число пары координат, двигаясь вправо или влево от начала отсчёта.

Ось y

Вертикальная линия называется осью y. По ней откладывают второе число координатной пары, поднимаясь вверх или опускаясь вниз от нуля.

Запись точки

Положение точки записывают как $(x; y)$. Сначала указывают значение по оси x, затем по оси y. Такая запись помогает точно находить нужную точку на рисунке.

Начало координат

Точка пересечения осей имеет координаты $(0; 0)$ и называется началом координат. От неё начинается отсчёт всех остальных точек на плоскости.

Построение графика по формуле

Последовательность действий при работе с функцией на координатной плоскости

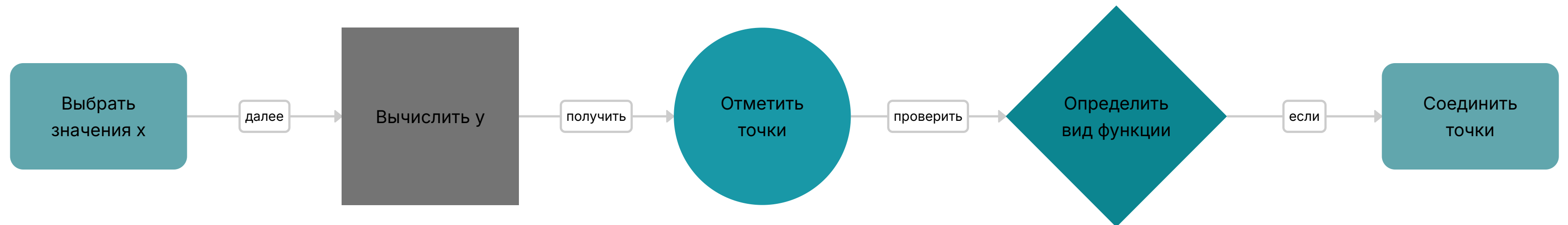


Таблица значений для функции $y = x + 1$

х	у
-2	-1
-1	0
0	1
1	2
2	3

По формуле вычислены несколько пар значений x и y . Таблица показывает, как меняется результат при последовательном увеличении x .

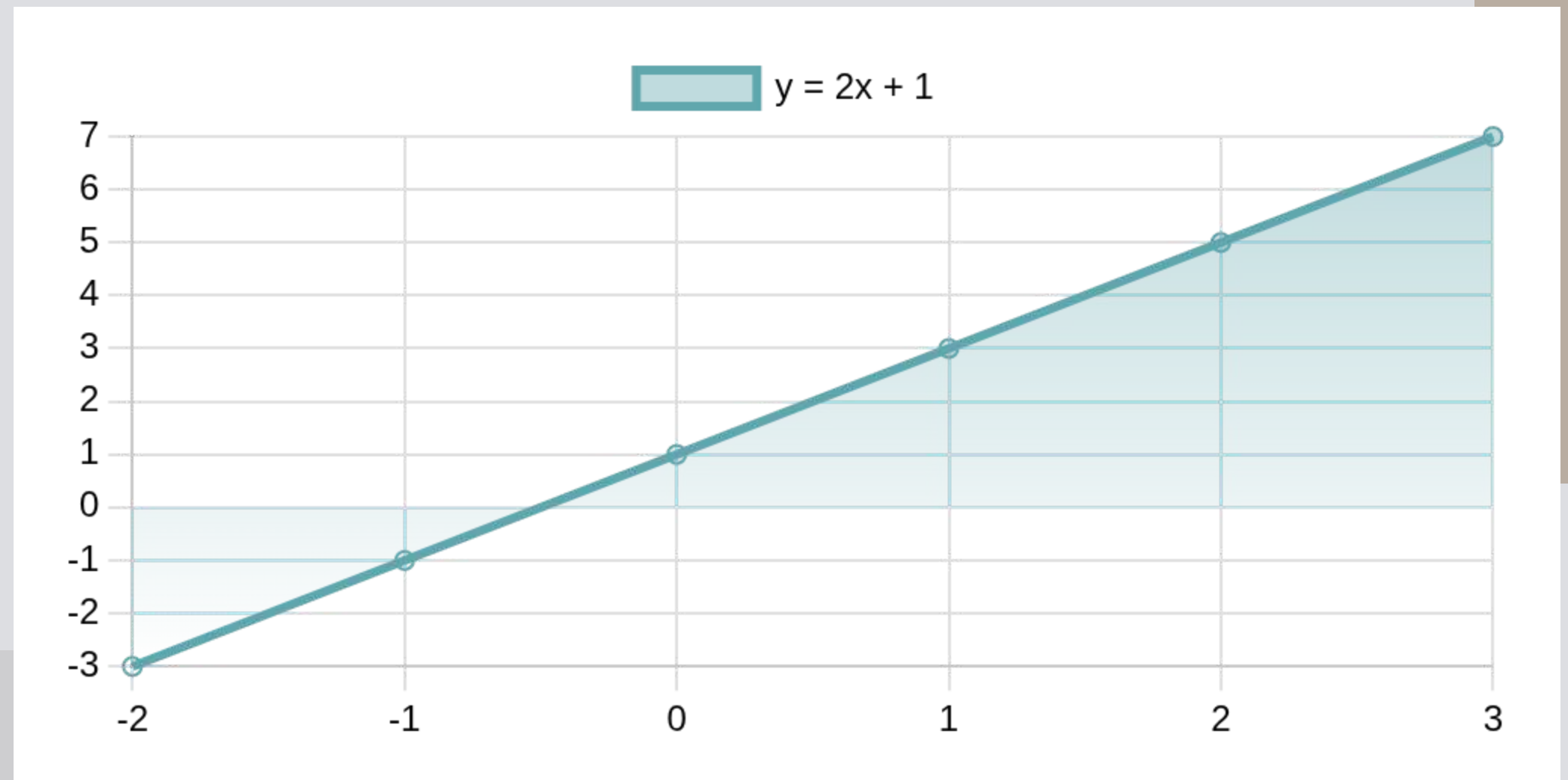
При увеличении x на 1 значение y тоже увеличивается на 1.

Вычисления по формуле функции $y = x + 1$

Линейная функция и равномерное изменение

График показывает, что значения растут одинаковыми шагами. Это удобно для сравнения с постоянной ценой, когда каждая следующая покупка увеличивает итог на одну и ту же величину.

Линейная зависимость изменяется равномерно: при росте x на 1 значение y увеличивается на 2.



Значения вычислены по формуле $y = 2x + 1$

График квадратичной функции $y = x^2$



Форма параболы

График функции $y=x^2$ образует плавную U-образную линию. Такая форма помогает увидеть, что изменение сначала небольшое, а затем становится всё заметнее при удалении от нуля.



Симметрия

График одинаков слева и справа от оси y . Если точка с координатой x подходит графику, то точка с координатой $-x$ имеет такое же значение y .



Минимум в нуле

Наименьшее значение функции равно 0 и достигается в точке $(0; 0)$. Ниже оси x график этой функции не опускается.



Рост вдали от нуля

Чем дальше x от нуля, тем быстрее увеличивается y . Поэтому парабола хорошо описывает процессы, где изменения сначала идут медленно, а потом заметно ускоряются.

Как находить по графику значения x и y

1 Найти y по x

Сначала на оси x выбирают заданное значение, затем мысленно поднимаются или опускаются до графика и считывают соответствующее значение y . Так получают результат без вычислений по формуле.

2 Найти x по y

Если известно значение y , нужно провести поиск в обратную сторону: от него переходят к точке графика и смотрят, каким значениям x она соответствует. Иногда таких значений может быть несколько.

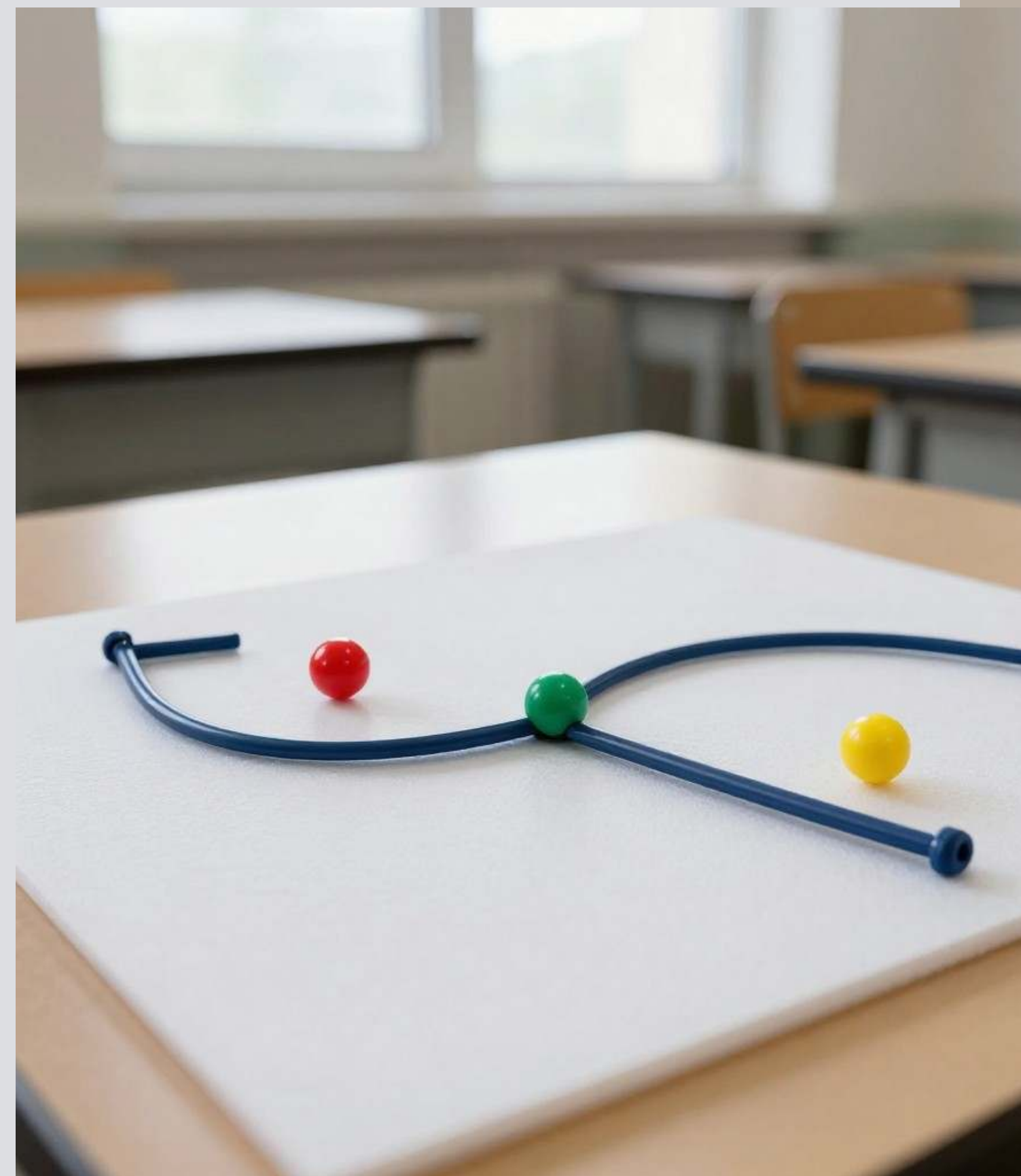
3 Проверить точку

Если точка лежит на графике, её координаты удовлетворяют правилу функции. Если точка находится вне линии, она не подходит и не является решением для данной зависимости.

1

2

3



Область определения и область значений



Когда x можно подставить

Область определения показывает, какие значения x допустимы для функции. Иногда ограничение связано с реальной ситуацией: нельзя брать отрицательное время, а иногда — с правилами самой записи, если нужны только целые числа. На графике такой промежуток обычно отмечают отдельно.



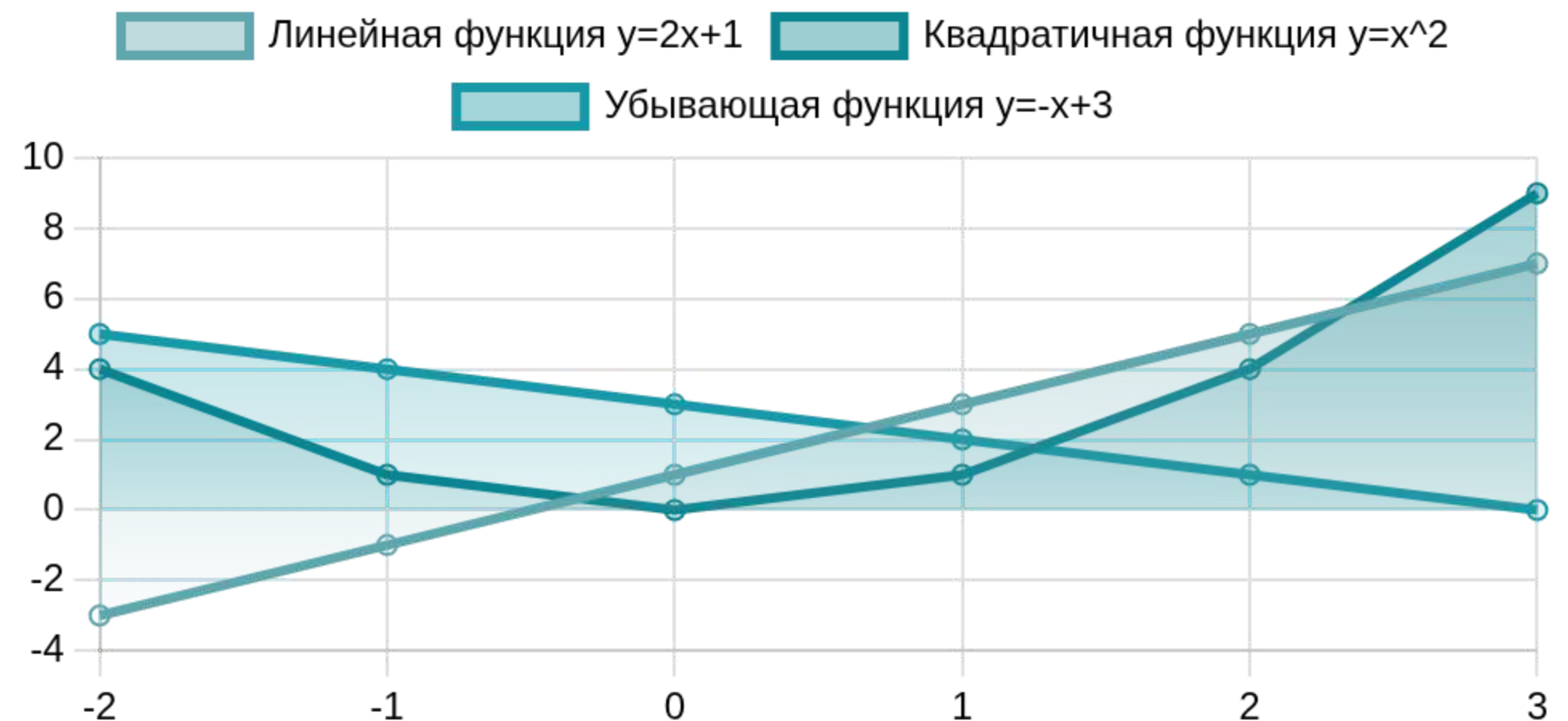
Какие y получаются в ответ

Область значений включает все результаты, которые даёт функция после вычислений. По графику её удобно читать по самой нижней и самой высокой точке или по выделенному участку линии. Это помогает понять, какие значения величины возможны в задаче.

Сравнение разных видов функций по графику

По графику сразу видно, где зависимость растёт равномерно, где сначала почти не меняется, а где убывает при увеличении x .

Форма линии помогает отличить вид функции без формулы: прямая, парабола и убывающая зависимость ведут себя по-разному.



Значения рассчитаны по формулам $y=2x+1$, $y=x^2$ и $y=-x+3$.

Когда y становится равным нулю, можно быстро найти точку пересечения с осью x и понять, где величина исчезает.

0

— это значение, при котором график пересекает ось x .

Сравнение графиков прямой, параболы и ломаной

Вид	Пример	Форма	Зависимость
Прямая	$y=3x-2$	линия	равномерная
Парабола	$y=x^2$	дуга	ускоряющаяся
Ломаная	по частям	углы	разная

Таблица показывает, как форма графика связана с правилом функции и характером изменения значений.

У одной функции — одна характерная форма графика: по ней можно предположить правило изменения значений.

Примеры функций из программы 7 класса.

Температура как история дня



Утро начинается прохладно

На графике утренние точки обычно расположены ниже: в 8:00 температура ещё не успела подняться. Затем линия постепенно идёт вверх, показывая, как солнце нагревает воздух. Такой участок удобно читать по часам и сравнивать с другими днями.

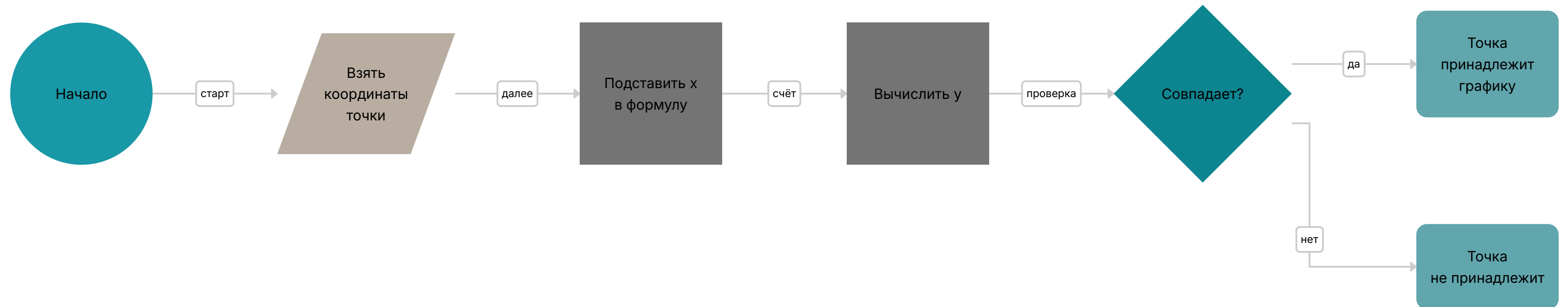


Днём и вечером видно смену

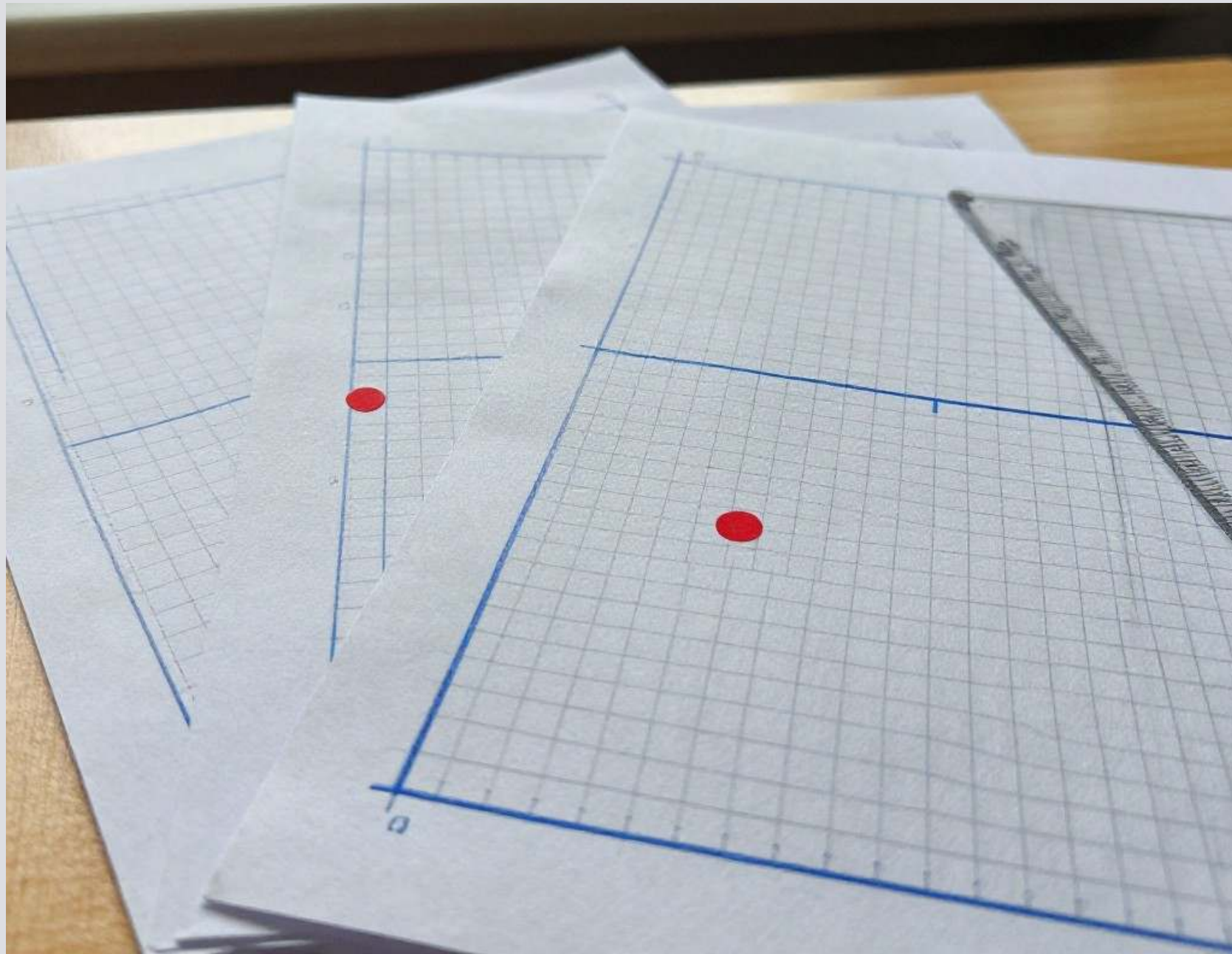
К полудню график часто достигает более высоких значений, а потом начинает опускаться. Точки в 12:00 и 18:00 помогают заметить, как дневное тепло сменяется вечерней прохладой. По такой кривой легко увидеть общую картину суток.

Как проверить, принадлежит ли точка графику

Проверка выполняется по формуле функции и координатам точки.



Типичные ошибки при чтении графиков



Путаница осей

Часто x и y меняют местами, особенно если точка расположена близко к оси. Из-за этого ответ получается неверным, хотя сама точка была прочитана правильно по сетке.

Неверный масштаб

Если на осях разные деления, легко ошибиться при подсчёте расстояния. Нужно внимательно смотреть, сколько единиц соответствует одному отрезку, а не полагаться только на внешний вид рисунка.

Знак минус

Минус на координатах важен: без него точка может оказаться в другой четверти. Ошибка особенно заметна при чтении левой половины плоскости и нижних значений y .

Чтение не по узлу сетки

Координаты надо определять по пересечению линий сетки, а не на глаз. Если точка лежит между линиями, её положение сначала уточняют по масштабу, затем записывают точно.

Как быстро меняются значения у разных функций

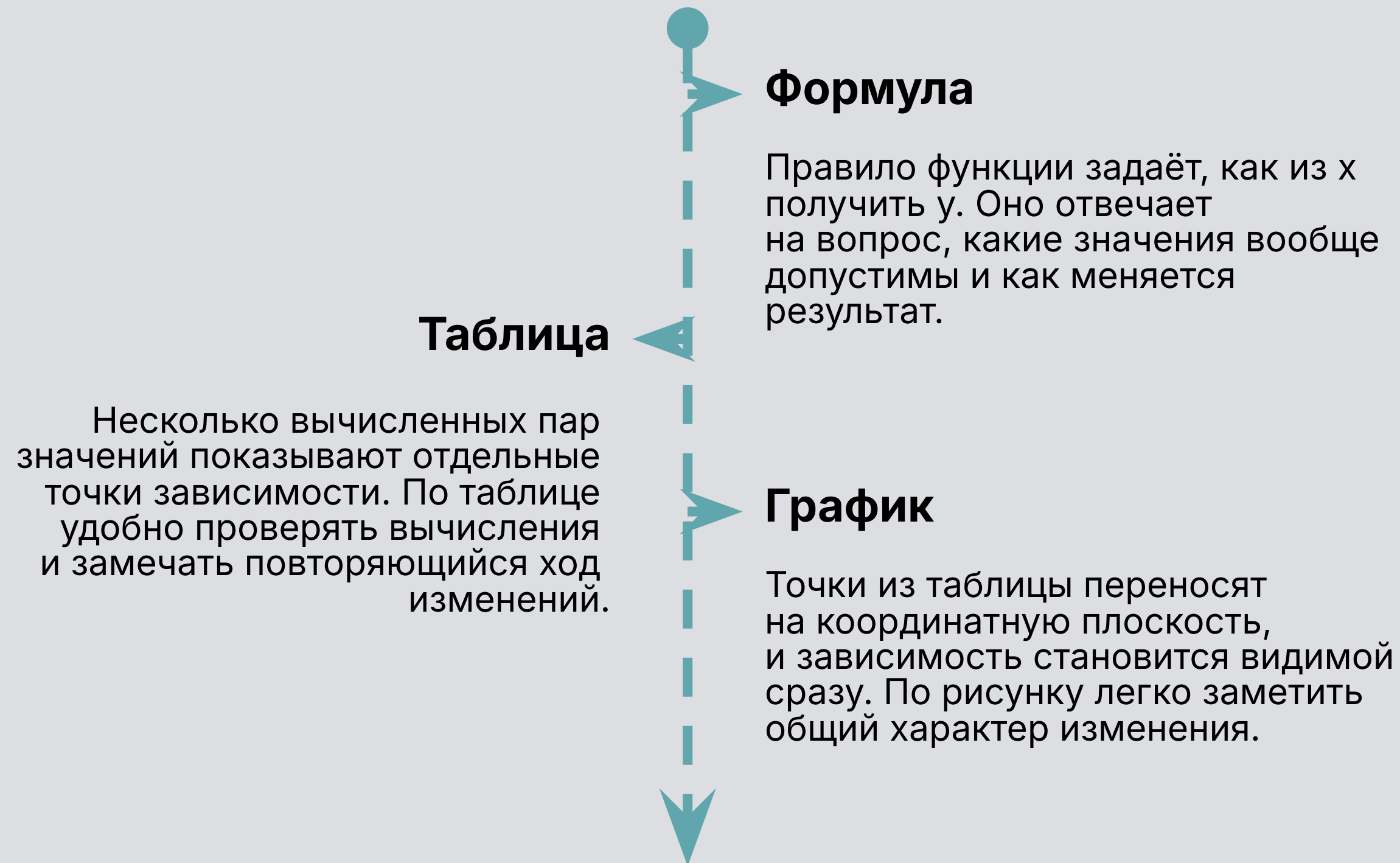
Чем круче график, тем быстрее меняются значения при одинаковом шаге по x .

Парабола растёт быстрее прямой, а прямой соответствует постоянный прирост: это видно уже на небольшом промежутке.



Схематические значения для сравнения скорости роста: $y = x/2$, $y = x$, $y = x^2$.

Связь формулы, таблицы и графика



Главные выводы по теме графика функции

1

Связь переменных

Функция устанавливает правило: каждому значению x соответствует своё значение y . Именно эта связь делает зависимость точной и удобной для описания разных процессов.

2

Точки на плоскости

График состоит из точек, которые удовлетворяют правилу функции. Если координаты точки подходят, она лежит на графике; если нет, она к нему не относится.

3

Чтение по координатам

По графику можно находить значения y при заданном x и наоборот. Такой способ помогает быстро проверять ответы и понимать зависимость без длинных вычислений.

4

Важность оформления

Подписи осей, деления и масштаб должны быть читаемыми и точными. Без них даже верный график можно понять неправильно или измерить с ошибкой.

График функции — язык зависимости

График делает зависимость между x и y наглядной: он соединяет формулу, таблицу и рисунок. Умение читать его помогает понимать изменения величин и готовит к новым темам алгебры.