

Сумма внешних углов выпуклого многоугольника

Любой выпуклый многоугольник «поворачивает» нас ровно
на 360° .

Где это свойство помогает

- Свойство суммы внешних углов помогает находить неизвестные значения, проверять построения и сравнивать правильные и неправильные многоугольники. Оно опирается на смежные углы и признак выпуклости.



Что называют внешним углом

У вершины

Внешний угол образуется между одной стороной многоугольника и продолжением соседней стороны за вершину. Он связан именно с поворотом фигуры, а не с её внутренней областью.

Смежные углы

В выпуклом многоугольнике внешний и внутренний углы при одной вершине являются смежными. Поэтому их сумма всегда составляет 180° , то есть развёрнутый угол.

Только для выпуклой фигуры

У выпуклой фигуры каждый внешний угол меньше 180° и определяется однозначно. Это делает правило удобным для вычислений и проверки ответов в школьных задачах.

Связь внутреннего и внешнего углов при вершине

Развёрнутый угол

При любой вершине выпуклого многоугольника внутренний и внешний углы вместе образуют развёрнутый угол. Значит, если известен один из них, второй можно сразу найти вычитанием из 180° .

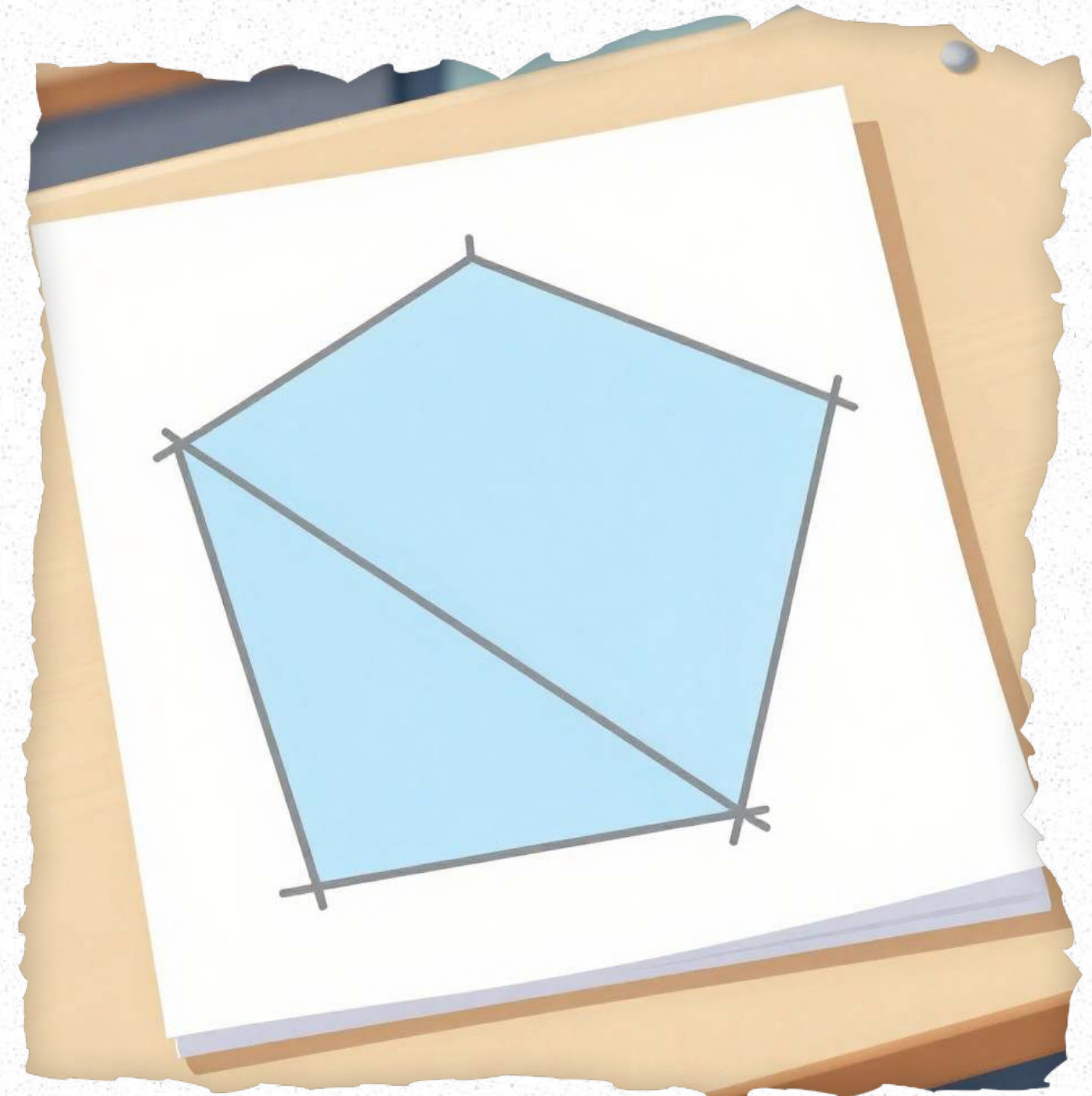
Примеры вычислений

Если внутренний угол равен 120° , внешний будет 60° .

Если внутренний угол равен 150° , внешний составит 30° . Чем больше внутренний угол, тем меньше соответствующий внешний.

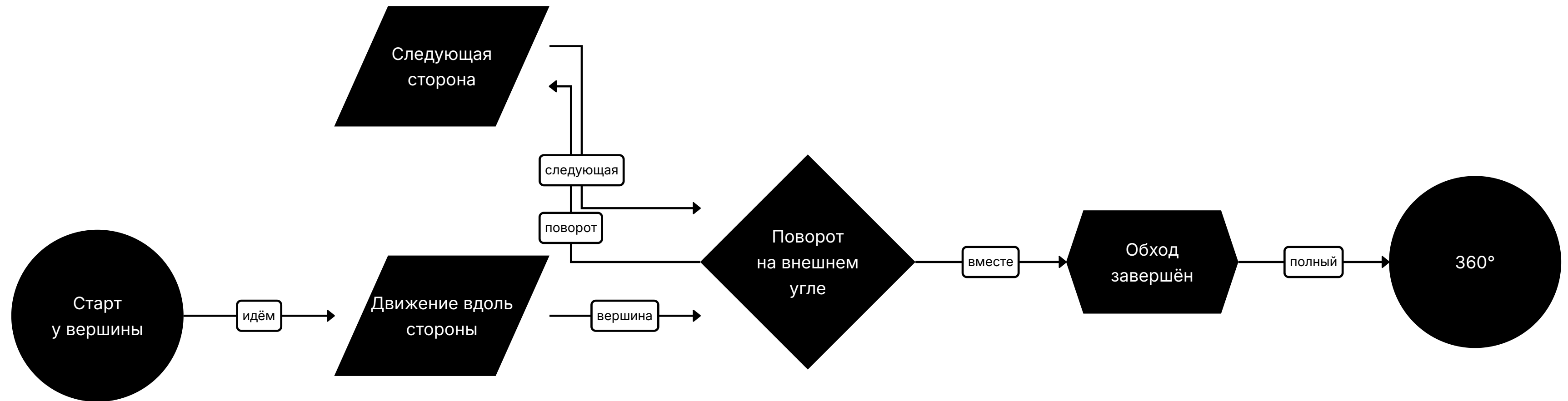
Что показать на рисунке

На учебном чертеже удобно выделить одну вершину, показать продолжение стороны и подписать оба смежных угла. Такой рисунок помогает увидеть, почему их сумма равна 180° .



Почему сумма внешних углов равна 360°

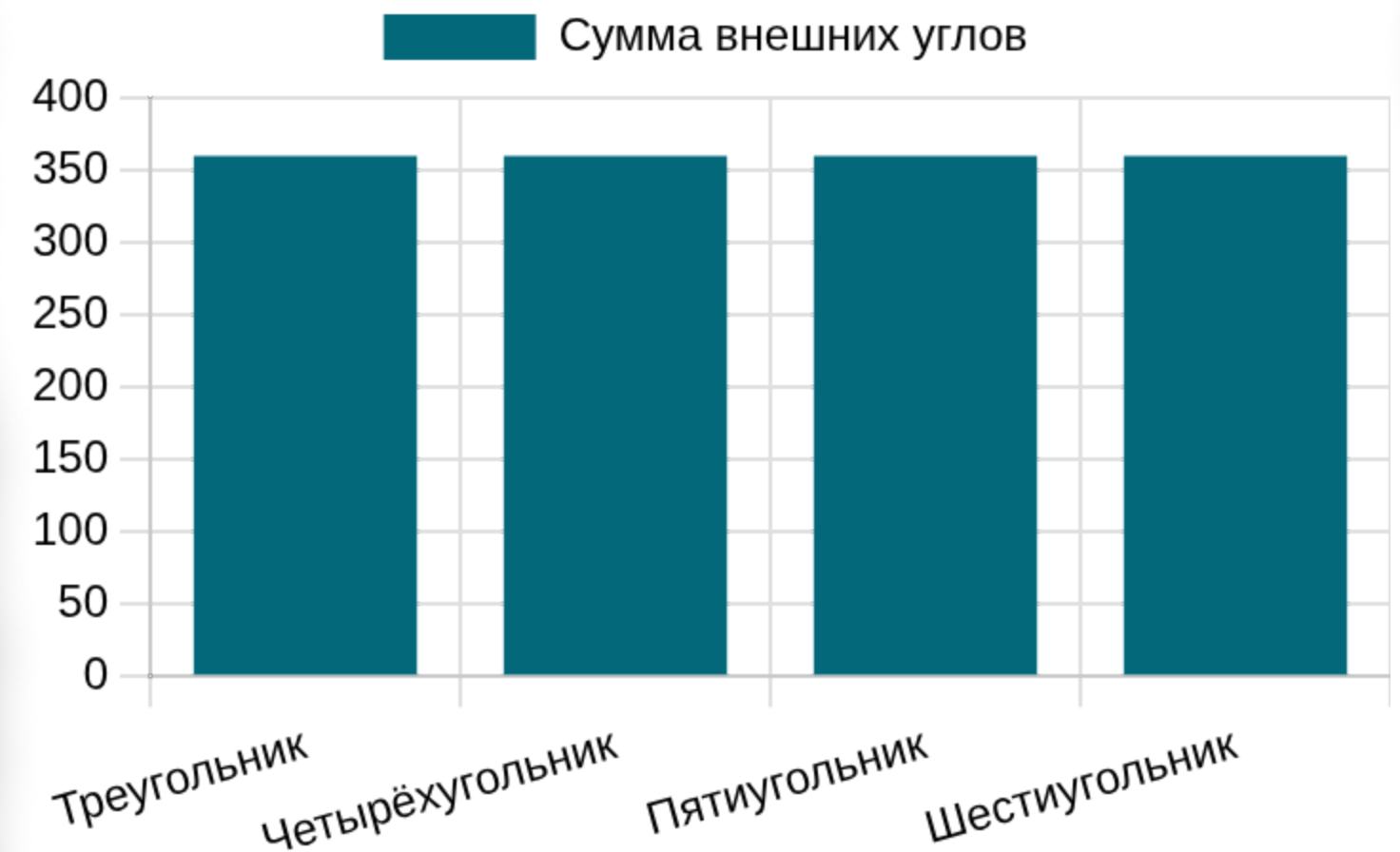
Последовательность поворотов при обходе выпуклого многоугольника



Сумма внешних углов не зависит от числа сторон

На диаграмме все значения совпадают, хотя число сторон меняется. Это подчёркивает устойчивость правила для любого выпуклого многоугольника.

Для всех рассмотренных фигур сумма одинакова: 360° . Следовательно, она не зависит от количества сторон.



Учебное правило по геометрии

Примеры для разных многоугольников

Таблица показывает, как меняется сумма внутренних углов, тогда как сумма внешних остаётся постоянной.

Внутренние углы растут с числом сторон, а внешние дают один и тот же результат.

Фигура	Сторон	Внутр.	Внешн.
Треугольник	3	180°	360°
Четырёхугольник	4	360°	360°
Пятиугольник	5	540°	360°
Шестиугольник	6	720°	360°

Формулы суммы углов многоугольников

Для правильного многоугольника каждый внешний угол равен общей сумме, делённой на число сторон. Это удобно для быстрых вычислений.

Свойство суммы внешних углов выпуклого многоугольника

360°

**— ЭТО СУММА
ВСЕХ ВНЕШНИХ
УГЛОВ ЛЮБОГО
ВЫПУКЛОГО
МНОГОУГОЛЬНИКА.**

Правильные многоугольники и равные внешние углы

Почему углы равны

У правильного многоугольника все стороны и все углы одинаковы. Поэтому каждый внешний угол тоже равен любому другому внешнему углу этой фигуры.

Удобная формула

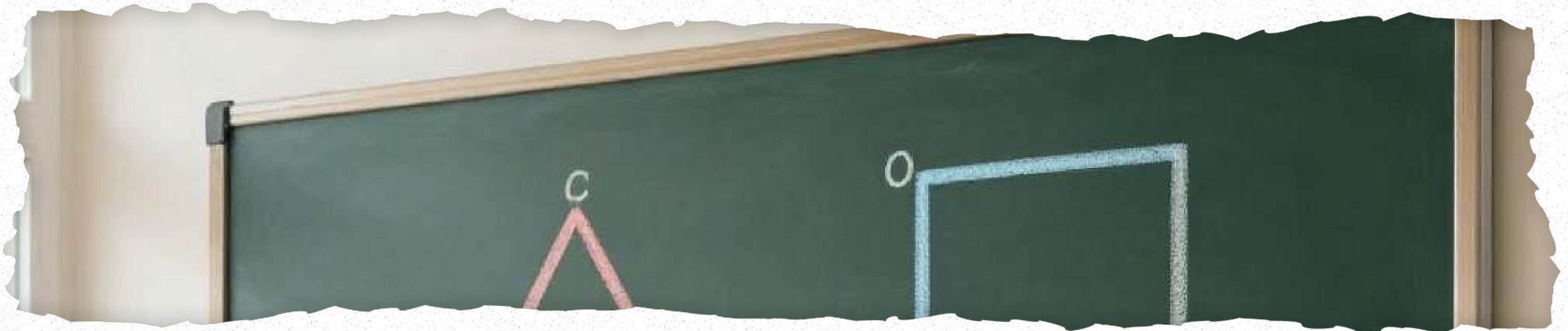
Если фигура правильная, внешний угол находят по формуле $360^\circ : n$. Она позволяет быстро узнать значение без отдельного построения для каждой вершины.

Примеры значений

У правильного треугольника внешний угол равен 120° ,
у квадрата — 90° ,
у правильного пятиугольника — 72° ,
а у правильного шестиугольника — 60° .

Что видно на рисунке

На иллюстрации удобно сравнить несколько правильных фигур с подписанными внешними углами. Так легко заметить, что при увеличении числа сторон угол уменьшается.



Когда известны несколько внешних углов, их сумму вычитают из 360° . Этот способ особенно полезен в задачах с одной неизвестной величиной.

Пример: $360^\circ - (80^\circ + 95^\circ + 110^\circ) = 75^\circ$

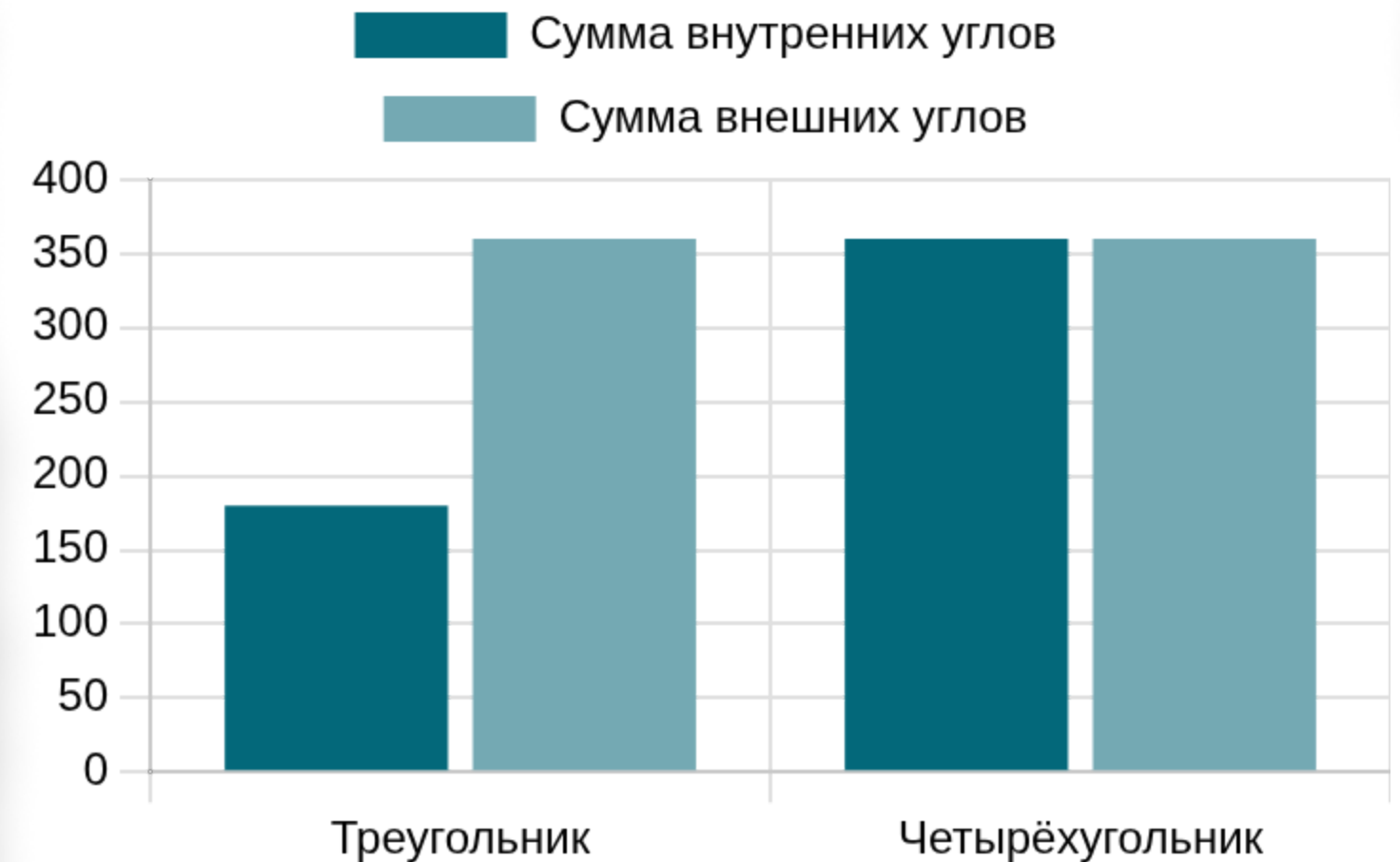
75°

**— ТАКОВ
НЕИЗВЕСТНЫЙ
ВНЕШНИЙ УГОЛ
В ПРИМЕРЕ ПОСЛЕ
ВЫЧИТАНИЯ
ИЗВЕСТНЫХ ЗНАЧЕНИЙ
ИЗ 360° .**

Внутренние и внешние углы: сравнение

На диаграмме видно, что внешние углы не меняют сумму, хотя число сторон различается.

Внутренние углы растут с числом сторон, а сумма внешних остаётся постоянной и равной 360° .



На основе свойств выпуклых многоугольников; учебная геометрия.

Почему правило относится к выпуклым фигурам

1. Однозначный внешний угол

У выпуклого многоугольника при каждой вершине можно выделить один внешний угол, потому что все стороны идут наружу и не образуют «впадин».

2. Сложность невыпуклых фигур

У невыпуклых многоугольников есть вогнутые вершины, где внешний угол уже нельзя читать так же прямо, как на обычном школьном чертеже.

3. Почему берут выпуклые

Поэтому правило о сумме 360° в школьных задачах применяют именно к выпуклым фигурам: так оно работает ясно, просто и без неоднозначности.

Алгоритм решения задач на внешние углы

Шаг	Действие	Результат
1	Выделить внешние	Нужные углы
2	Проверить выпуклость	Можно применять 360°
3	Сложить известные	Промежуточная сумма
4	Вычесть из 360°	Ответ найден

Правило суммы внешних углов выпуклого многоугольника.

Последовательность действий помогает не перепутать углы и быстро найти неизвестную величину.

Если фигура выпуклая и все внешние углы учтены, неизвестный угол находится вычитанием из 360° .

Поворот при обходе фигуры

1. Движение вдоль сторон

Если мысленно идти по сторонам многоугольника, то в каждой вершине приходится поворачивать на величину внешнего угла, чтобы продолжить обход.

2. Полный оборот

После прохождения всех вершин направление движения возвращается к исходному. Это означает, что суммарный поворот равен одному полному обороту.

3. Связь с 360°

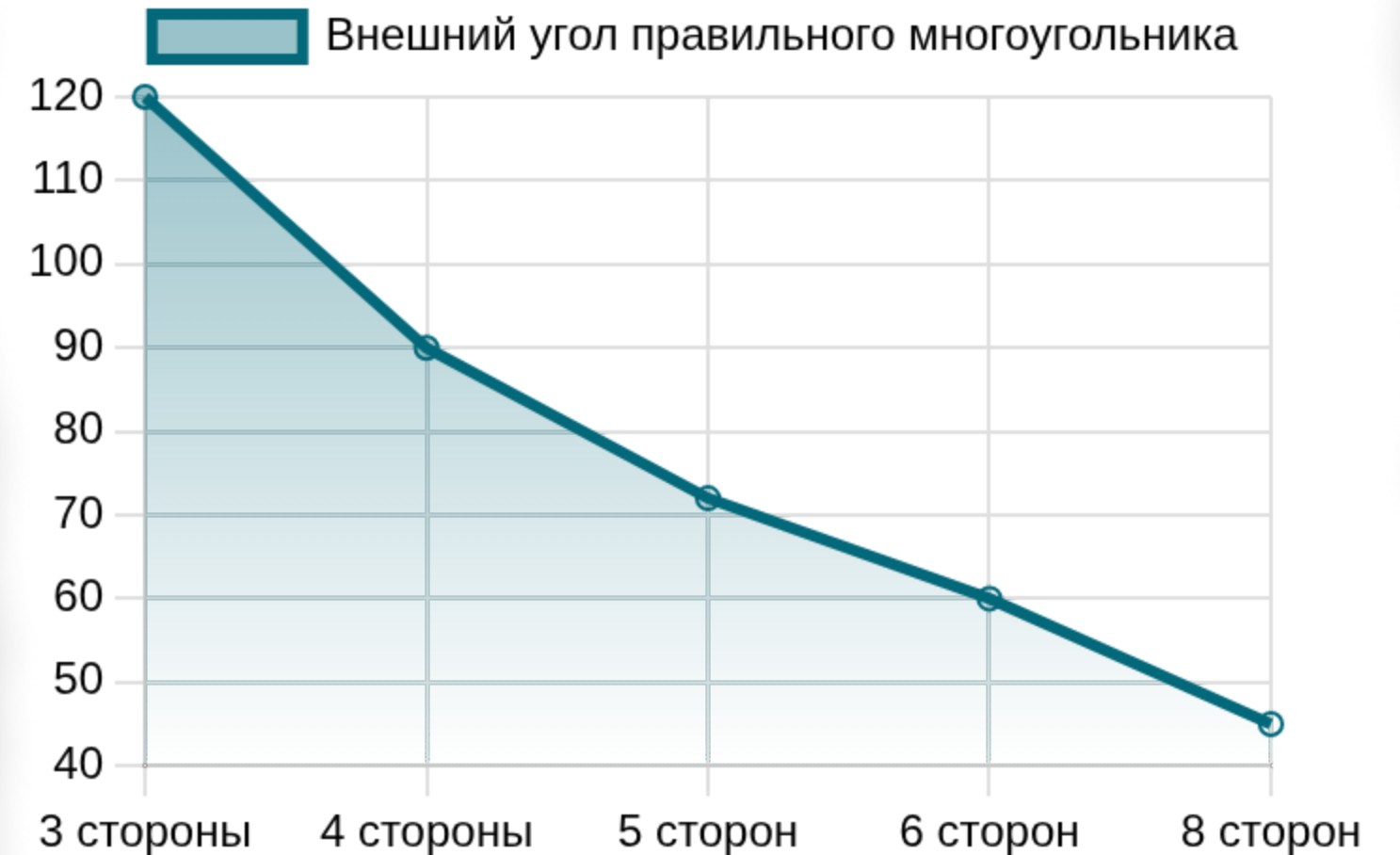
Полный оборот составляет 360° , поэтому сумма всех внешних углов выпуклого многоугольника тоже равна 360° . Именно в этом состоит главная идея свойства.



Как меняются внешние углы у правильных многоугольников

Чем больше сторон у правильной фигуры, тем меньше каждый внешний угол.

Значение одного внешнего угла уменьшается, но их общая сумма остаётся неизменной.



Вычислено по формуле $360^\circ : n$ для правильных многоугольников.

Связь с формулой суммы внутренних углов

Формула внутренних углов

Для выпуклого n -угольника сумма внутренних углов равна $(n - 2) \times 180^\circ$. Эта формула показывает, что с ростом числа сторон сумма увеличивается.

Поведение внешних углов

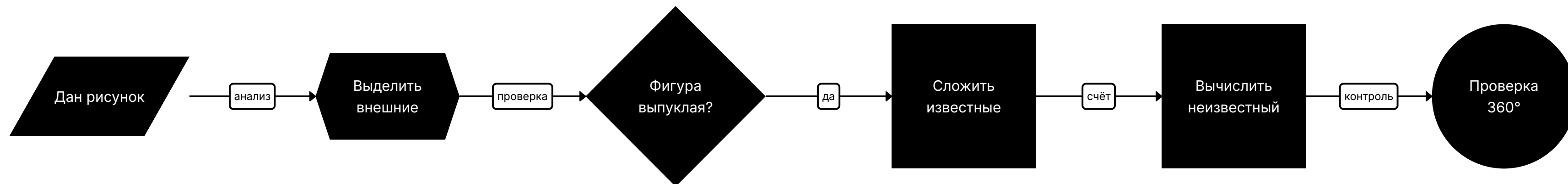
У внешних углов другое свойство: их сумма не зависит от n и всегда равна 360° . Это помогает отличать два вида углов и не путать их.

Удобное сравнение

Если рассматривать обе формулы вместе, становится видно главное различие: внутренние углы «накапливаются», а внешние сохраняют постоянное значение для любой выпуклой фигуры.

Проверка ответа в задаче

Последовательность действий при решении задач на внешние углы



Типичные ошибки при решении задач

Путают виды углов

Часто внешний угол принимают за внутренний. Чтобы не ошибиться, нужно помнить: внешний угол образуется со продолжением стороны, а не внутри фигуры.

Забывают про смежные углы

Полезно сразу использовать факт, что внутренний и внешний углы при вершине составляют 180° . Это помогает быстро проверять вычисления и чертёж.

Не все вершины учтены

Иногда в сумму включают не каждый внешний угол. Для выпуклого многоугольника важно учитывать все вершины ровно один раз, без пропусков.

Применяют правило не к той фигуре

Правило 360° нельзя механически переносить на невыпуклую фигуру. Сначала нужно проверить, что многоугольник действительно выпуклый.

Короткие числовые примеры

Примеры показывают, что число сторон меняется, а сумма внешних углов остаётся одинаковой.

Во всех примерах сумма внешних углов одинакова, поэтому правило не зависит от числа сторон.

Фигура	Углы	Сумма
Треугольник	$3 \times 120^\circ$	360°
Квадрат	$4 \times 90^\circ$	360°
Шестиугольник	$6 \times 60^\circ$	360°
Восьмиугольник	$8 \times 45^\circ$	360°

Вычисления по формуле суммы внешних углов выпуклого многоугольника.

Главный вывод темы

Сумма внешних углов выпуклого многоугольника всегда равна 360° . Это помогает находить неизвестные углы, проверять чертежи и видеть связь геометрии с полным поворотом при обходе фигуры.