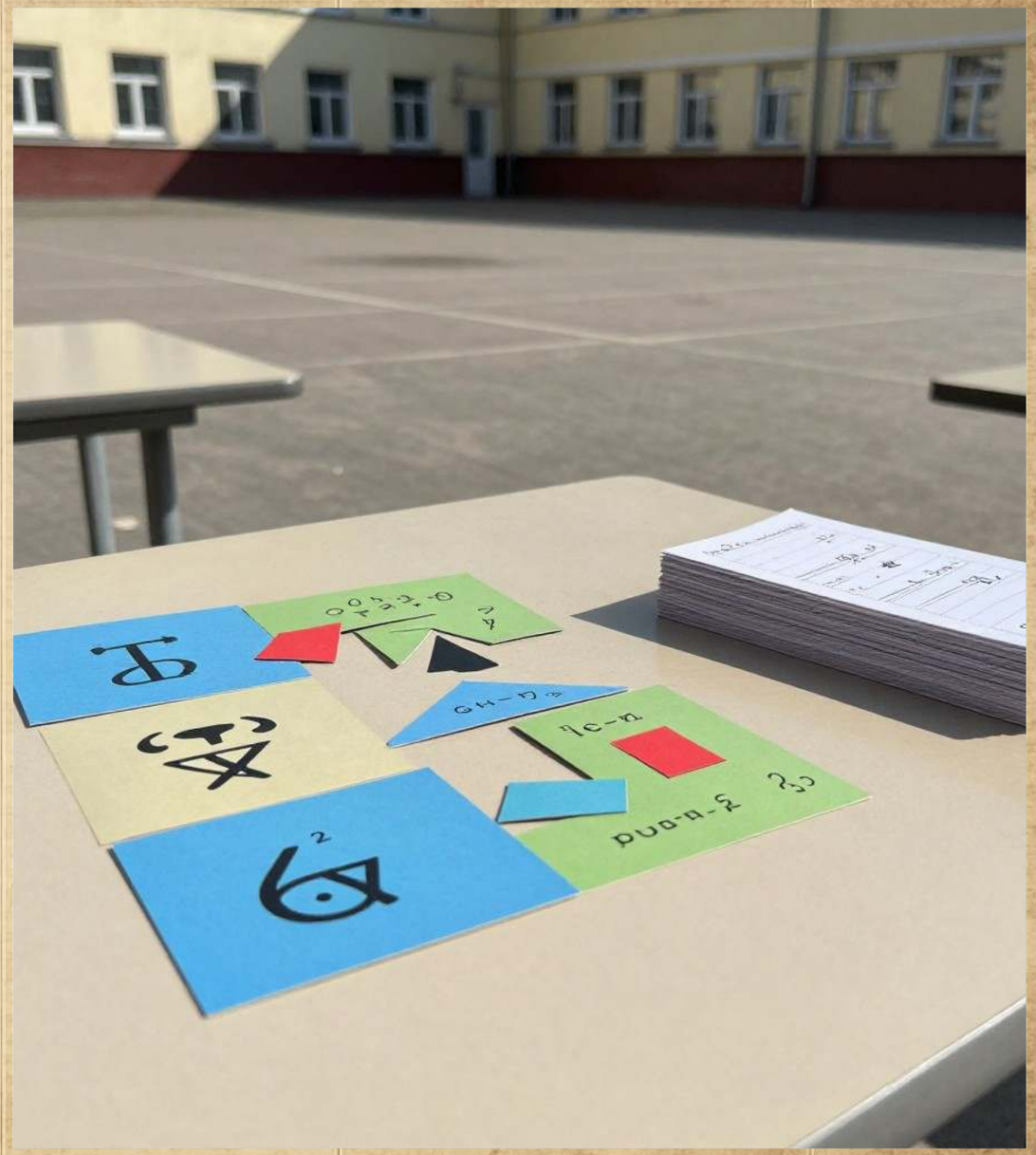
Произведение многочленов

Раскрываем скобки, умножаем и упрощаем выражения без ошибок.

Зачем это нужно

Умножение многочленов помогает раскрывать скобки, упрощать выражения и находить формулы в алгебре и геометрии.



Что такое одночлен, многочлен и подобные члены

1

Одночлен
Одночлен — это произведение числа и буквенной части. Примеры: $3x$, $-2a^2$, $7m$. Важны коэффициент, переменные и их степени.

2

Многочлен
Многочлен состоит из нескольких одночленов, соединённых сложением или вычитанием. Например, $2x+5$ и x^2-3x+1.

3

Подобные члены
Подобные члены имеют одинаковую буквенную часть и одинаковые степени. Их можно складывать или вычитать, чтобы упростить выражение.

Главный инструмент: распределительный закон

Правило раскрытия

Распределительный закон говорит: $a(b+c)=ab+ac$.
Он показывает, что число перед скобкой умножается на каждый член внутри.

1

Простой пример

Например, $2(x+3)=2x+6$. Здесь 2 умножается и на x, и на 3, поэтому получаются два слагаемых.

2

Работа со знаком

Если перед скобкой стоит минус, знак каждого члена меняется. Поэтому $-(x-4)=-x+4$, а не просто $-x-4$.

3

Одночлен × многочлен

1

Начинаем с коэффициентов
Сначала умножают коэффициенты. В выражении $3x(2x-5)$ получаем $3\cdot 2x\cdot x$ и $3x\cdot(-5)$.

2

Перемножаем буквы
Затем умножают буквенные части. $x\cdot x$ даёт x^2, поэтому первый член становится $6x^2$.

3

Следим за знаками
Дальше внимательно проверяют знаки. Отрицательное число в скобке сохраняет минус во втором произведении.

4

Записываем ответ
Итог записывают после раскрытия всех скобок: $3x(2x-5)=6x^2-15x$. Затем выражение можно ещё упростить, если есть подобные члены.

Многочлен × одночлен

Порядок не важен

Правило не зависит от порядка множителей: (4a-7)·2a и 2a·(4a-7) дают одинаковый ответ.

1

Умножаем каждый член

Каждый член многочлена умножается на одночлен отдельно. Здесь получаем 4a·2a и -7·2a.

2

Одинаковый порядок

Удобно сразу писать ответы в одном порядке букв. Так проще увидеть подобные члены и не запутаться при упрощении.

3

Одночлен × одночлен: правило степеней

1

Коэффициенты отдельно
При умножении одночленов коэффициенты перемножаются, а одинаковые буквы сохраняются в общем произведении.

2

Складываем показатели
Степени одинаковых букв складываются: $2x^3 \cdot 5x^2 = 10x^5$. Это правило работает только для одинакового основания.

3

Разные буквы — по-разному
Если буквы разные, степени не объединяются. Например, $3a^2 \cdot 2b = 6a^2b$, потому что переменные не совпадают.

Общий случай: многочлен × многочлен

Правило для двух скобок
Каждый член первой скобки умножается на каждый член второй. Это единственный надёжный способ не пропустить слагаемые.

Все произведения
В примере (x+2) (x+3) получаем x^2, 3x, 2x и 6. Потом все результаты объединяются.

Упрощение ответа
После раскрытия скобок обязательно приводят подобные члены. Тогда ответ записывается компактно и правильно.

Два шага: раскрыть и привести подобные

1

2

3

1. Раскрыть скобки

Сначала раскрывают первую скобку, умножая каждый её член на вторую скобку. Так появляются промежуточные произведения.

2. Перемножить все члены

Затем раскрывают оставшиеся произведения и записывают все слагаемые без пропусков. На этом этапе важны знаки и порядок записи.

3. Привести подобные

После этого собирают подобные члены и получают окончательный ответ. Без этого шага выражение остаётся неупрощённым.

5

получается при перемножении x^2 и x^3, потому что показатели складываются.

При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складываются — это ускоряет любые вычисления.

Пример из школьной алгебры

2

она показывает средний член в квадрате суммы и разности

Формулы квадрата суммы и квадрата разности

Формулы с коэффициентом 2 помогают быстро проверять раскрытие скобок и сразу замечать ошибку в знаке.

2

они остаются после сокращения средних членов

В разности квадратов после раскрытия скобок остаются только два слагаемых — это удобная проверка ответа.

Формула разности квадратов

Сеточная таблица для умножения

	x	3
x	x^2	3x
2	2x	6

Сеточная модель помогает увидеть, как каждый член первой скобки умножается на каждый член второй.

Каждая клетка содержит отдельное произведение, а затем одинаковые члены складываются: x^2, 3x и 2x дают x^2+5x+6.

Собственный пример по правилу умножения двучленов

Площадь как модель произведения

Разделение на части

Прямоугольник с длиной $x+3$ и шириной $x+2$ можно разделить на четыре части. Площадь каждой части показывает одно из слагаемых произведения.

Откуда берутся слагаемые

Квадрат x^2 появляется, когда перемножаются стороны x и x. Два прямоугольника дают x и $2x$, а маленький участок — число 6.

Зачем нужен рисунок

Такая модель особенно полезна, когда нужно объяснить ответ без длинных вычислений. Рисунок делает раскрытие скобок наглядным и понятным.

Типичные ошибки и ловушки

Не пропускать члены
Сначала умножают не только первый, но и каждый член скобки. Если пропустить хотя бы одно слагаемое, итоговое выражение сразу станет неверным.

1

Следить за минусом
Знак минус перед скобкой меняет знаки у всех членов внутри. Поэтому важно внимательно переписывать каждое промежуточное произведение.

2

Приводить подобные
После раскрытия скобок нужно объединить одинаковые члены. Без этого ответ будет записан не в самом простом виде и может выглядеть неправильным.

3

Проверять по шагам
Полезно после каждого действия быстро проверять себя: все ли члены учтены, верны ли знаки и нет ли лишних ошибок в записи.

4

Как работают отрицательные коэффициенты

1

Начать со знака
При умножении на отрицательный коэффициент сначала перемножают числа, а затем переносят знак в каждый член результата. Это помогает не потерять минус.

2

Умножить каждый член
В примере $-2x(x-4)$ каждое слагаемое скобки умножается на $-2x$. Поэтому получаем $-2x^2$ и $+8x$, а не наоборот.

3

Сверять промежуточный ответ
Если один из множителей отрицательный, итог может содержать разные знаки. Проверка на каждом шаге особенно важна, когда в выражении есть несколько минусов.

Тренировка: первые 4 примера

Первый пример
В примере 2(x+7) нужно умножить число 2 на оба слагаемых скобки. Затем получается 2x+14, без пропусков и лишних действий.

Второй пример
В записи (3a-2)·a каждый член скобки умножается на a. Сначала коэффициенты, затем буквенная часть, после чего удобно сравнить подобные члены.

Третий пример
Для (x+1) (x+4) важно раскрыть обе скобки полностью. После этого складывают одинаковые члены, чтобы получить более короткий и аккуратный ответ.

Четвёртый пример
В выражении (2y-3) (y-5) полезно не спешить: сначала все произведения, потом приведение подобных. Так легче не перепутать знаки при вычитании.

Ответы к первым примерам

Пример	Ответ
$2(x+7)$	$2x+14$
$(3a-2)\cdot a$	$3a^2-2a$
$(x+1)(x+4)$	x^2+5x+4
$(2y-3)(y-5)$	$2y^2-13y+15$

Проверьте, как получаются ответы после раскрытия скобок и приведения подобных членов.

Во всех четырёх случаях результат получается по одному и тому же алгоритму: умножение каждого члена, аккуратные знаки и объединение подобных членов.

Ответы к заданиям 1–4 по правилу умножения многочленов

Тренировка: разность квадратов

Узнать тождество

В выражении (x-3) (x+3) удобно узнать разность квадратов. После умножения средние члены взаимно уничтожаются, и остаётся x^2-9.

1

Проверить результат

Этот пример показывает, что формула работает не только на буквах, но и на обычном раскрытии скобок. Это помогает быстро проверять ответы.

2

Итоги: как умножать многочлены без ошибок

Чтобы умножать многочлены без ошибок, действуйте по одному алгоритму: раскрывайте скобки, умножайте каждый член, следите за знаками, приводите подобные и проверяйте старший член. Такая привычка делает вычисления уверенными и аккуратными.