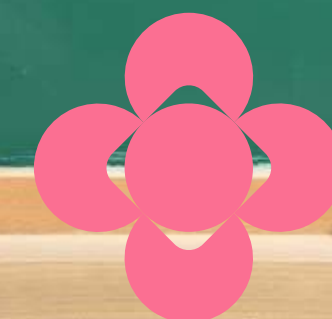
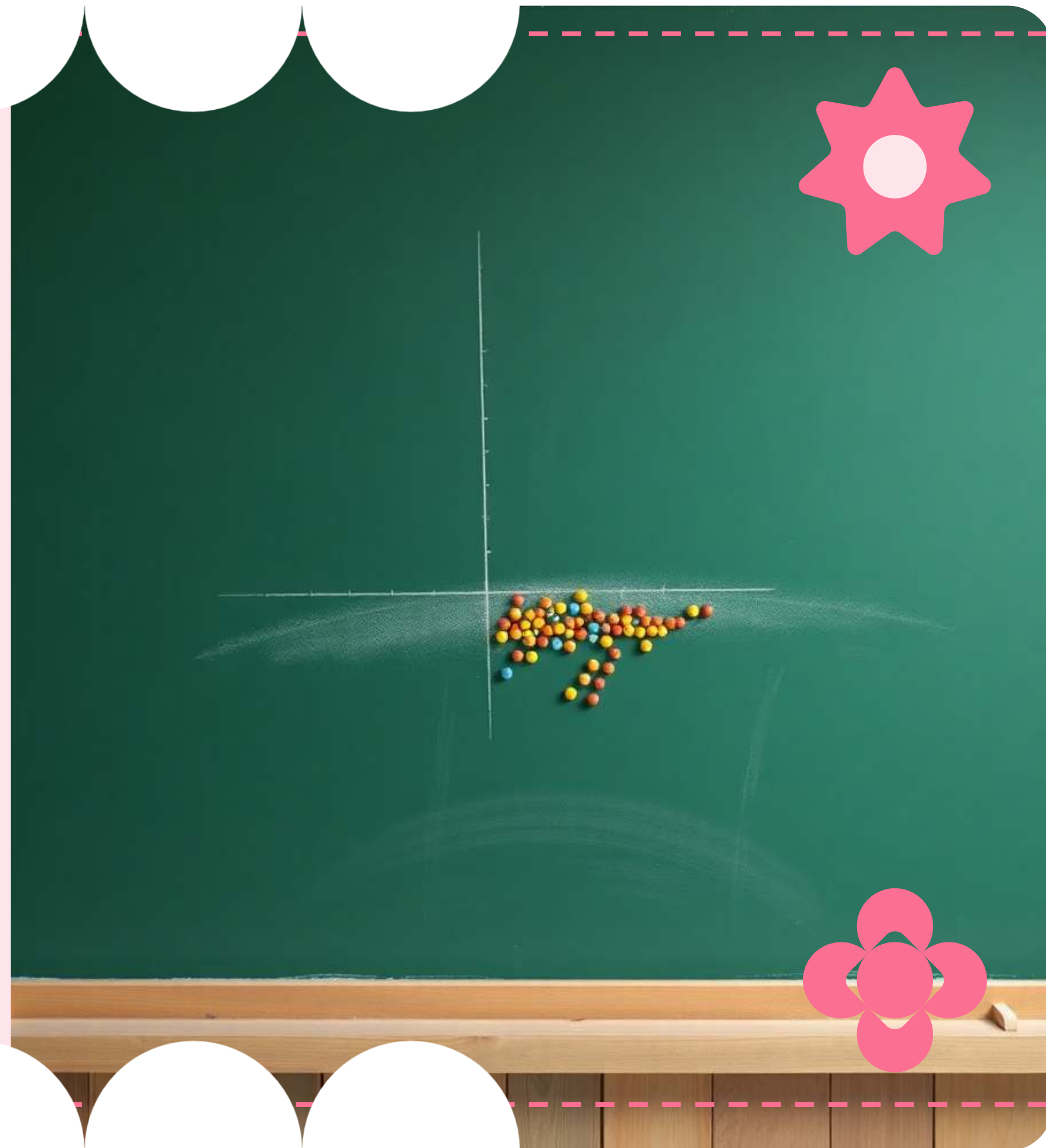
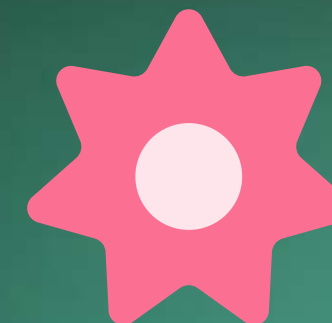




Уравнения с двумя переменными

Две неизвестные, много пар
решений и их график на плоскости.



Зачем изучать уравнения с двумя переменными

Эта тема помогает описывать связи между величинами, решать практические задачи и понимать, почему у одного уравнения может быть много ответов.



2



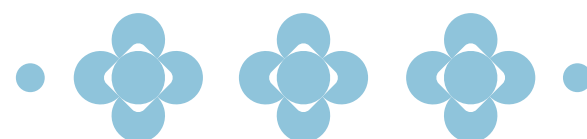
Что считается уравнением с двумя переменными

3



Две неизвестные

Такое уравнение содержит две буквы, обозначающие неизвестные значения. Чаще всего это x и y , но могут использоваться и другие обозначения.



Знак равенства

Обязательно есть левая и правая части, которые должны быть равны. Именно это позволяет проверять, подходит ли выбранная пара чисел.



Пара чисел

Решением считается не одно число, а пара значений, например $(2; 8)$. Эти числа всегда рассматриваются вместе и в определённом порядке.



Проверка подстановкой

Чтобы убедиться в правильности ответа, вместо x и y подставляют выбранные числа. Если обе части равенства совпадают, пара подходит.



Связь с графиком

Каждой подходящей паре соответствует точка на координатной плоскости. Поэтому такие уравнения удобно изучать через таблицу значений и рисунок.

Примеры пар чисел и проверка решения

4

В таблице показано, как подстановка помогает быстро проверить, является ли пара чисел решением уравнения.

Уравнение	Пара	Проверка
$x+y=7$	(3; 4)	$3+4=7$
$2x+y=8$	(2; 4)	$2 \cdot 2+4=8$
$x-y=1$	(5; 2)	$5-2=3$

Пара чисел подходит только тогда, когда после подстановки получается верное равенство.

Школьный курс алгебры 7 класса

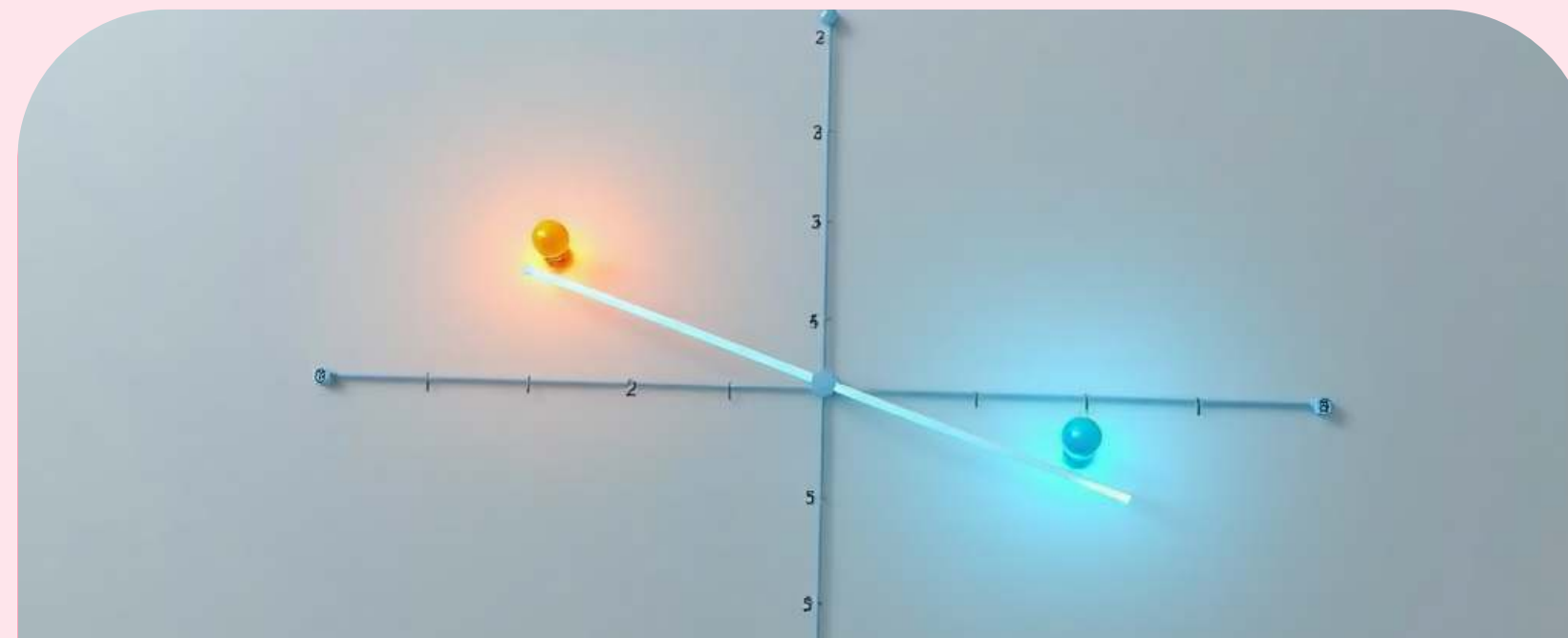
Пара чисел на координатной плоскости

5



Точка появляется из пары

Каждая пара решений превращается в точку на координатной плоскости. Первое число показывает положение по горизонтали, второе — по вертикали, поэтому порядок значений нельзя менять местами.



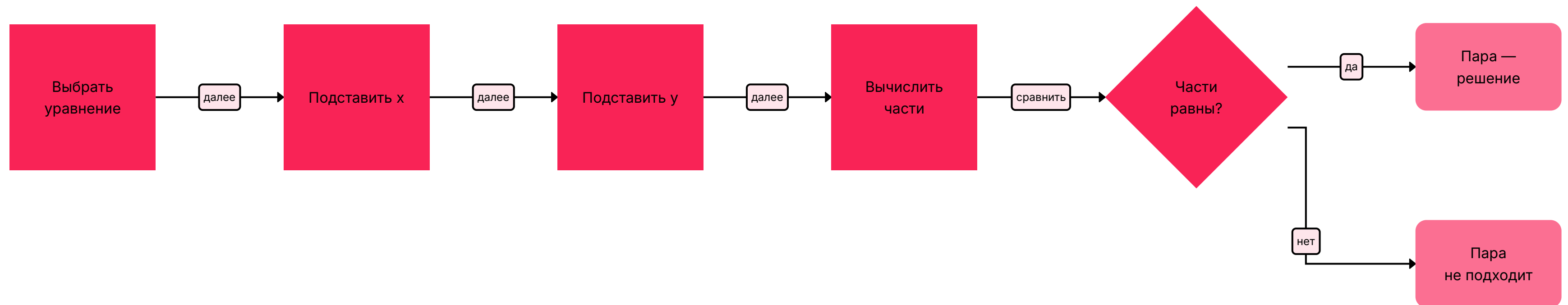
Разные пары — разные точки

Пары $(2; 3)$ и $(3; 2)$ дают разные точки, хотя числа в них те же. На рисунке это хорошо видно по расположению точек на осях x и y .

Как проверить, является ли пара чисел решением

6

Схема проверки пары чисел для уравнения с двумя переменными



Одно уравнение — много решений

7

01

Не один ответ

Уравнение с двумя переменными обычно не имеет единственного решения. Оно задаёт целый набор пар чисел, которые делают равенство верным.

02

Пример с суммой 6

Для уравнения $x+y=6$ подходят пары (0; 6), (1; 5), (2; 4), (3; 3) и другие. Все они дают одинаковую сумму.

03

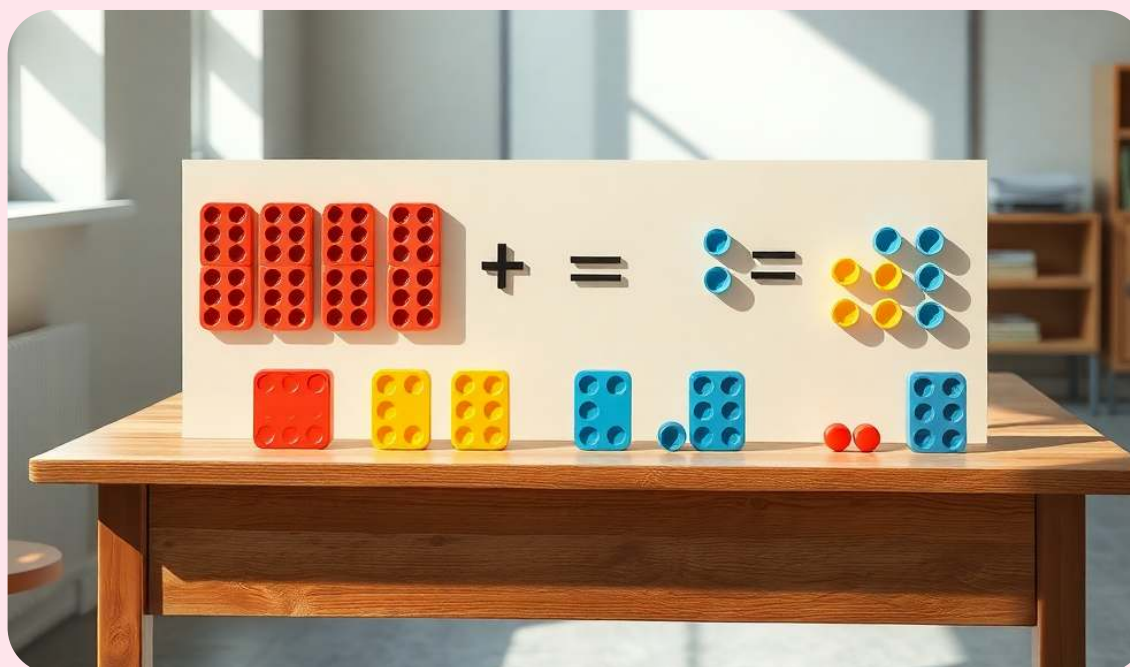
Меняются оба числа

Если x увеличивается на 1, то y уменьшается на 1. Так сохраняется одно и то же значение суммы, равное 6.

04

Много вариантов

Подходящие пары можно продолжать находить и дальше, пока значения остаются неотрицательными. Это показывает, что решений действительно много.



05

Общий вывод

Одно уравнение с двумя переменными описывает не один результат, а множество согласованных пар чисел. Именно поэтому его удобно связывать с графиком.

Примеры решений уравнения $x+y=6$

8

Точки можно записывать как упорядоченные пары и сравнивать по ним значения двух переменных.

График показывает устойчивую зависимость: чем больше x , тем меньше y , а сумма остаётся одинаковой.

Школьный курс алгебры 7 класса

Равносильные преобразования уравнений

9



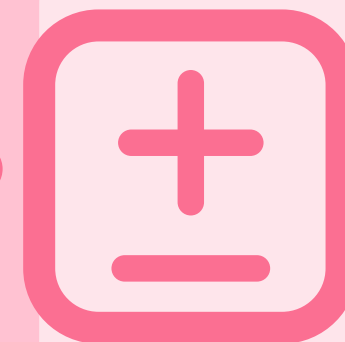
Сохранение решений

Уравнение можно менять так, чтобы все его решения остались теми же. Тогда новое равенство будет равносильно исходному и не потеряет ни одной подходящей пары.



Раскрытие скобок

Если в записи есть скобки, их можно раскрыть и затем упростить выражение. Это делает уравнение короче и удобнее для дальнейших действий.



Перенос слагаемых

Слагаемые можно переносить из одной части в другую, меняя знак. Так уравнение легче привести к виду, где одна переменная выражена через другую.



Упрощение выражений

После преобразований часто появляются похожие слагаемые. Их объединяют, чтобы получить более простую запись и быстрее находить значения переменных.



Удобство для графика

Например, $x+y=10$ можно записать как $y=10-x$. В таком виде удобно составлять таблицу значений и строить график.

Как привести уравнение к удобному виду

Исходное	Действие	Итог
$3x+y=12$	вычесть $3x$	$y=12-3x$
$x-2y=8$	выразить x	$x=8+2y$
$2x+3y=15$	перенести $2x$	$3y=15-2x$

После преобразования уравнение становится удобным для таблицы значений и поиска зависимости одной переменной от другой.

Если уравнение записано так, что одна переменная выражена через другую, значения находить заметно проще.

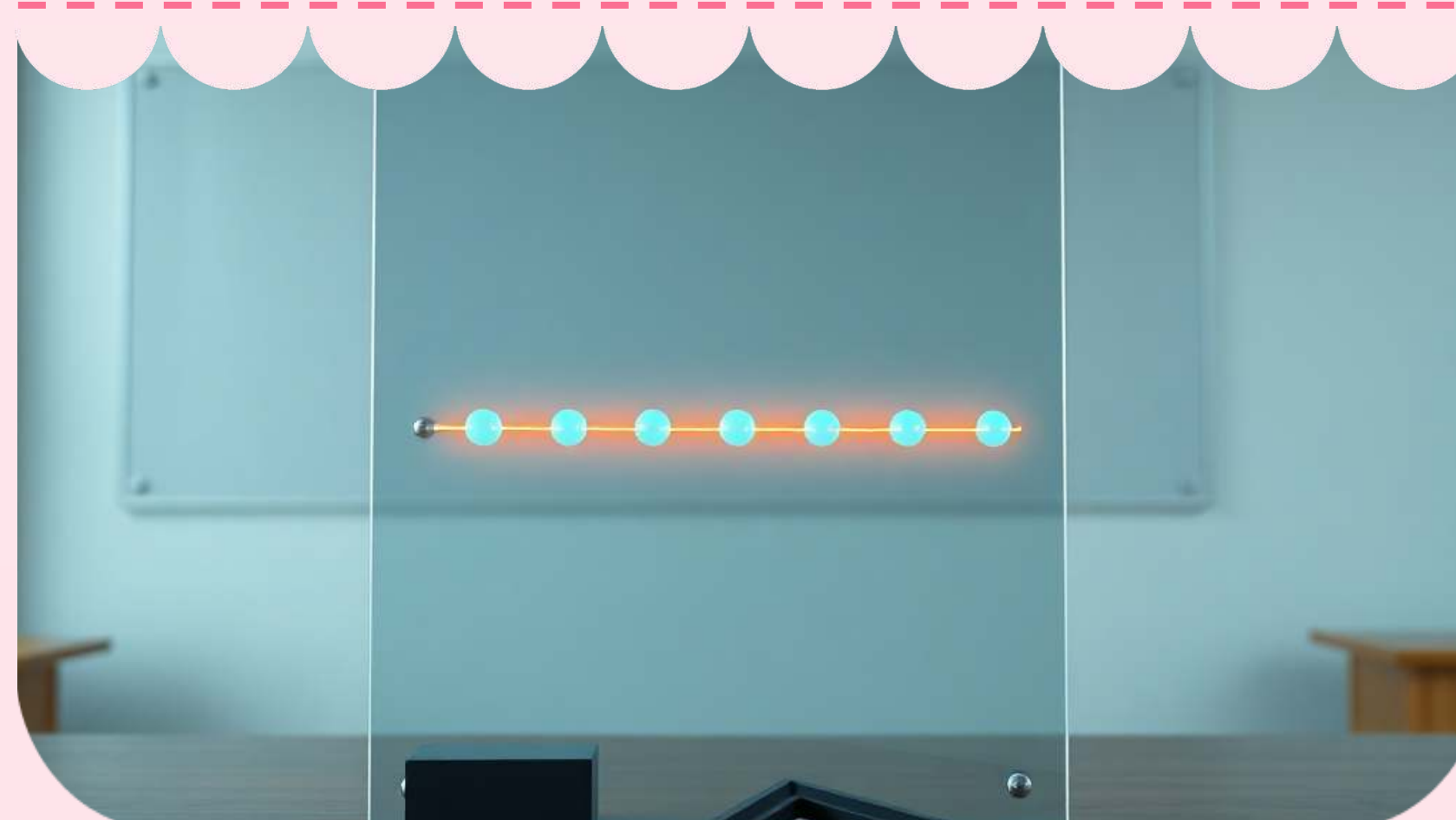
Таблица значений для уравнения $y=10-x$

11



Отбираем удобные значения

Чтобы построить график, сначала выбирают несколько значений x , а затем вычисляют y по формуле $y=10-x$. Так появляются пары чисел, которые удобно заносить в таблицу и использовать для построения точек на плоскости.



Точки, которые складываются в прямую

Если взять $x=0, 2, 4, 6, 8$ и 10 , получатся значения $y=10, 8, 6, 4, 2$ и 0 . На координатной плоскости эти точки выстраиваются ровно и показывают, как уравнение задаёт одну линию.

График линейного уравнения с двумя переменными

12

Для линейного уравнения достаточно отметить несколько найденных точек и соединить их. Получается наглядная зависимость между двумя величинами.

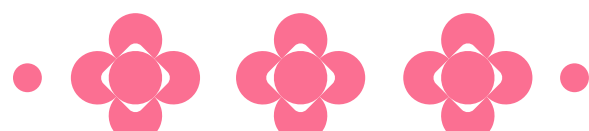
Точки располагаются на одной прямой, поэтому график линейного уравнения в 7 классе всегда имеет вид прямой линии.

Школьный курс алгебры 7 класса; значения вычислены по формуле $y=10-x$.



2

подстановки координат
достаточно, чтобы проверить
точку на принадлежность графику



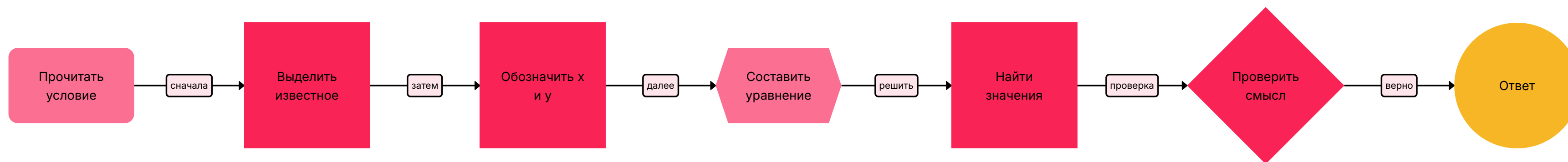
Достаточно одной проверки подстановкой,
чтобы решить, лежит ли точка на графике
уравнения. Если равенство выполняется, точка
подходит; если нет, она не является решением.

Школьный курс алгебры 7 класса

Алгоритм решения простой текстовой задачи

14

Последовательность действий строится от чтения условия к проверке ответа по смыслу задачи.



Задачи на сумму и разность двух чисел

15

01

Сумма как условие

Если известна сумма двух чисел, удобно сразу записать равенство вида $x+y=15$. Оно показывает, сколько вместе дают оба числа, и становится основой для дальнейшего поиска.

02

Разность как второе уравнение

Когда ещё задана разность, появляется второе равенство, например $x-y=3$. Вместе два уравнения позволяют определить оба числа точнее, чем одно условие.

03

Решение без догадок

Система помогает найти не случайные варианты, а единственную подходящую пару. После вычислений остаётся проверить, совпадают ли сумма и разность с условием задачи.

04

Простые сравнения в задачах

В школьных примерах одно число часто больше другого на 1, 2, 3 или 5. Такие отношения легко записываются буквами и быстро приводят к ответу.

Типичные ошибки при работе с уравнениями

В таблице показаны самые частые ошибки при подстановке и проверке пар чисел. Она помогает не терять знаки, не путать переменные и обязательно сравнивать обе части равенства.

Ошибка	Пример	Проверка
Скобки забыты	$2(x+1)=10$	$2(2+1)=6$
Путаница x и y	$x=2, y=5$	$2 \cdot 2 + 5 = 9$
Не сравнили части	$4+5$	$9 \neq 10$
Нет проверки	$2x+y=10$	Нужно подставить

Большинство ошибок связано не с вычислениями, а с невнимательностью при записи и проверке. Аккуратная подстановка сразу показывает, подходит ли пара чисел.

Как уравнение превращается в рисунок на плоскости

17



Каждая пара — отдельная точка

Уравнение с двумя переменными можно представить как множество точек. Каждая подходящая пара чисел становится своей точкой на координатной плоскости, где x откладывают по горизонтали, а y — по вертикали.



Все решения образуют график

Если отмечать на сетке все точки, удовлетворяющие одному уравнению, они складываются в график. Для линейного уравнения этот график выглядит как прямая, проходящая через найденные точки.

Как меняется y при изменении x

18

По мере роста x значения y уменьшаются, поэтому точки располагаются по нисходящей линии. Это удобно замечать уже по нескольким примерам.

Здесь видно согласованное изменение двух величин: одна растёт, другая убывает на ту же величину. Такая зависимость хорошо читается по графику.

Школьный курс алгебры 7 класса; значения вычислены по формуле $y=10-x$.

Где встречаются такие уравнения В ЖИЗНИ

19

Покупки



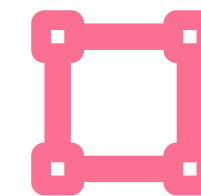
В задачах про цену и количество уравнение помогает связать число предметов и общую стоимость. Так удобно считать тетради, ручки, билеты и другие покупки.

Движение



При движении часто связывают время и расстояние. Если известна скорость или одна из величин, уравнение с двумя переменными помогает найти недостающие данные.

Фигуры



Для прямоугольников и других фигур уравнения описывают длину и ширину. Это позволяет находить размеры по периметру, площади или дополнительному условию.

Сравнение величин



Такие уравнения применяют, когда нужно сравнить два числа или выразить одно через другое. Это делает условие короче и понятнее.

Модели в науке



В физике, экономике и информатике уравнения с двумя переменными описывают связи между величинами. Они помогают строить простые модели и делать выводы по данным.



Что важно запомнить

Уравнение с двумя переменными описывает не одно число, а множество пар. Их проверяют подстановкой, записывают в таблицу и изображают на координатной плоскости как график.

