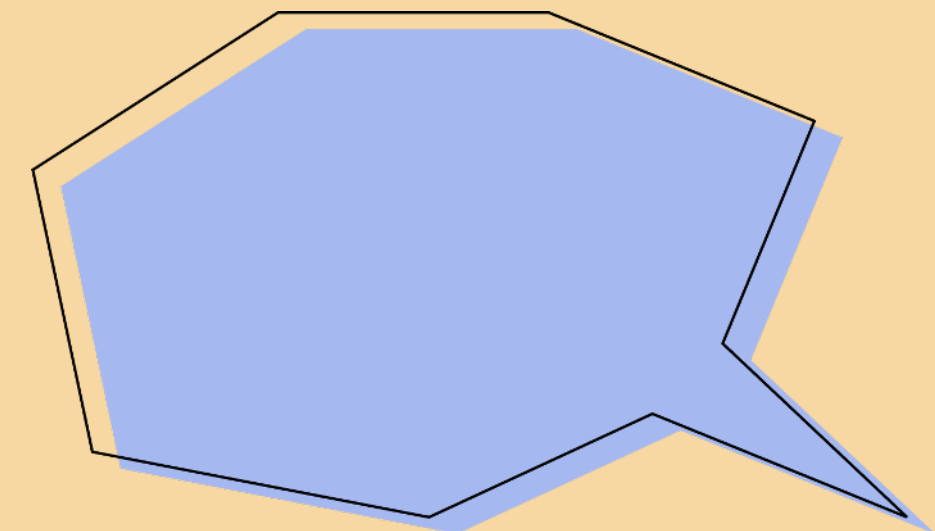
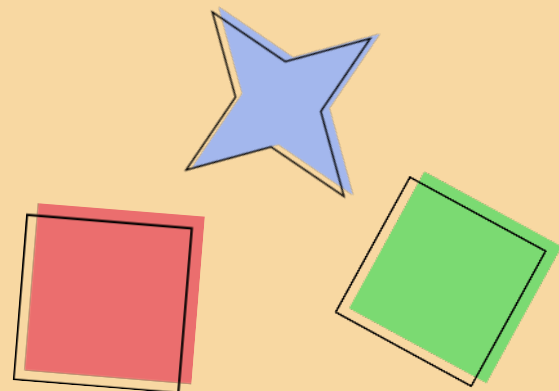
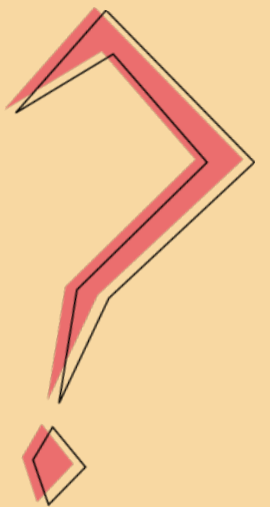
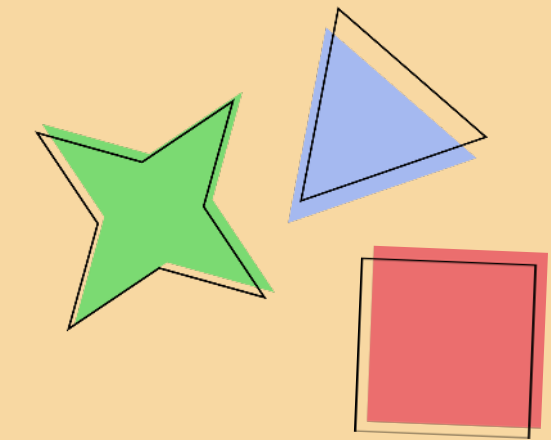
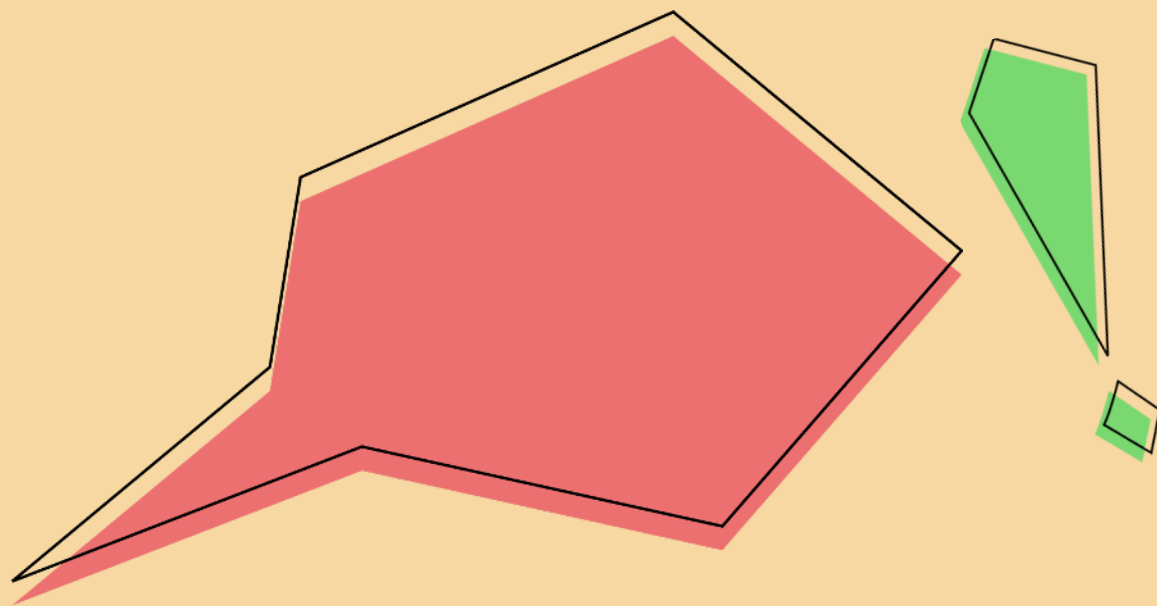


Неравенства в математике

**Понимаем, какие значения удовлетворяют условию и почему
решений бывает много.**



Неравенства вокруг нас

Неравенства помогают сравнивать величины в жизни: в магазине, на тренировке, в погоде и по времени.



Зачем нужны неравенства

1. Ограничения в жизни

Когда говорят «не больше 10 минут», мы понимаем ограничение сверху. Неравенство точно описывает такие условия и помогает выбрать подходящие значения переменной.

2. Диапазон значений

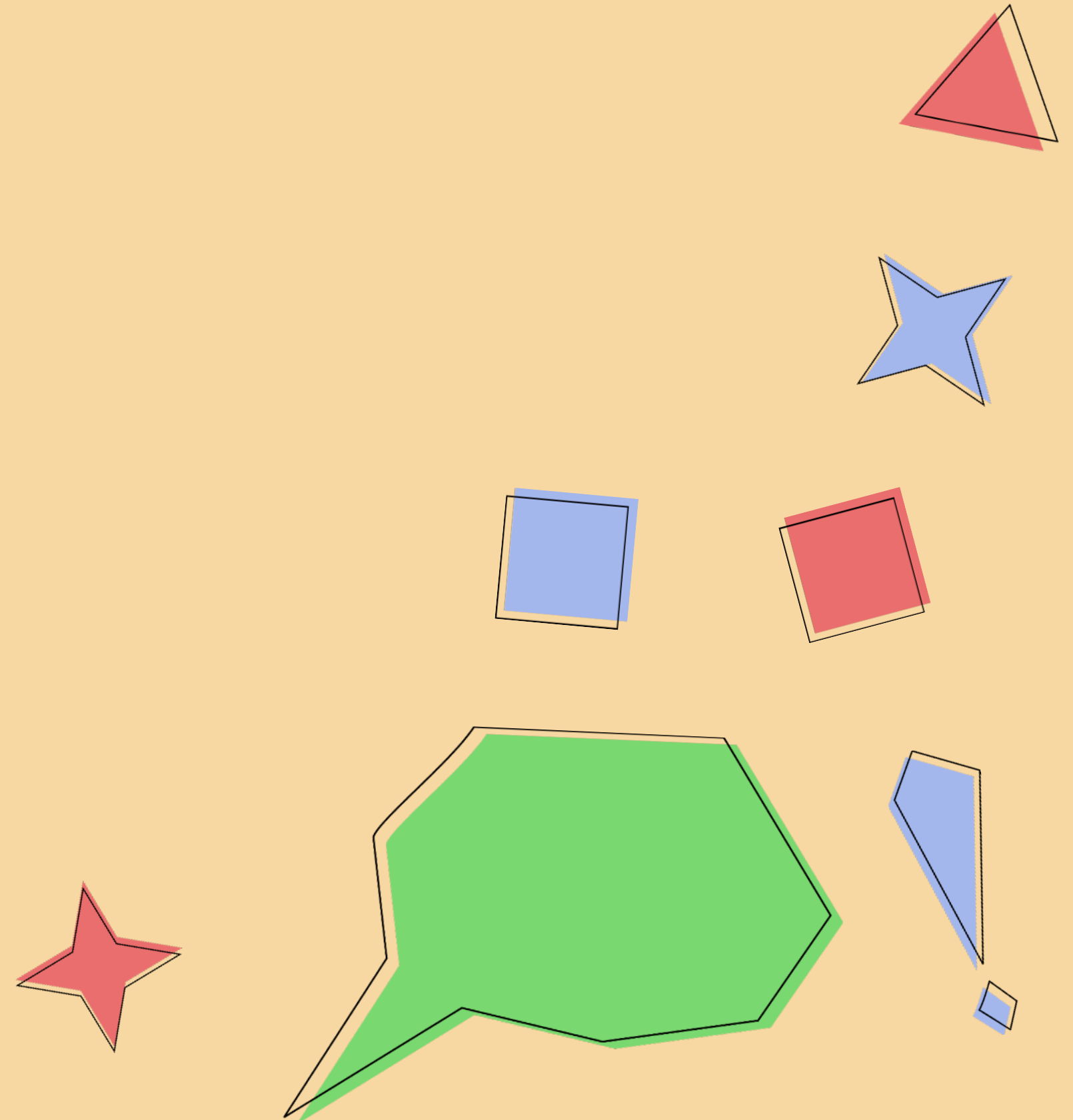
В задачах про деньги, расстояние или возраст часто важна не точная равенность, а допустимый диапазон. Именно его и задаёт неравенство.

3. Короткая запись условия

Для учеников 6–8 классов это удобный способ записывать реальные условия коротко и без лишних слов, сохраняя смысл задачи.

4. Границы и пределы

С помощью неравенств проще увидеть границы: что можно, что нельзя и где проходит допустимый предел.



Знаки сравнения

Больше

Знак $>$ читается «больше» и показывает, что левая часть превосходит правую. Например, $x > 5$ означает числа, большие пяти.

Меньше

Знак $<$ означает «меньше» и указывает на обратное сравнение. Запись $3y < 12$ говорит, что выражение слева меньше правой части.

Не меньше

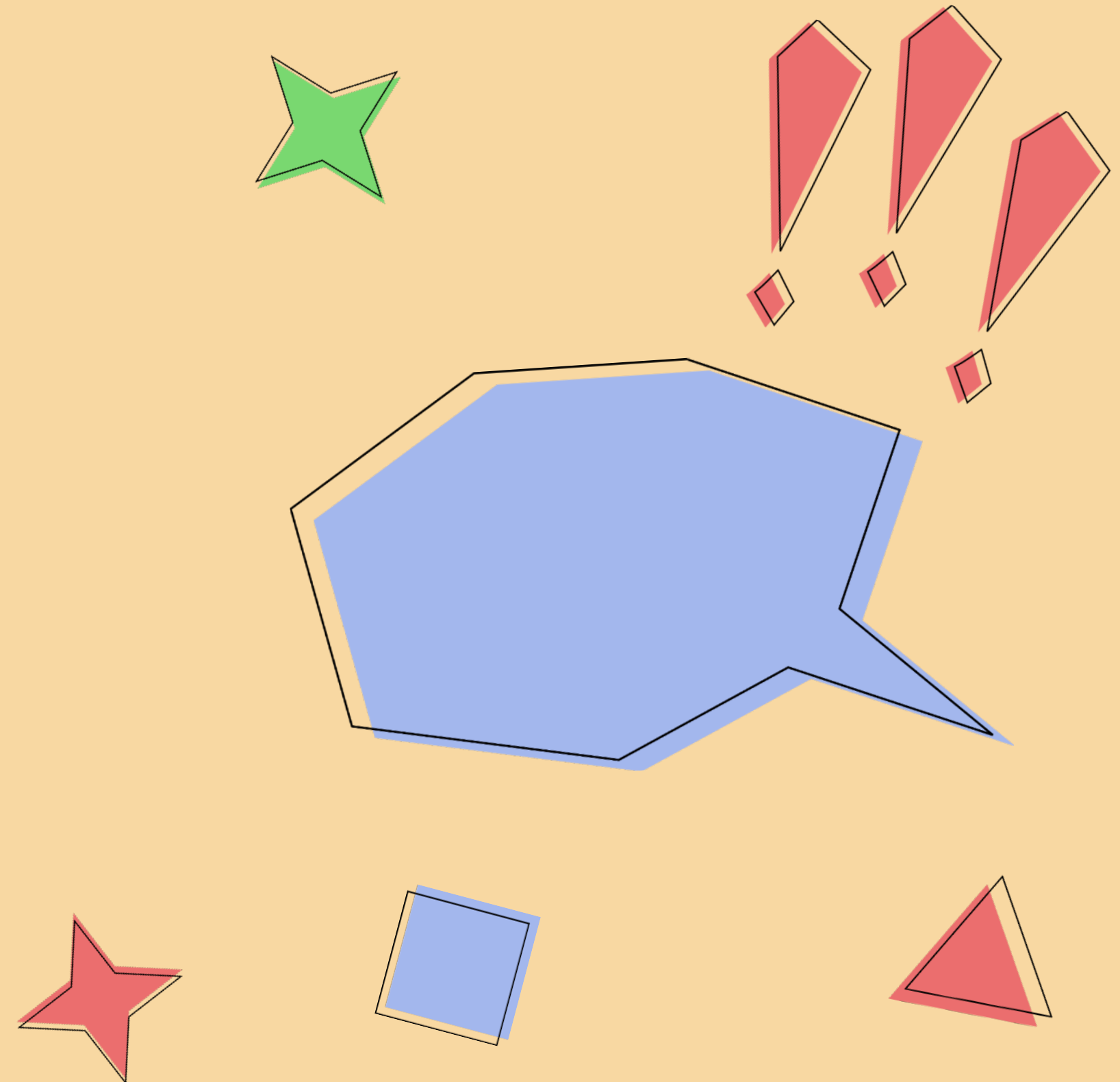
Знак $\geq$ показывает «больше или равно». Он нужен, когда подходит и большее значение, и точная граница, например $a \geq 0$.

Не больше

Знак $\leq$ означает «меньше или равно». В записи $3y \leq 12$ допускается и равенство, и более маленькие значения.

Смысл направления

Направление знака важно: оно показывает, в какую сторону сравниваются величины, и помогает правильно читать условие.



Что значит решить неравенство

Все подходящие значения

Решить неравенство — значит найти все значения переменной, при которых запись остаётся верной. Одного ответа может быть недостаточно, поэтому рассматривают целое множество чисел.

Пример с границей

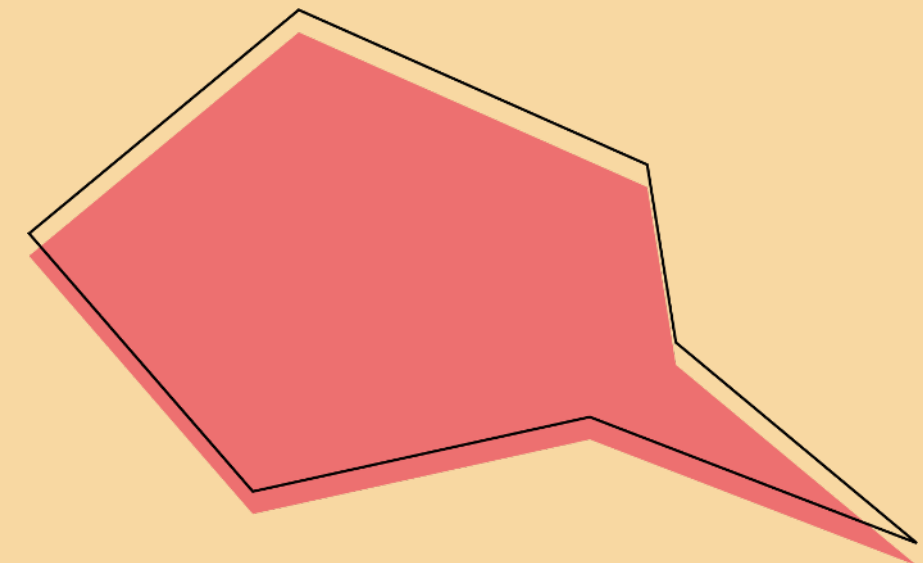
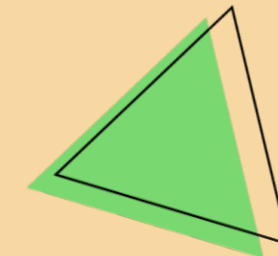
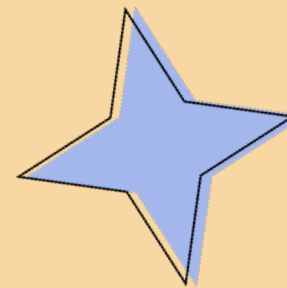
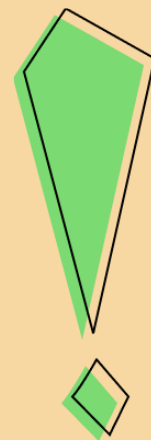
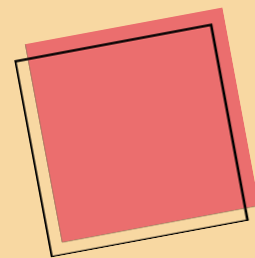
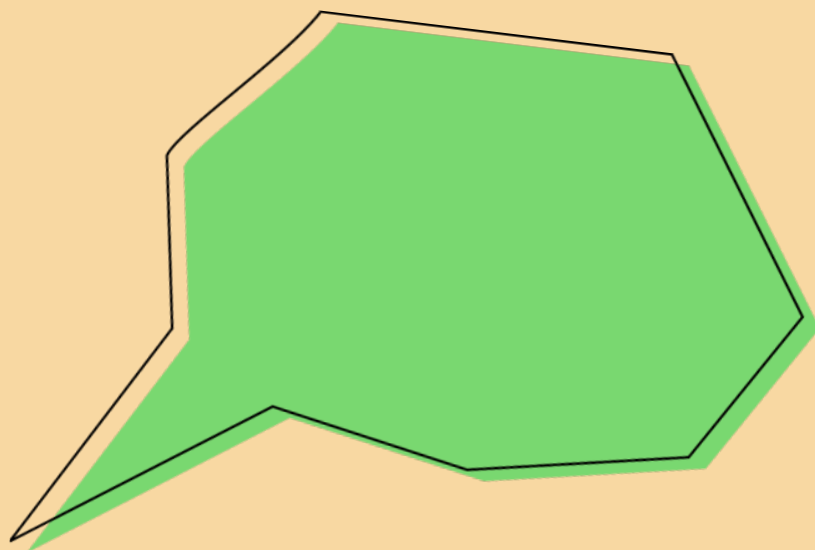
Например, для $x < 4$ подходят любые числа меньше четырёх. Это множество бесконечно, но его можно записать и показать на прямой.

Включение границы

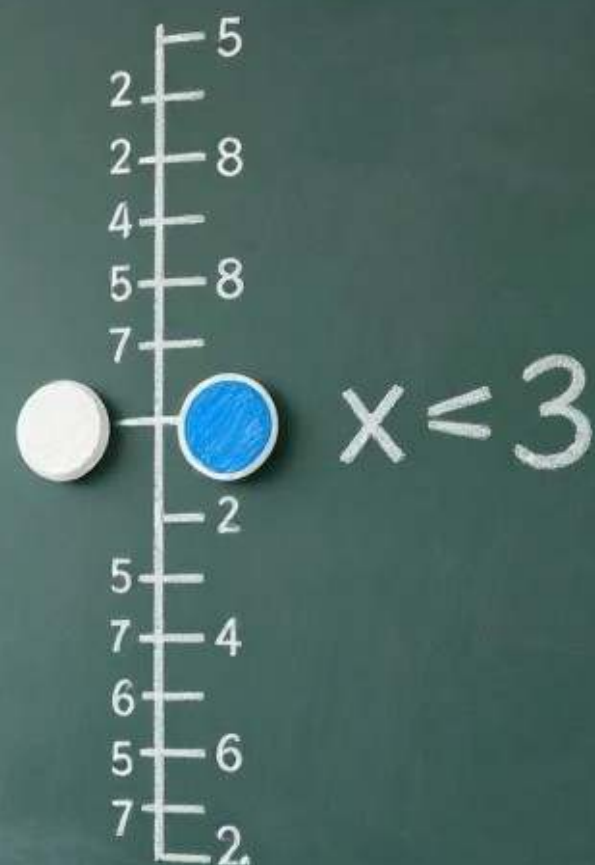
Если $x \geq -2$, подходят все числа от минус двух и правее, включая саму границу. Знак равенства показывает, что точка входит в ответ.

Отличие от уравнения

Ответ всегда нужно понимать как набор допустимых значений, а не как одно число. Это главное отличие неравенства от уравнения.



Как записывают ответ



Разные формы записи

Ответ можно записать словами, числами или с помощью символов интервала. Выбор формы зависит от того, как удобнее показать множество решений.

Запись на прямой

На числовой прямой все решения отмечают закрашенной частью: слева, справа или между двумя границами. Так сразу видно, где находится ответ.

Входит или нет

Если граница не входит в ответ, точку рисуют пустой. Если входит, точку закрашивают, чтобы показать допустимость этого значения.

Чтение решения

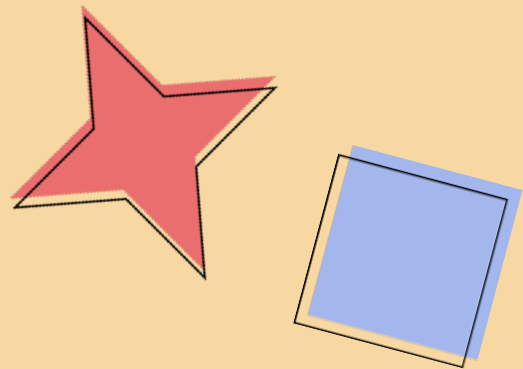
Для $x < 3$ ответ лежит левее тройки. Это удобно и для проверки, и для сравнения нескольких решений.

Эквивалентные преобразования

1.

Сохранить смысл

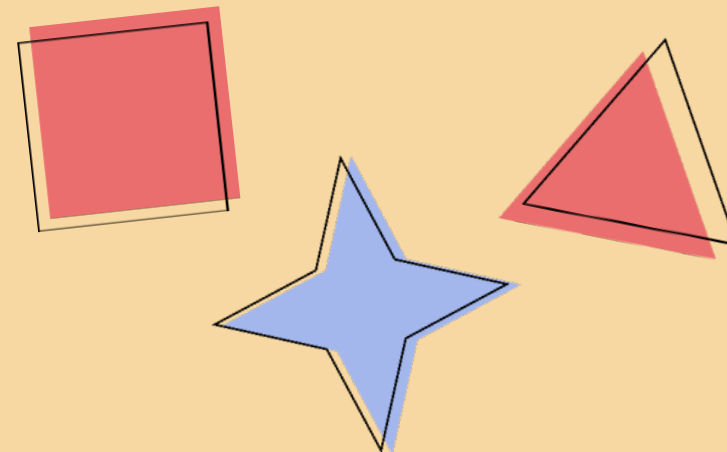
Эквивалентные преобразования изменяют вид неравенства, но не меняют его решения. После них должно остаться то же множество подходящих значений.



2.

Упростить запись

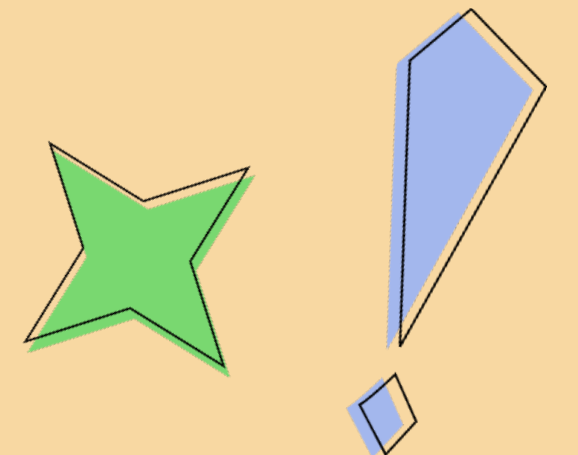
Обычно цель преобразования — получить более простую запись, например $ax + b > 0$ или $x > c$. Так неравенство легче решить и проверить.



3.

Действовать одинаково

Ключевое правило: любое действие должно выполняться одинаково с обеими частями, иначе сравнение станет неверным.



Сложение и вычитание одинакового числа

1. Прибавление числа

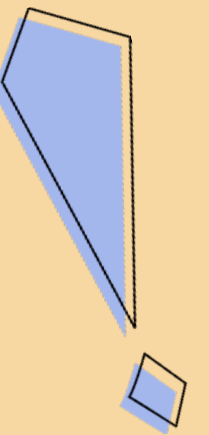
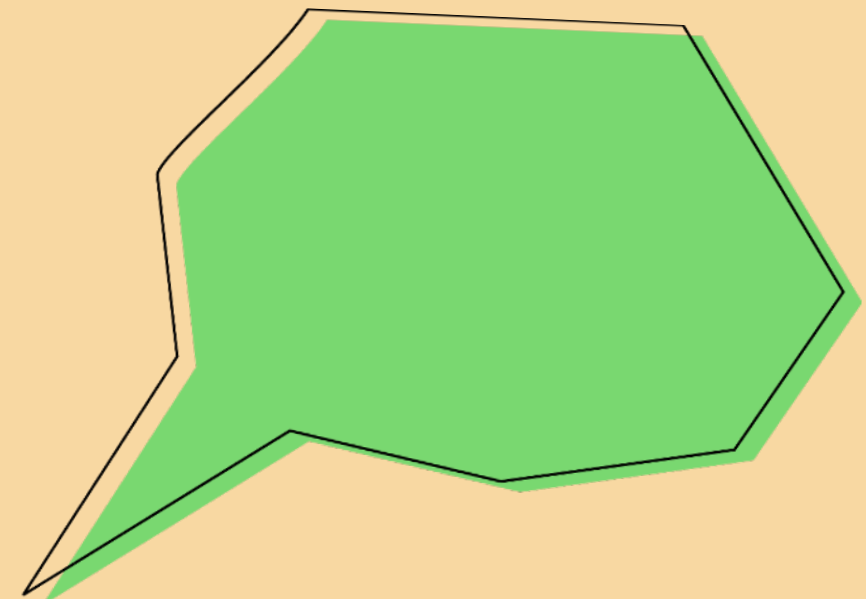
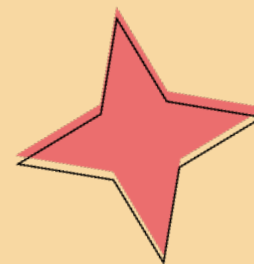
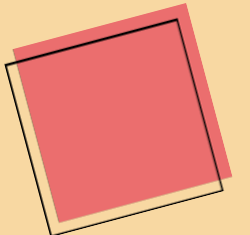
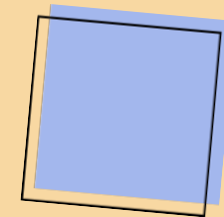
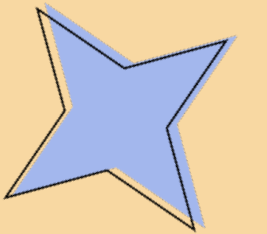
Если к обеим частям прибавить одно и то же число, знак неравенства остаётся прежним. Сравнение не нарушается, потому что обе части изменяются одинаково.

2. Вычитание числа

То же самое работает при вычитании. Из $x + 7 > 12$ получаем $x > 5$, если вычтем семь из обеих частей.

3. Шаг к простому виду

В выражениях с переменной сначала убирают свободный член. Например, $2x - 3 \leq 9$ превращается в $2x \leq 12$ после прибавления трёх.

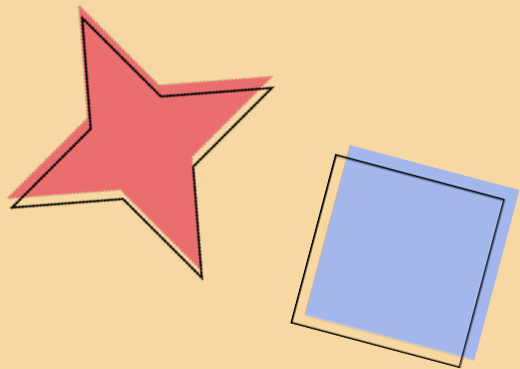


Умножение и деление на число

1.

Положительное число

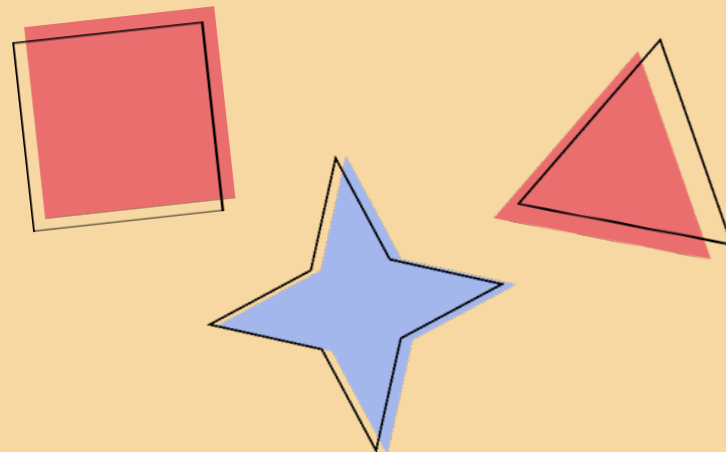
Если умножать или делить обе части на положительное число, знак не меняется. Сравнение остаётся тем же, меняются только значения.



2.

Отрицательное число

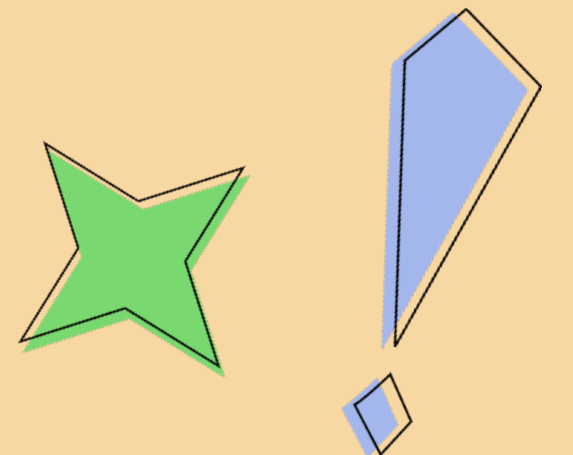
При умножении или делении на отрицательное число знак обязательно меняется на противоположный. Это главное правило, которое нельзя пропускать.



3.

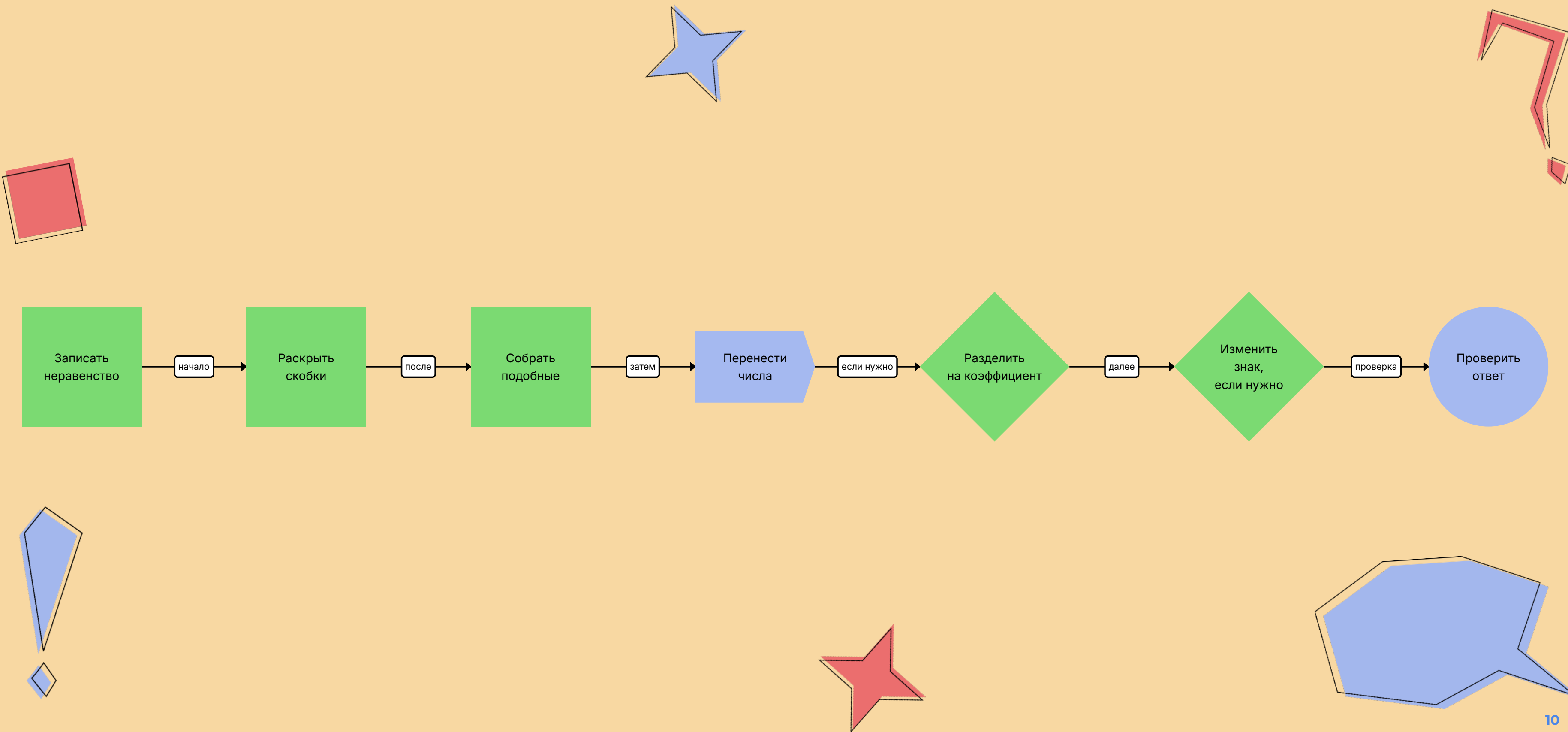
Проверка правила

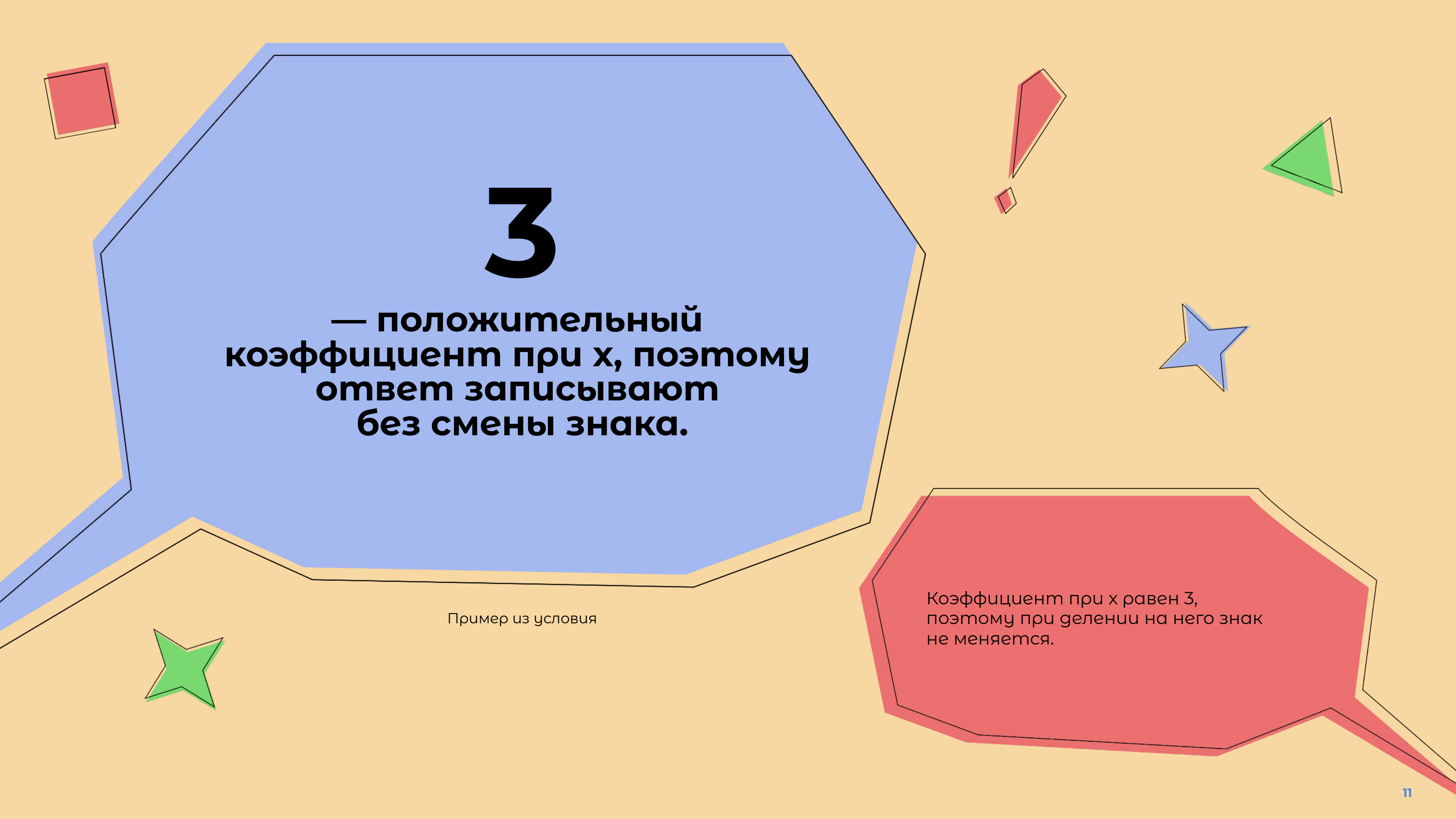
Например, из $-2x > 6$ получаем $x < -3$. После деления на -2 знак меняется, иначе ответ будет неверным.



Как решать линейное неравенство

Пошаговое преобразование линейного неравенства к виду $x > c$.



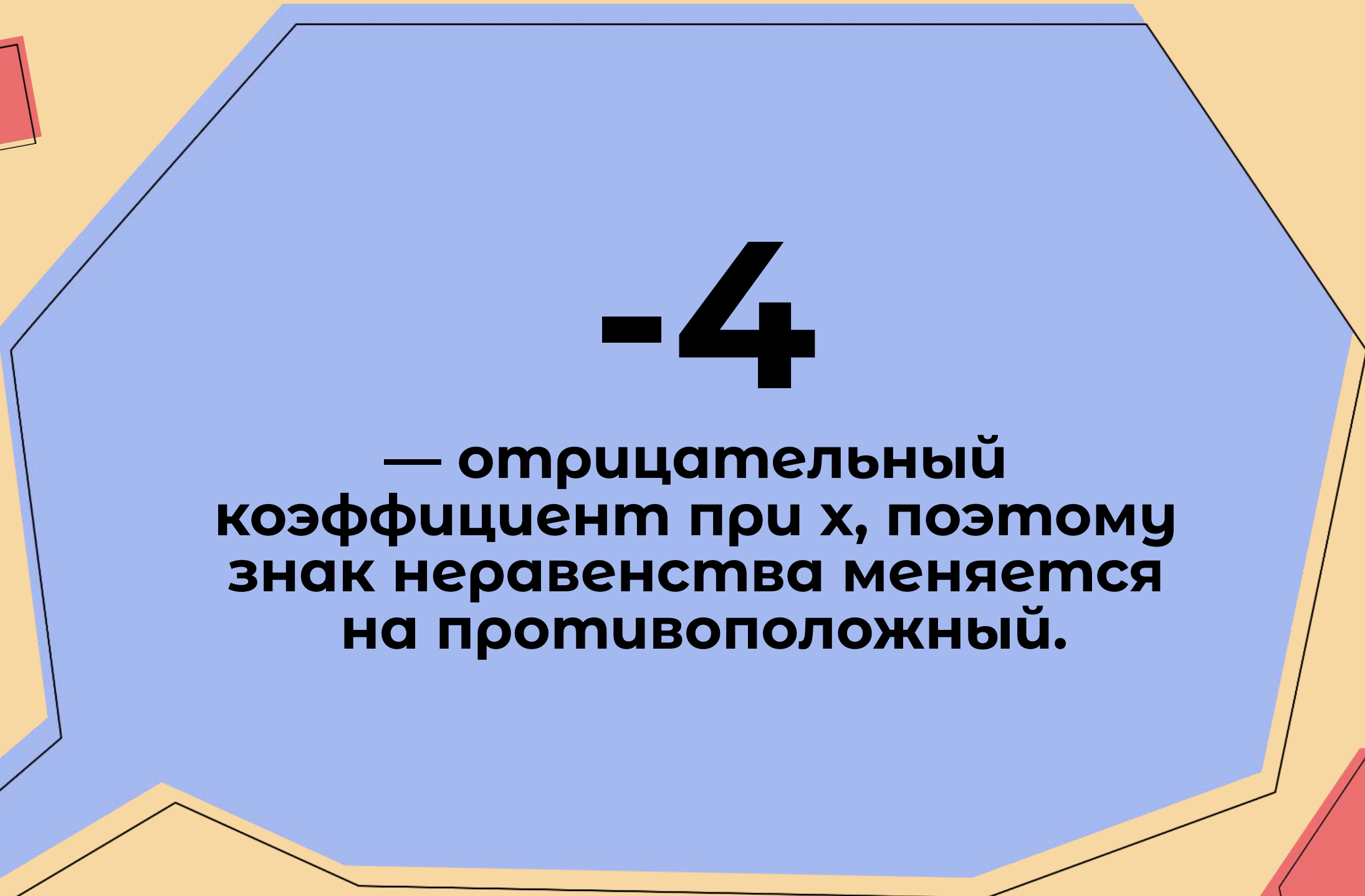


3

**— положительный
коэффициент при x , поэтому
ответ записывают
без смены знака.**

Пример из условия

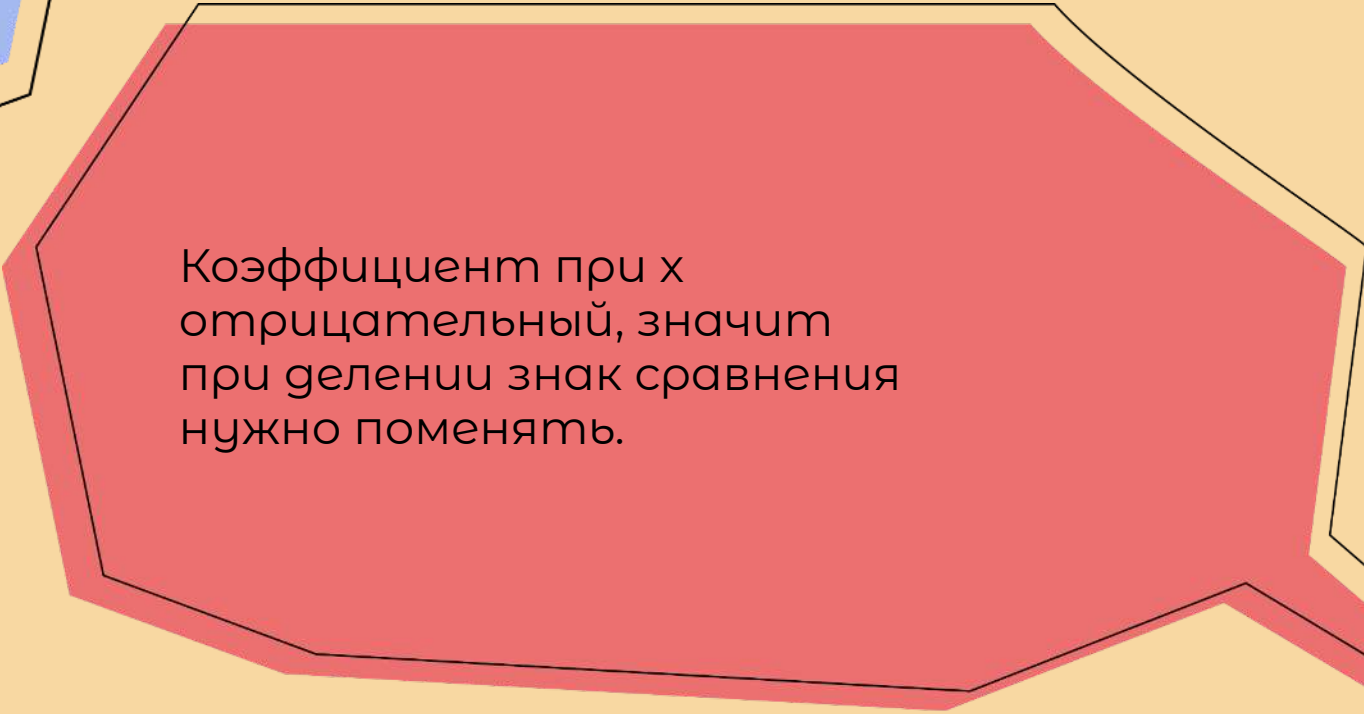
Коэффициент при x равен 3,
поэтому при делении на него знак
не меняется.



-4

**— отрицательный
коэффициент при x , поэтому
знак неравенства меняется
на противоположный.**

Пример из условия



Коэффициент при x
отрицательный, значит
при делении знак сравнения
нужно поменять.

Двойные неравенства

Две границы

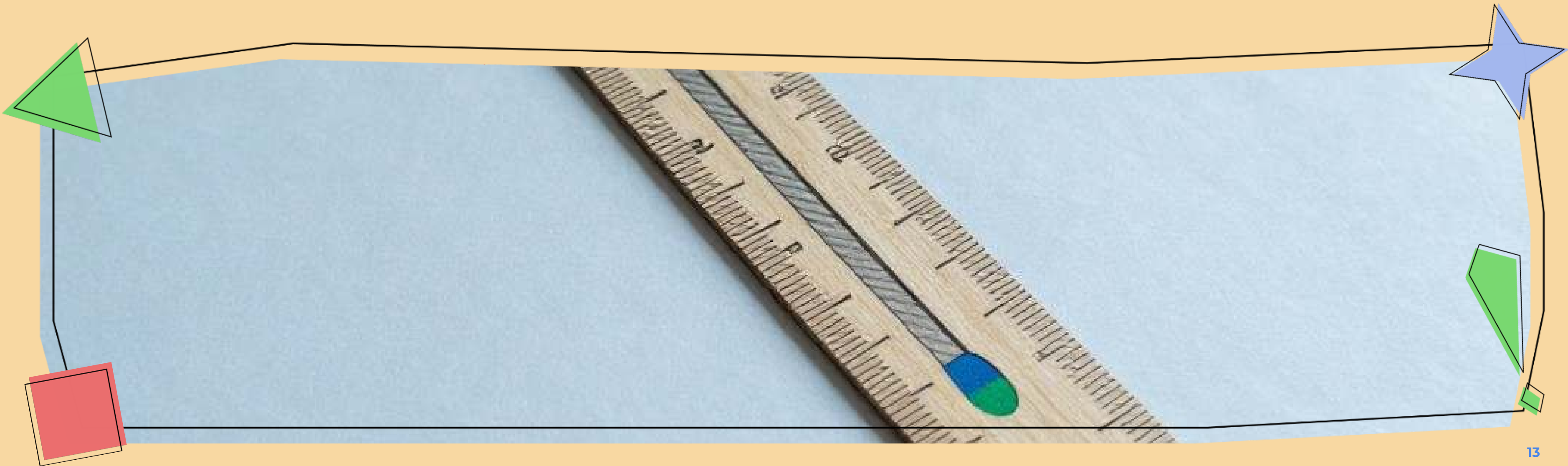
Двойное неравенство задаёт сразу две границы и показывает, где переменная лежит между ними. Такая запись особенно удобна, когда нужно ограничить значение сверху и снизу.

Разные знаки

В записи $1 < x \leq 5$ число x строго больше 1, но может быть равно 5. Это помогает точно указать, какие значения подходят условию.

Связь с прямой

На числовой прямой такие решения часто выглядят как отрезок или полуинтервал. По записи сразу видно, входит ли крайняя точка в ответ.



Числовая прямая и решение

1. 1. Найти границу

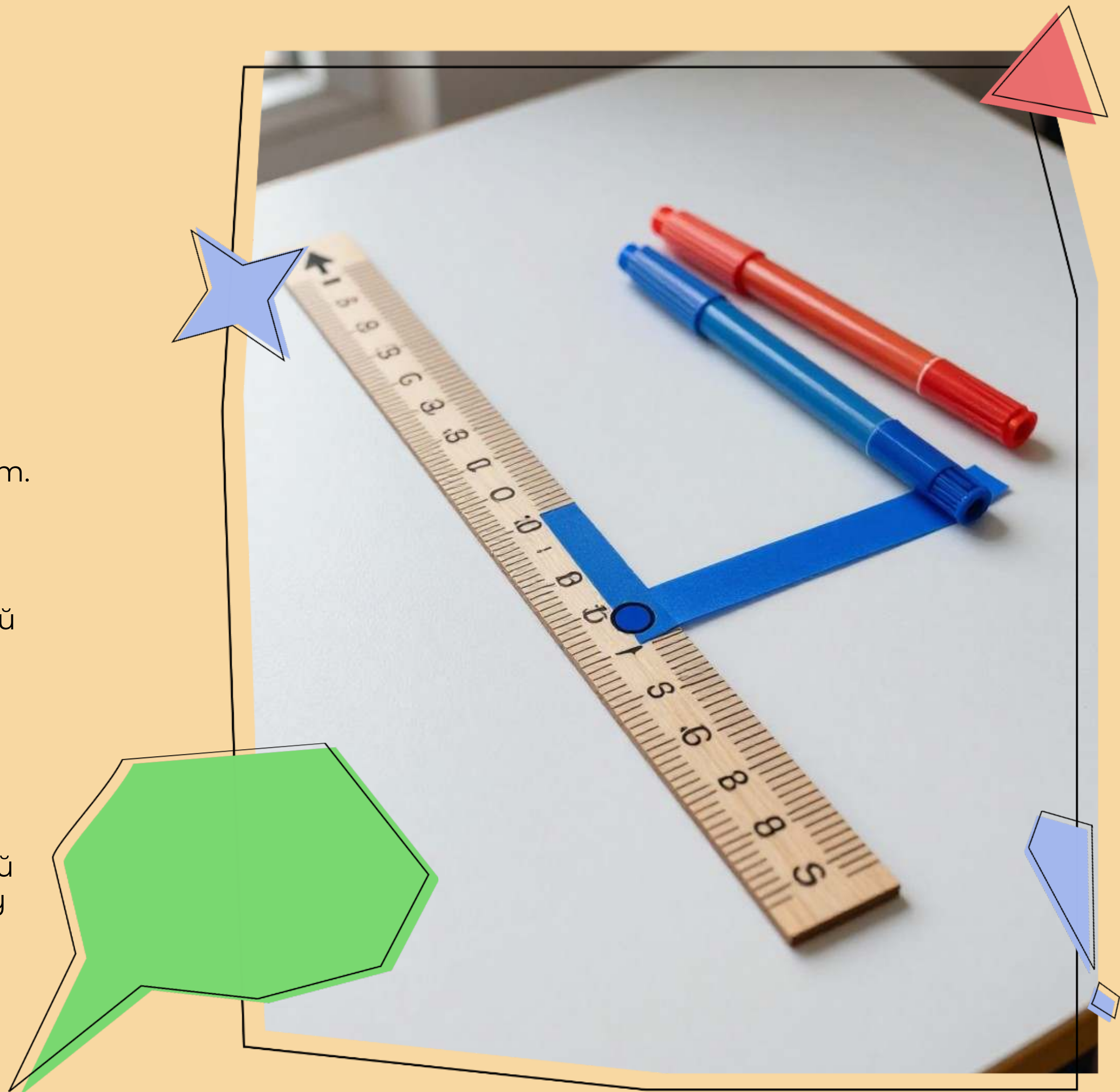
Сначала определяют, где находится граница решения: слева или справа от заданного числа. Это помогает правильно выбрать направление закрашивания на прямой и не перепутать ответ.

2. 2. Отметить точку

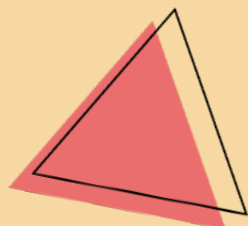
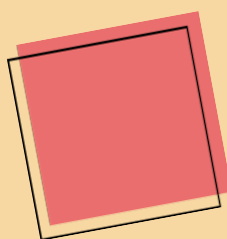
Затем отмечают саму границу кружком: пустой кружок означает, что число не входит в ответ, а закрашенный показывает, что оно входит в множество решений.

3. 3. Показать множество

После этого закрашивают нужную часть прямой и при необходимости ставят стрелку. Так сразу видно, что решений может быть бесконечно много и они продолжаются дальше.



Интервалы и скобки

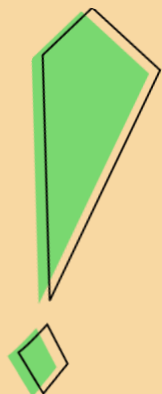
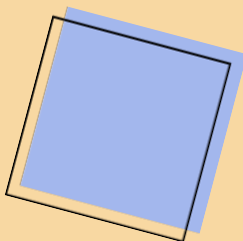
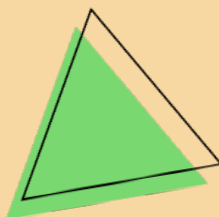


Неравенство	Интервал
$x > 2$	$(2; +\infty)$
$x \leq 5$	$(-\infty; 5]$
$1 < x \leq 4$	$(1; 4]$

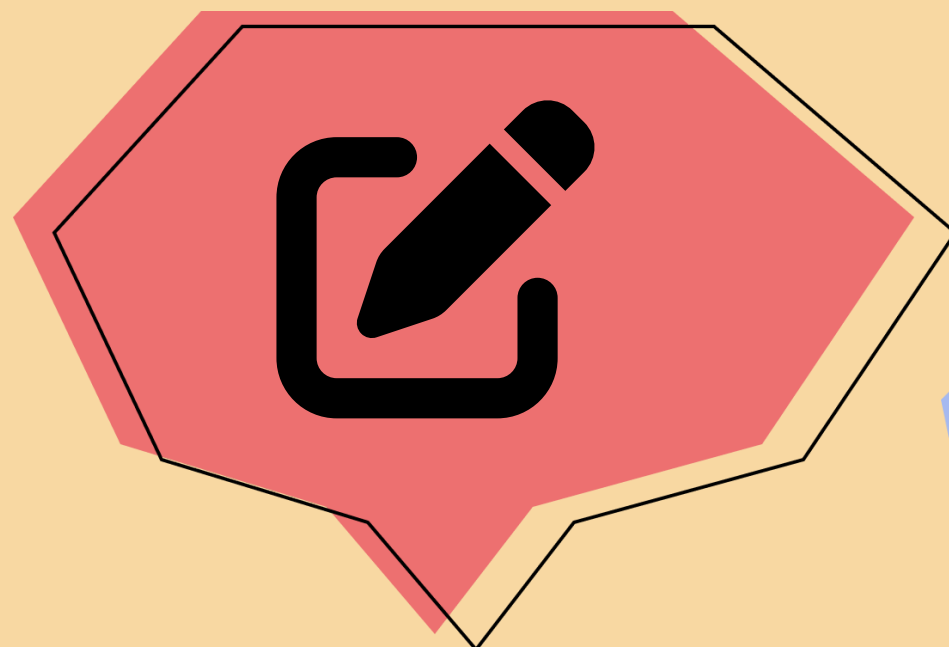
Интервальная запись помогает кратко и точно показать, входят ли границы в ответ и где решение продолжается без конца.

Круглая скобка означает, что граница не входит, квадратная — что входит. Интервалы удобны для краткой записи множества решений.

Правила записи интервалов

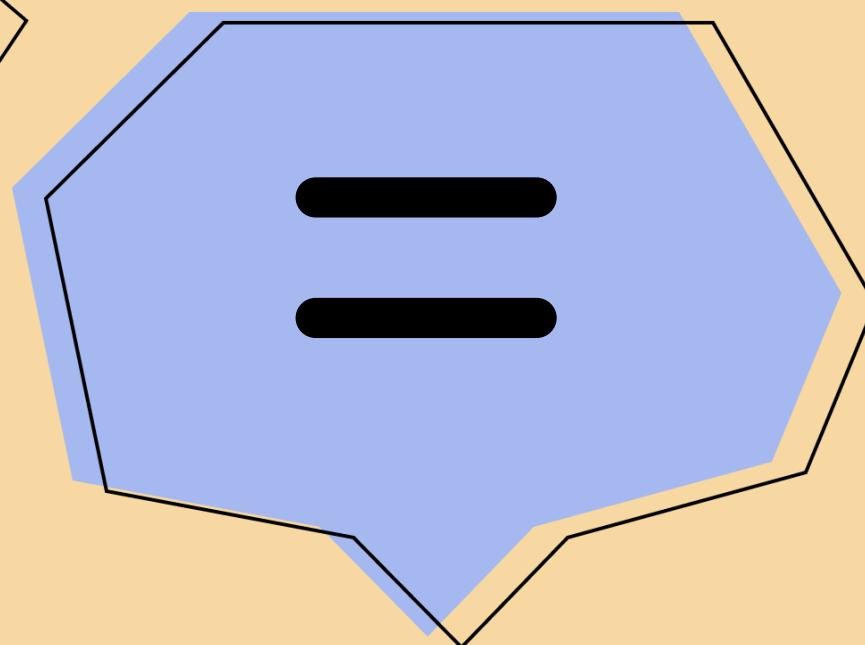
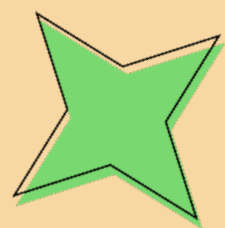


Ключевые шаги



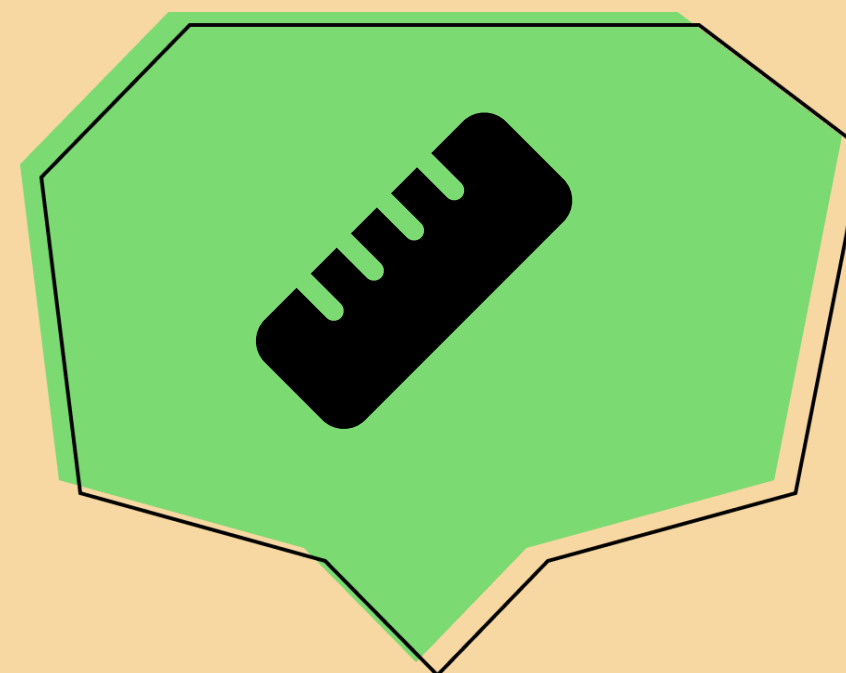
Выделить условие

Сначала внимательно читают условие и выделяют главное ограничение: сколько, как долго, на какую сумму или какое расстояние. После этого выбирают знак сравнения и записывают неравенство.



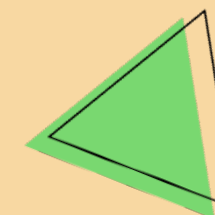
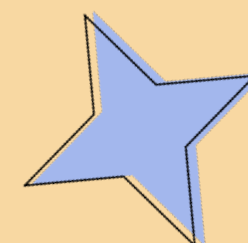
Выбрать знак

Если сказано «не больше» или «не превышает», подходит знак $\leq$. Если сказано «не меньше» или «не ниже», используют знак $\geq$ и точно сохраняют смысл фразы.



Распознать сюжет

Возраст, деньги, время и расстояние — самые частые сюжеты. В них важно не считать приблизительно, а точно перевести текст в математическую запись.



Проверить ответ

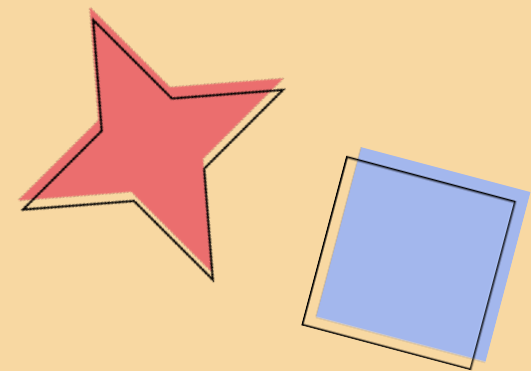
После решения полезно проверить ответ подстановкой и отметить его на прямой. Так проще заметить, соответствует ли найденное значение текстовому условию задачи.

Типичные ошибки

1.

Смена знака

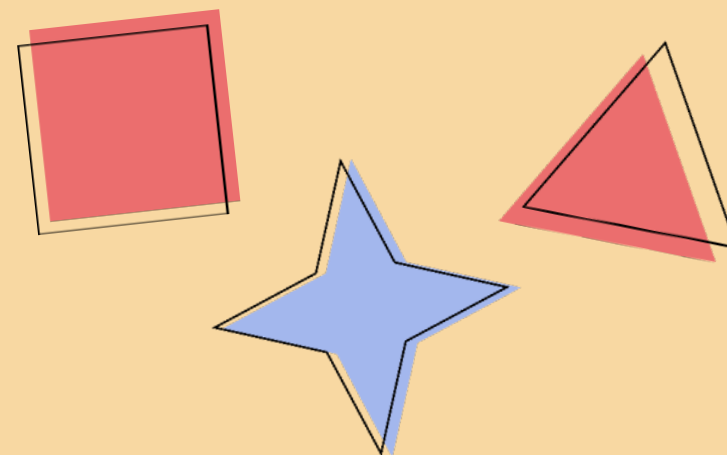
Часто забывают, что при делении или умножении на отрицательное число знак сравнения обязан измениться. Это самая опасная ошибка, потому что она полностью меняет ответ.



2.

Граница в ответе

Ещё одна ошибка — путать строгие и нестрогие знаки. Если граница входит в ответ, нужен знак равенства; если не входит, его быть не должно.



3.

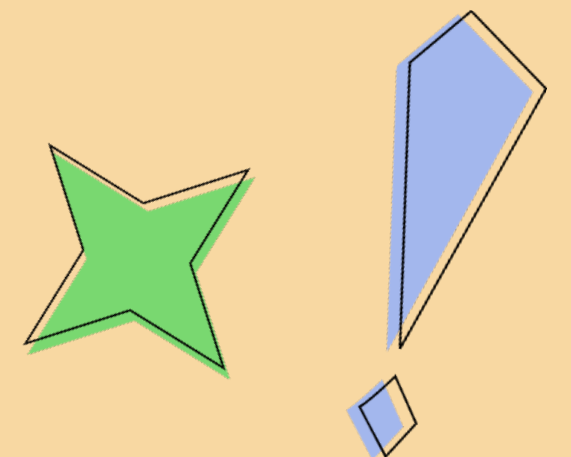
Отметка на прямой

На числовой прямой легко ошибиться в кружке и закраске. Перед записью стоит вспомнить: пустая точка — не входит, закрашенная — входит.

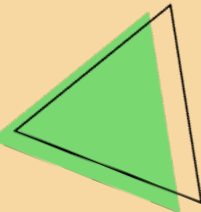
4.

Перенос слагаемых

При переносе слагаемых учащиеся иногда меняют знак не у того числа. Лучше сначала выполнить одно действие и сразу записать промежуточный результат, чтобы не потерять смысл.

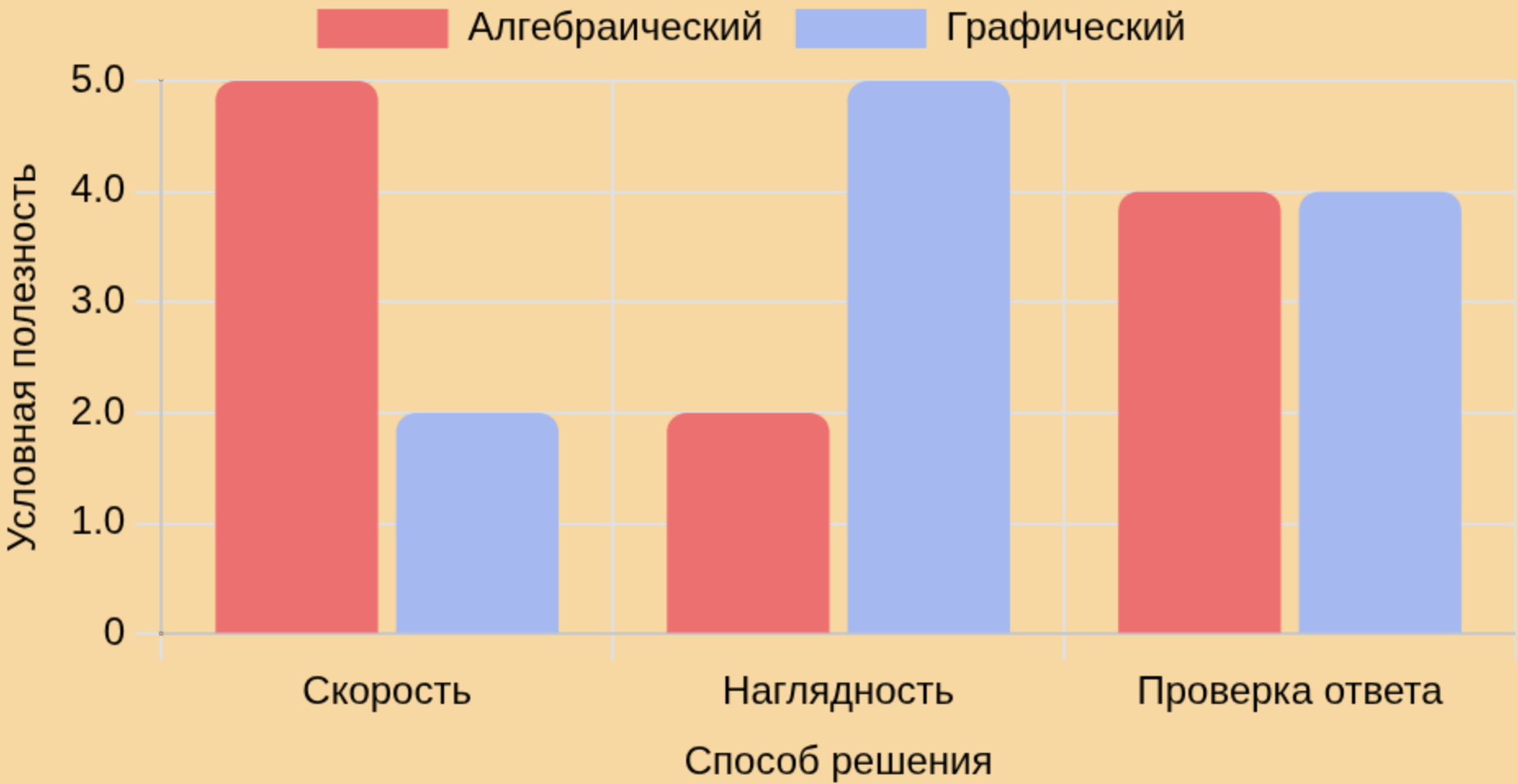
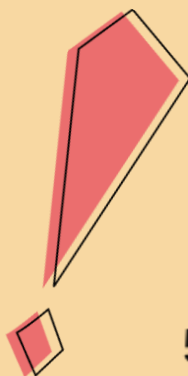


Алгебраический и графический подходы

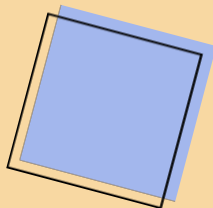
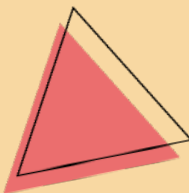
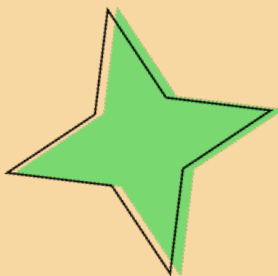


Оба способа дают одинаковый ответ, но по-разному помогают понять задачу: один ускоряет вычисления, другой делает решение наглядным.

Алгебраический способ удобнее для быстрого преобразования, а графический — для понимания границ и интервалов. Вместе они дополняют друг друга.

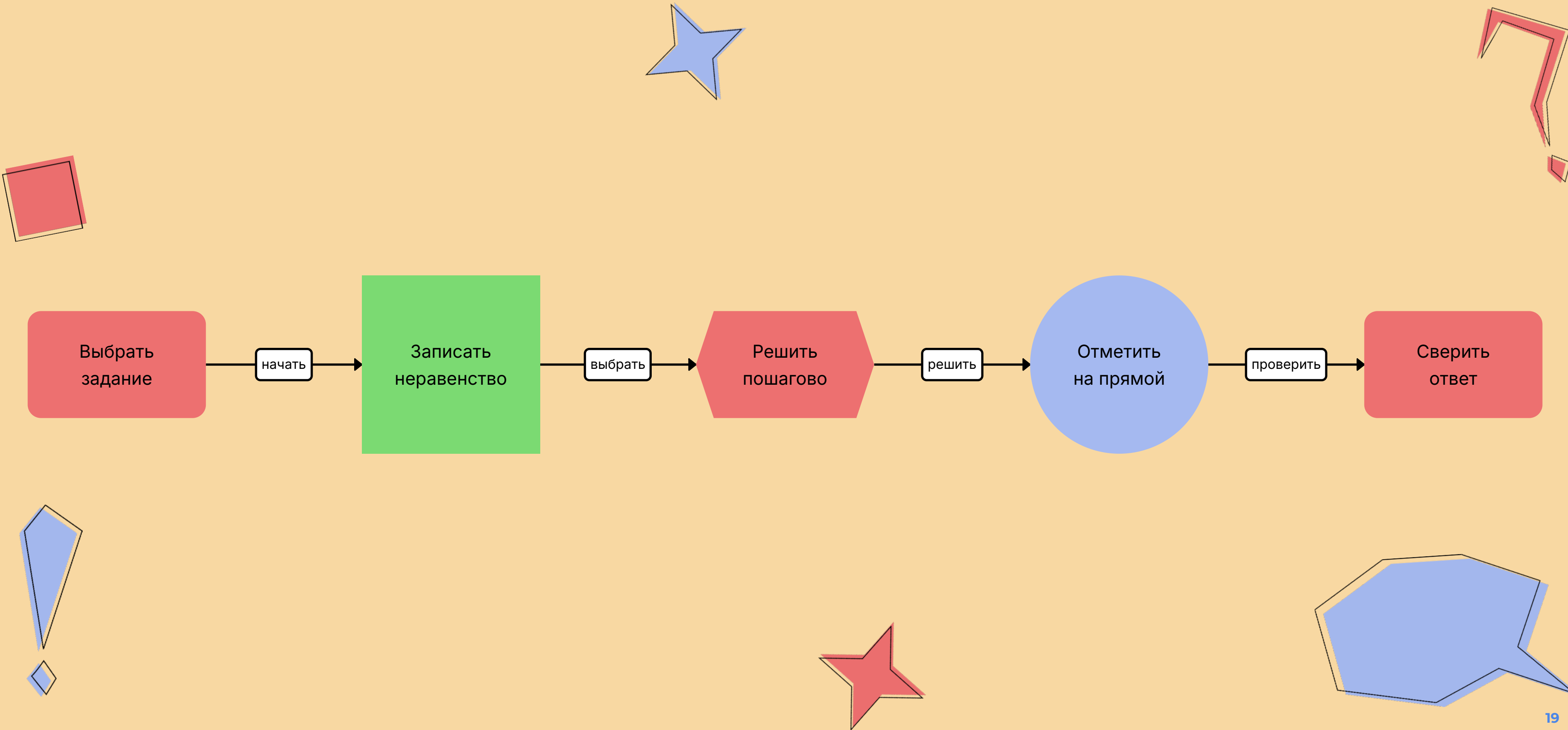


Учебное сравнение способов решения неравенств



Практика для класса

Четыре коротких задания: $2x + 3 < 11$; $-3x \geq 12$; $4 \leq x < 9$; «число не меньше 7 и меньше 12»





Итоги: как не запутаться

Неравенства помогают описывать условия, где подходит не одно число, а целый набор значений. Главное — правильно работать со знаком сравнения, особенно при делении на отрицательное число, и обязательно проверять ответ на прямой.

