



Системы двух уравнений с двумя неизвестными

Два уравнения, одна пара чисел и несколько способов найти ответ.



Почему системы уравнений важны в алгебре

Системы помогают находить неизвестные, когда одно уравнение не даёт полного ответа. Они встречаются в задачах про покупки, движение, возраст и размеры фигур, поэтому особенно полезны в 7 классе.



Что является решением системы

1

Пара чисел

Решением системы называют такую пару значений x и y , которая одновременно подходит обоим уравнениям. Именно эта пара делает оба равенства верными сразу.

2

Подстановка в уравнения

Чтобы проверить решение, найденные числа подставляют в каждое уравнение. Если после вычислений получаются верные равенства, значит, ответ действительно подходит системе.

3

Запись ответа

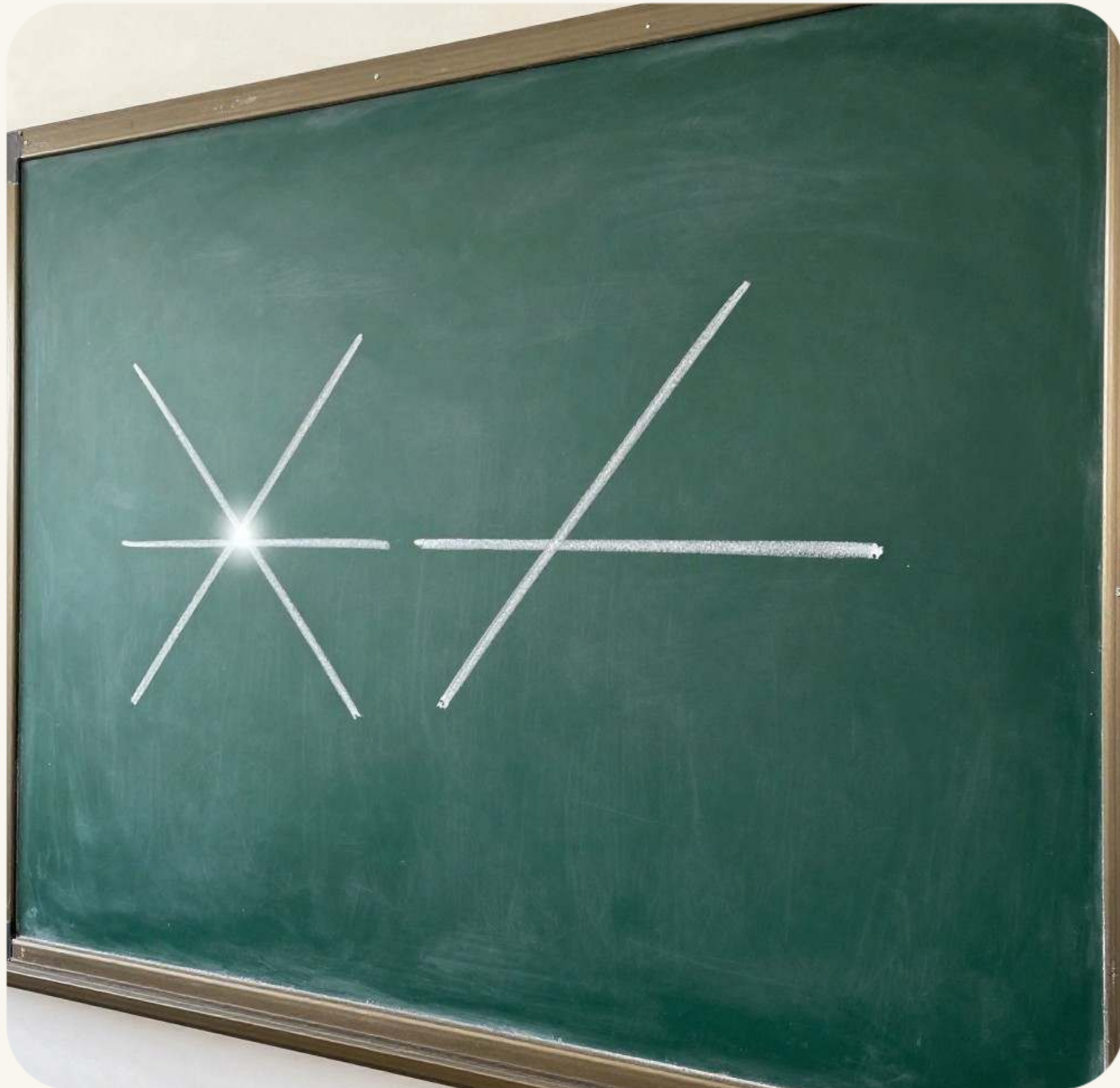
Ответ обычно записывают в виде пары $(x; y)$. Такая запись удобна, потому что сразу видно значения обеих неизвестных и их связь между собой.

4

Зачем нужна проверка

Проверка помогает заметить ошибки в вычислениях и знаках. Особенно важно перепроверять ответ после работы со скобками, дробями и отрицательными числами.

Пересечение двух прямых как смысл решения



● Одна точка

Если две прямые пересекаются, их общая точка и есть решение системы. Координаты этой точки удовлетворяют сразу обоим уравнениям.

● Совпадающие прямые

Когда прямые полностью совпадают, у них общих точек бесконечно много. Тогда система имеет бесконечно много решений, а не один ответ.

● Параллельные прямые

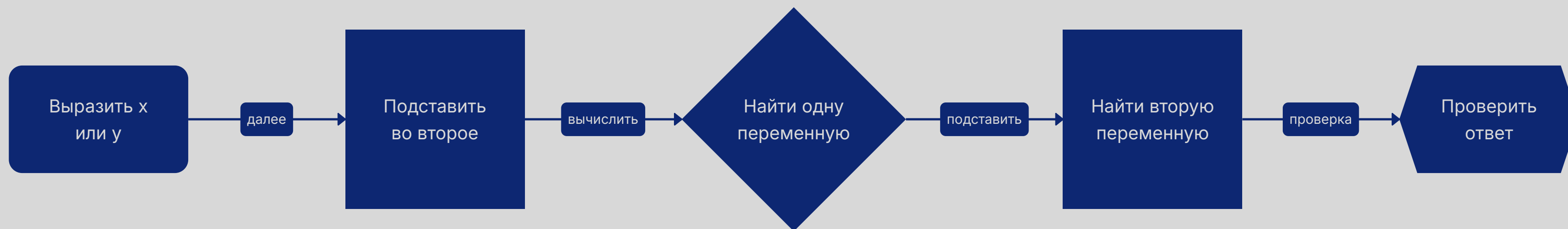
Если прямые параллельны, они не встречаются ни в одной точке. В этом случае система не имеет решений, потому что общего ответа нет.

● Геометрический смысл

Такой взгляд помогает увидеть, что алгебра и геометрия связаны. Решая систему, мы фактически ищем место встречи двух графиков на плоскости.

Как решать систему подстановкой

Школьный алгоритм для линейных систем двух уравнений



Три способа решения систем: сравнение

Каждый способ удобен в своей ситуации: выбирают тот, который быстрее и нагляднее приводит к ответу.

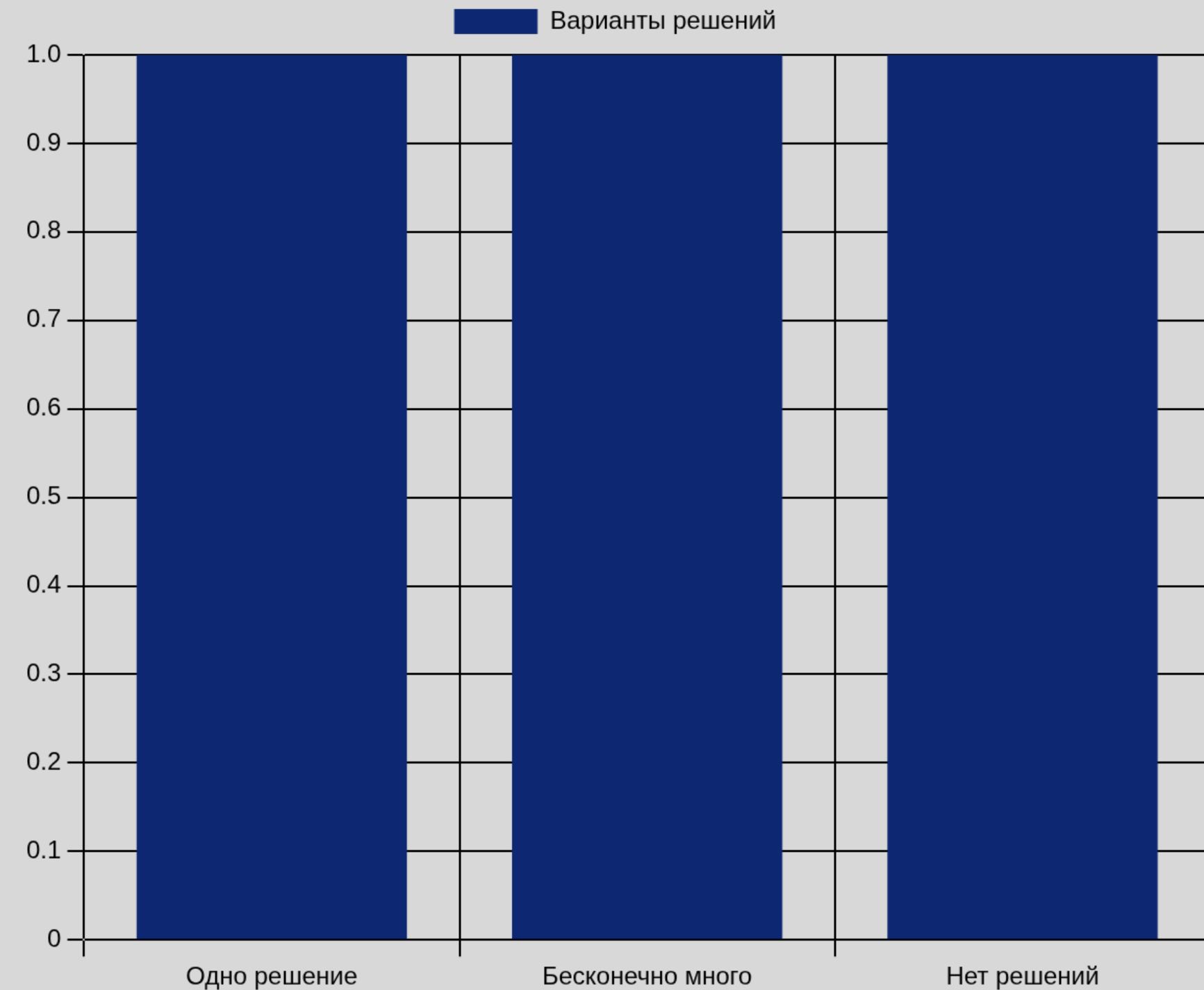
Подстановка и сложение подходят для точного ответа, а графический метод лучше показывает взаимное положение прямых.

Способ	Когда удобен	Особенность
Подстановка	Простое выражение	Точное вычисление
Сложение	Противоположные коэффициенты	Убирает переменную
Графический	Нужна наглядность	Ответ по рисунку

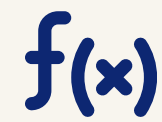
Сколько решений может иметь система

Для линейной системы важно не только найти ответ, но и понять, сколько таких ответов существует в принципе.

У линейных систем всегда один из трёх итогов: единственное решение, бесконечно много решений или ни одного.



Линейные уравнения в двух переменных



Общий вид

Линейное уравнение записывают в виде $ax + by = c$. Здесь a , b и c — числа, а x и y — неизвестные величины.



График уравнения

Каждое такое уравнение задаёт прямую на координатной плоскости. По двум точкам можно построить её и увидеть, как она расположена.



Система из двух уравнений

Если записаны два линейных уравнения, получаются две прямые. Их взаимное положение показывает, есть ли решение и сколько их может быть.

Как работает способ сложения

01

Привести к удобному виду

Сначала уравнения преобразуют так, чтобы коэффициенты при одной переменной стали одинаковыми по модулю или противоположными. Это делает последующее сложение или вычитание полезным.

02

Сложить или вычесть

Затем уравнения складывают или вычитают. Одна переменная исчезает, и остаётся уравнение только с одной неизвестной. Его решить уже значительно проще.

03

Найти вторую переменную

После нахождения первой переменной подставляют её в одно из исходных уравнений. Так получают вторую неизвестную и записывают пару чисел как ответ.

04

Проверить результат

В конце обязательно проверяют найденную пару в обоих уравнениях. Это помогает убедиться, что при преобразованиях не была допущена ошибка.

Проверка найденного решения



Подстановка в оба уравнения

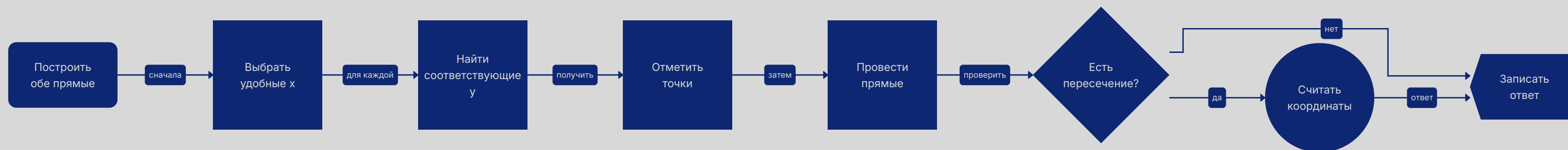
Найденную пару чисел нужно вставить в каждое исходное уравнение. Если оба равенства становятся верными, решение записано правильно.

Почему проверка важна

Проверка особенно полезна после вычислений с отрицательными числами, дробями и скобками. Даже одна ошибка в знаке может полностью изменить ответ.

Графический способ решения системы

Алгебра 7 класса: две прямые на одной координатной плоскости



Какой способ выбрать в разных случаях

Ситуация	Лучший способ	Почему
Легко выразить переменную	Подстановка	Просто заменить
Коэффициенты сокращаются	Сложение	Быстро убрать
Нужен наглядный ответ	Графический	Видно пересечение

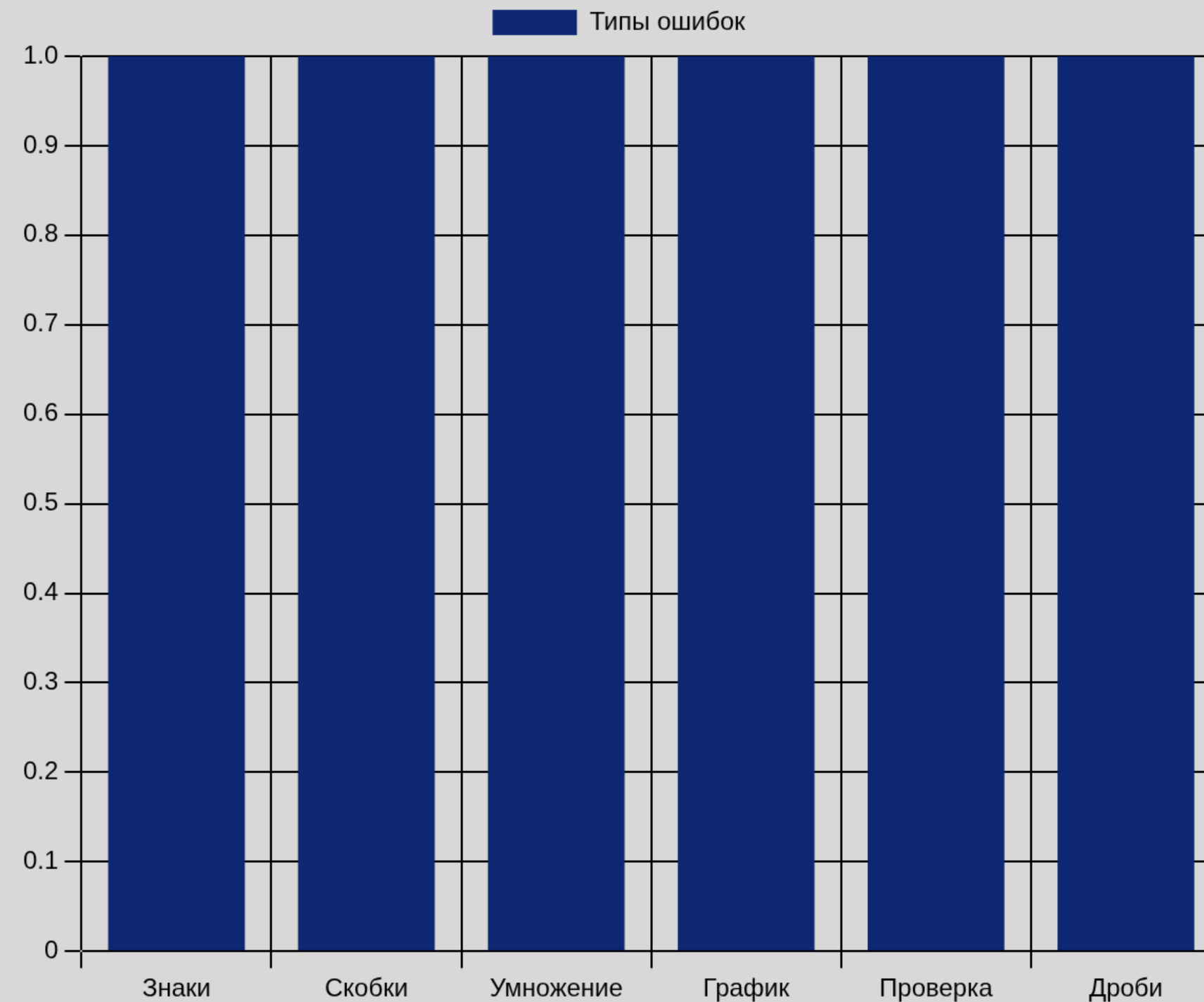
Выбор способа зависит от вида уравнений и того, насколько удобно выполнять преобразования.

Если уравнения удобно преобразуются, лучше считать; если важна наглядность, помогает график.

Типичные ошибки при решении систем

Ошибки чаще возникают в вычислениях и при переходе от записи уравнения к ответу, поэтому важно работать аккуратно на каждом шаге.

Надёжнее всего уменьшает число ошибок внимательная проверка подстановкой в оба исходных уравнения.



Текстовые задачи, которые решаются системой

● Два условия

Сначала в условии находят две связи между величинами: например, количество и стоимость, расстояние и время или два разных момента возраста.

● Составление уравнений

Затем выбирают неизвестные и записывают два равенства, каждое из которых отражает отдельное условие задачи.

● Решение и ответ

После решения системы проверяют смысл найденных чисел и записывают ответ в форме, подходящей к тексту задачи.

Задача о покупке двух товаров



1 Выбрать неизвестные

Обозначьте, сколько стоит один вид товара и сколько — другой. Так проще перевести текст условия на язык уравнений и не потерять связь между числами.

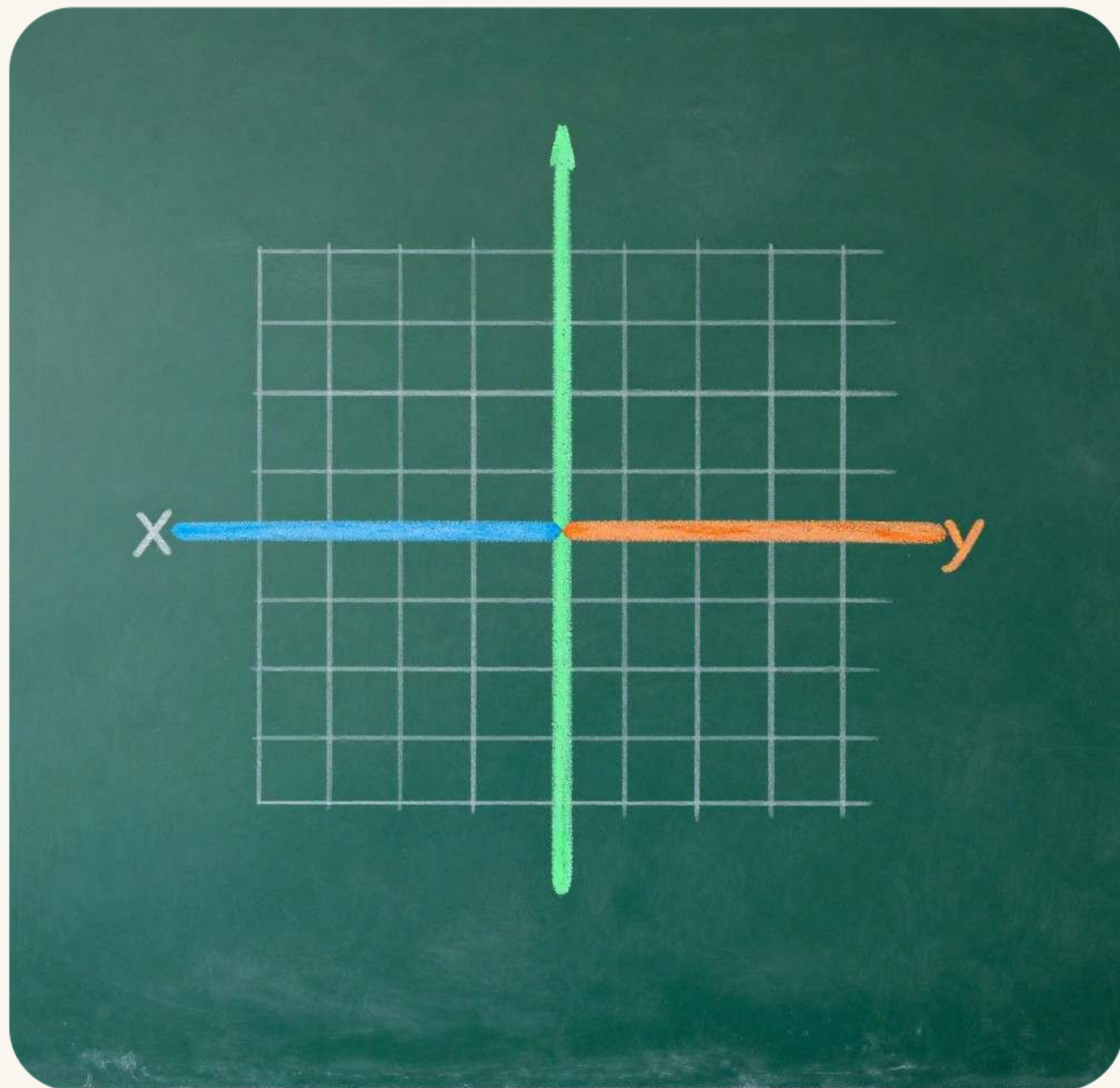
2 Составить два условия

Одно уравнение обычно описывает количество купленных предметов, а второе — общую сумму покупки. Вместе они дают систему, из которой можно найти обе цены.

3 Проверить смысл ответа

После вычислений важно убедиться, что найденные цены подходят условию и дают верную общую стоимость. Это помогает увидеть ошибку, если она появилась в расчётах.

Координатная плоскость и система двух прямых



Оси для переменных

Обычно по оси x откладывают одну переменную, а по оси y — другую. Так уравнение становится графиком, который можно построить и сравнить с другим.

Прямая по точкам

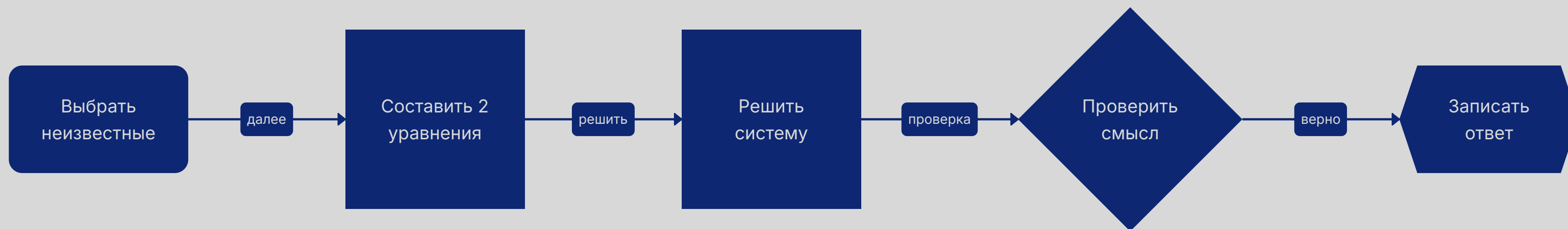
Каждое линейное уравнение задаёт прямую. Для её построения достаточно двух точек или таблицы значений, после чего линия проводится на координатной плоскости.

Пересечение как ответ

Если на одной плоскости изображены две прямые, их общая точка показывает решение системы. Когда точки пересечения нет, система не имеет единственного ответа.

Алгоритм решения текстовой задачи через систему

Школьный алгоритм: от условия к проверенному ответу



Особые случаи: параллельные и совпадающие прямые



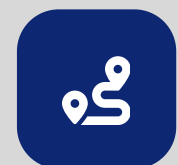
Параллельные прямые

Такие прямые имеют одинаковый наклон, но разные свободные члены. Они не пересекаются, поэтому система не имеет решений.



Совпадающие прямые

Если уравнения описывают одну и ту же прямую, то каждая её точка подходит системе. В этом случае решений бесконечно много.



Вывод для системы

По виду прямых можно заранее понять, какой ответ получится: одна точка, отсутствие решения или бесконечное множество решений.

Как по виду прямых определить ответ системы

По взаимному положению прямых можно сразу понять, сколько решений имеет система двух линейных уравнений.

График помогает быстро определить тип решения, а запись ответа зависит от того, существует ли единственная точка пересечения.

Вид прямых	Результат	Ответ
Пересекаются	Одно решение	Пара чисел
Параллельны	Нет решений	—
Совпадают	Бесконечно много	Любая точка

Главное о системах двух уравнений

Система двух уравнений показывает связь между двумя неизвестными и учит находить единственную подходящую пару чисел. Подстановка, сложение и графический способ помогают решать её в разных ситуациях.