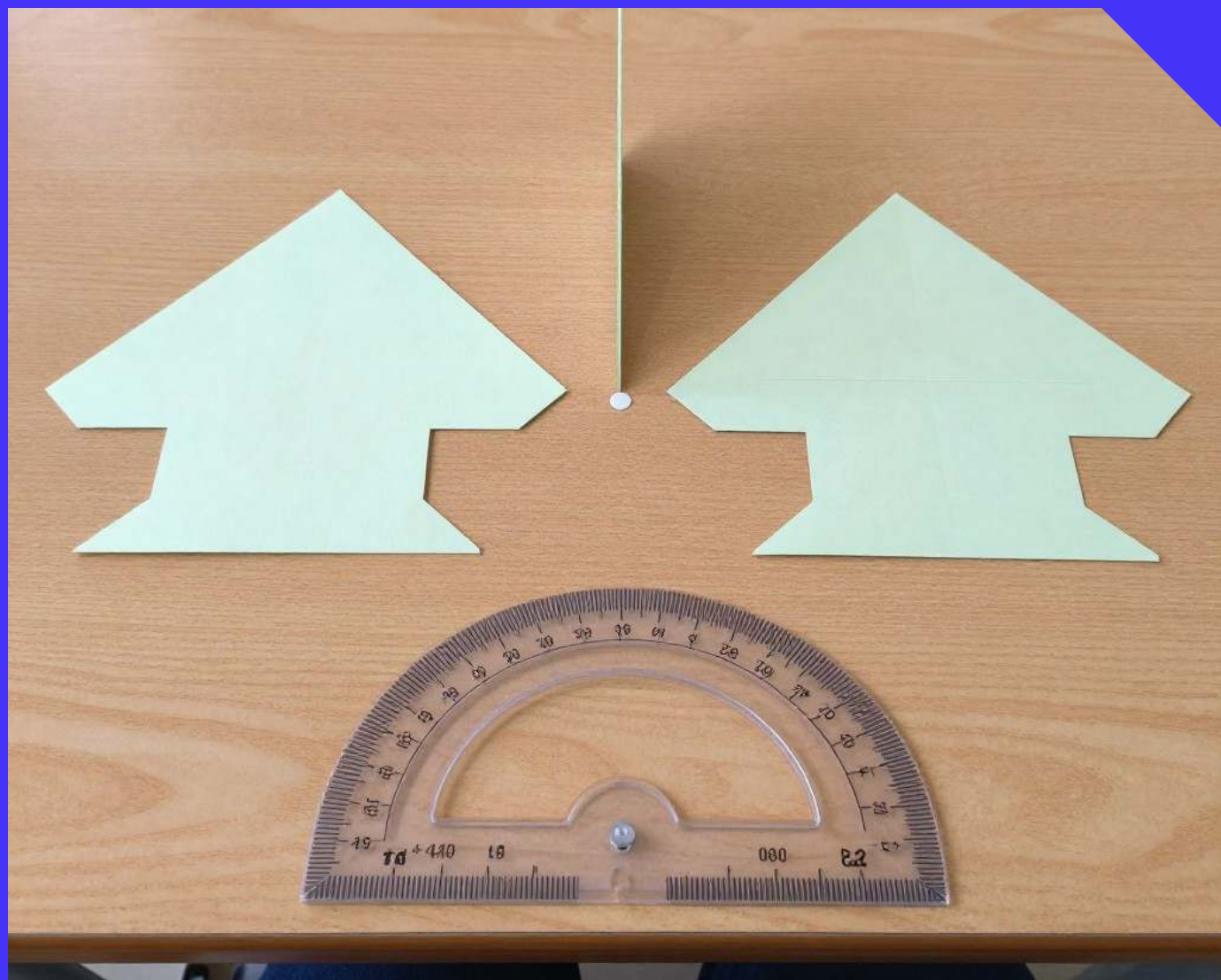


Центрально-симметричные фигуры: что это и где они встречаются

Как симметрия помогает сохранять форму, размеры и порядок точек.





Эта тема связывает преобразования фигур, координаты и чертежи. Она помогает узнавать свойства известных фигур, проверять построения и замечать симметрию в орнаментах, деталях и схемах вокруг нас.

Зачем нужна центральная симметрия в геометрии

Определение центральной симметрии и центра симметрии

01

Центр симметрии

Точка O называется центром симметрии фигуры, если каждой точке фигуры соответствует точка по другую сторону от O на том же расстоянии.

02

Парные точки

Точки A и A' лежат на одной прямой с центром O , а точка O является серединой отрезка AA' , поэтому они образуют симметричную пару.

03

Образ фигуры

При центральной симметрии фигура может перейти сама в себя или в равную ей фигуру, сохраняя форму, размеры и взаимное расположение элементов.

04

Почему это движение

Центральная симметрия относится к движениям: она не растягивает и не сжимает фигуру, а лишь меняет положение каждой точки относительно центра.

Построение точки, симметричной данной относительно центра

Провести прямую

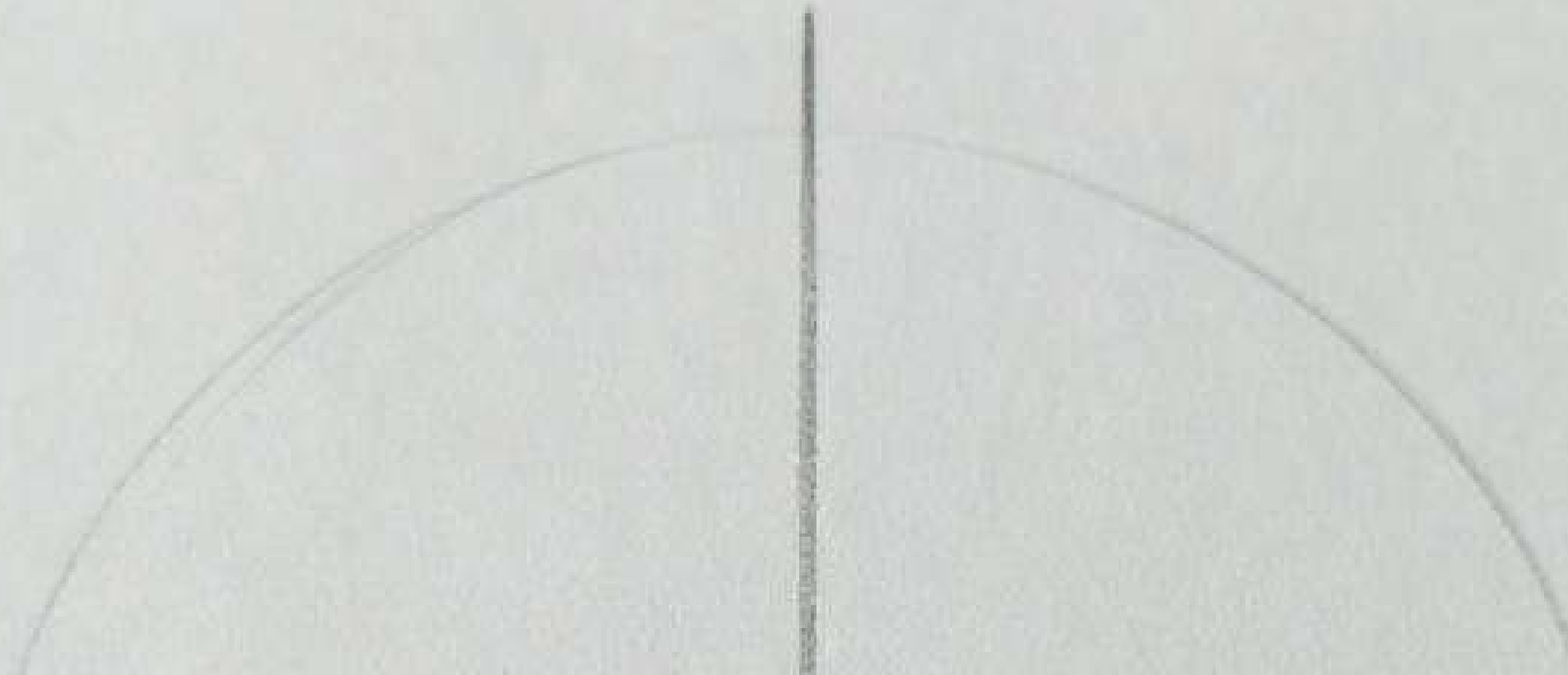
Соедините точку A с центром O и продолжите прямую дальше, чтобы получить линию, на которой будут лежать обе симметричные точки.

Отложить равное расстояние

По другую сторону от O отметьте точку A' так, чтобы расстояние OA' было равно OA . Тогда центр O окажется серединой отрезка AA' .

Проверить построение

Если точки A , O и A' лежат на одной прямой и отрезки OA и OA' равны, построение выполнено правильно и соответствует центральной симметрии.



Фигуры, у которых есть центр симметрии

В таблице показаны знакомые фигуры и положение их центра симметрии.

У всех перечисленных фигур центр симметрии существует и имеет строго определённое положение.

Фигура	Есть центр	Где центр
Окружность	да	центр
Отрезок	да	середина
Параллелограмм	да	пересечение диагоналей
Прямоугольник	да	пересечение диагоналей
Ромб	да	пересечение диагоналей
Квадрат	да	пересечение диагоналей

Школьный курс геометрии: свойства центральной симметрии и известных фигур

Главные свойства центрально-симметричных фигур

Длины сохраняются

Соответствующие отрезки после преобразования остаются равными по длине, поэтому фигура не растягивается и не сжимается.

Углы не меняются

Величины углов сохраняются, а значит, форма фигуры остаётся той же, даже если она повернута относительно центра.

Площадь сохраняется

Площадь фигуры не изменяется, потому что центральная симметрия не искажает размеры и не нарушает пропорции.

Параллельность сохраняется

Параллельные прямые и отрезки после преобразования остаются параллельными, а прямые, проходящие через центр, переходят в себя.

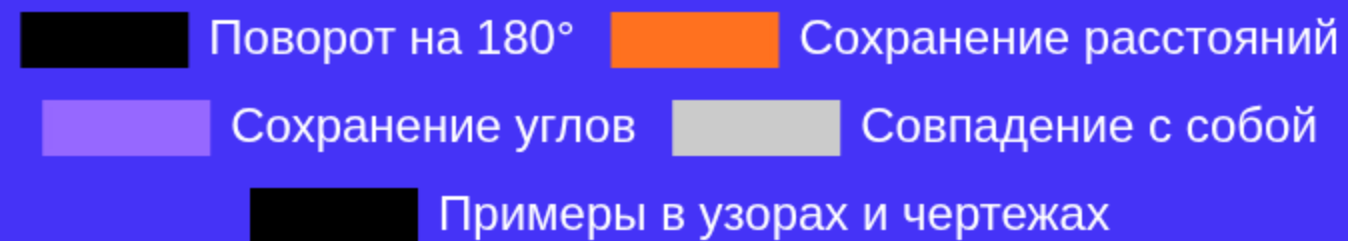
Точки расположены попарно

Каждая точка образует пару с другой точкой на равном расстоянии от центра, по разные стороны от него.

Как построить образ фигуры относительно центра

Последовательность действий при построении симметричного образа многоугольника

Центральная симметрия и поворот на 180°



Школьный курс геометрии: связь центральной симметрии с поворотом на 180°

Поворот на 180° вокруг одной точки даёт тот же результат, что и центральная симметрия.

Именно поэтому центральная симметрия считается движением: она сохраняет все основные геометрические свойства.

Какие фигуры имеют центр симметрии, а какие — нет

Фигуры с центром

- У окружности, отрезка, параллелограмма, прямоугольника, ромба и квадрата центр симметрии есть, потому что каждая точка имеет пару на противоположной стороне.

Треугольник общего вида

- У обычного треугольника центра симметрии нет: при повороте на 180° его вершины не совпадают со своими образами, и фигура не накладывается сама на себя.

Правильный пятиугольник

- Даже правильный пятиугольник не имеет центра симметрии, потому что его вершины не попадают в соответствующие места после поворота на 180° .

Строгое условие

- Наличие центра симметрии зависит не от внешней красоты, а от точного совпадения всех соответствующих точек и отрезков после преобразования.

Центральная симметрия на координатной плоскости

Правило координат

Если точка имеет координаты (x, y) , то её образ относительно начала координат записывается как $(-x, -y)$: оба числа меняют знак одновременно.

Удобные пары четвертей

Часто рассматривают точки из I и III четвертей или из II и IV четвертей: они легко образуют симметричные пары относительно начала координат.

Быстрая проверка

Этот способ позволяет строить симметричные точки без измерений, а также быстро проверять правильность расположения точки на координатной плоскости.



Осевая и центральная симметрия: сходства и различия

Сравнение двух видов симметрии помогает увидеть, что они сохраняют форму фигуры, но задаются разными элементами и строятся по разным правилам.

Обе симметрии сохраняют размеры и форму, но осевая задаётся прямой, а центральная — точкой и поворотом на 180° .

Признак	Осевая	Центральная
Элемент	прямая	точка
Преобразование	отражение	поворот 180°
Размеры	сохраняются	сохраняются
Точки	по разные стороны	по разные стороны
Примеры	буква, ось	параллелограмм, круг

Школьный курс геометрии: преобразования фигур и свойства симметрии.

Центральная симметрия в природе, узорах и технике



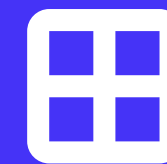
Снежинки

У снежинок элементы часто располагаются вокруг центра, поэтому рисунок выглядит уравновешенным и повторяется в нескольких направлениях. Это хороший природный пример симметричного строения.



Листья и цветы

У некоторых листьев и цветочных розеток можно заметить симметричное расположение частей относительно одной точки. Такая форма помогает увидеть порядок в живой природе.



Плитка и мозаика

В декоративных покрытиях одинаковые элементы часто повторяются вокруг центра или в противоположных направлениях. Благодаря этому узор выглядит аккуратно и легко воспринимается взглядом.



Архитектура и дизайн

В зданиях, эмблемах и орнаментах симметрия помогает создавать строгие, понятные композиции. Она делает изображение визуально собранным и гармоничным.



Техника

В деталях механизмов симметрия облегчает соединение одинаковых частей и делает конструкцию более удобной. Поэтому геометрические правила полезны не только на чертеже, но и в реальных устройствах.



Как проверить, имеет ли фигура центр симметрии

Проверка основана на равенстве расстояний и положении точек на одной прямой через предполагаемый центр.

Типичные ошибки при изучении центральной симметрии

01

Путают центр и сторону

Иногда за центр симметрии принимают середину одной стороны фигуры. Это неверно: центр должен быть общим ориентиром для всех пар соответствующих точек, а не только для одного отрезка.

02

Смотрят только на расстояние

Ошибка возникает, когда точки считают симметричными лишь из-за одинакового расстояния до центра. На самом деле они ещё должны лежать на одной прямой с этим центром.

03

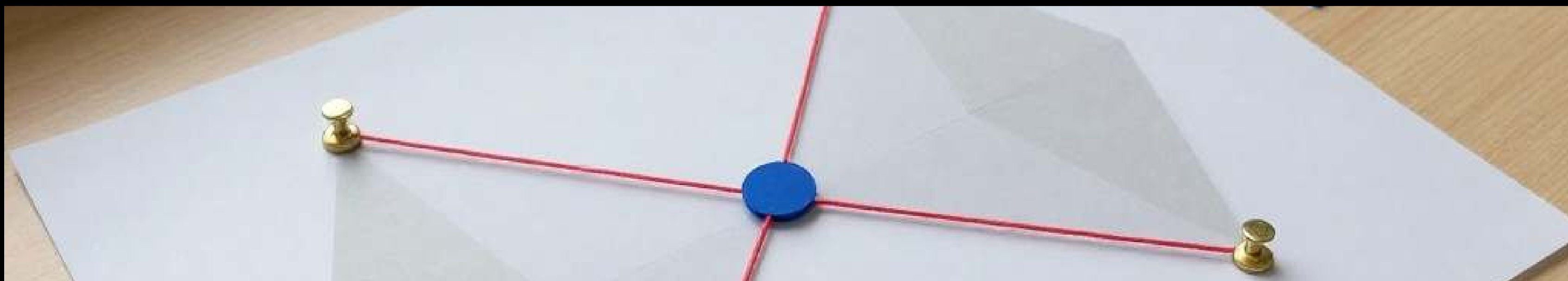
Оценивают фигуру «на глаз»

Внешнее сходство обманчиво: фигура может казаться симметричной, но не обладать центром симметрии. Поэтому нужны измерения, построение и проверка середины отрезков.

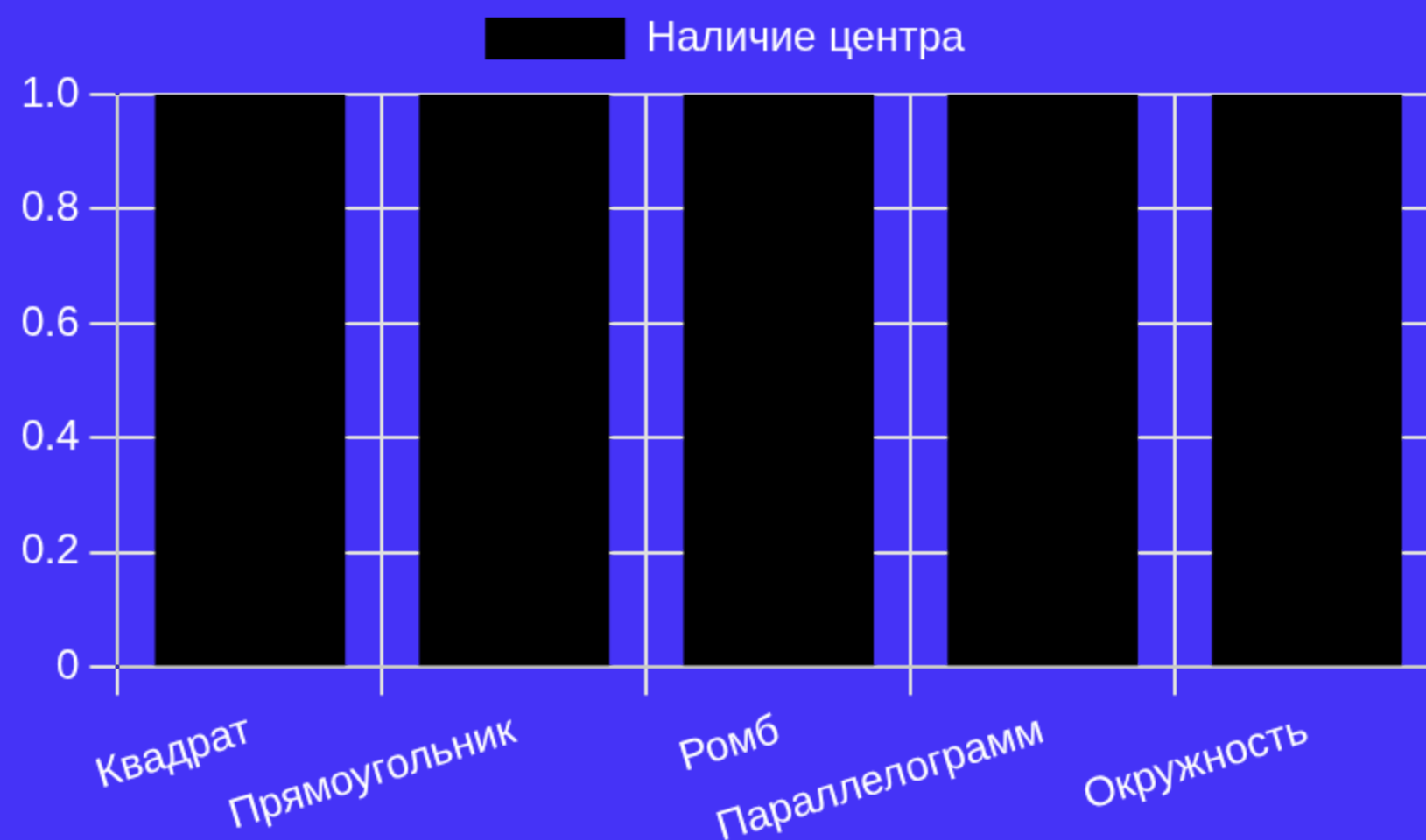
04

Забывают проверить все точки

Если хотя бы одна пара вершин не подходит по условиям симметрии, вывод меняется. Проверять нужно не только заметные элементы, но и все характерные точки фигуры.



Школьные фигуры и наличие центра симметрии



Школьный курс геометрии; сведения о центре симметрии фигур.

Для каждой фигуры центр симметрии можно указать точно: у четырёхугольников он связан с диагоналями, а у окружности — с её геометрическим центром.

Все показанные фигуры обладают центром симметрии, но его положение зависит от вида фигуры.

Центральная симметрия в орнаментах и мозаиках

Розетка вокруг одной точки

В орнаменте легко заметить повторяющиеся элементы, которые как будто расходятся от центра в разные стороны. Если мысленно повернуть такой рисунок на 180° , его части совпадут, и узор сохранит строгий порядок.



Мозаика с повтором элементов

Плиточный рисунок или декоративное панно часто строится из одинаковых деталей, расположенных попарно относительно центра. Благодаря этому композиция выглядит аккуратно, а повтор делает изображение ритмичным и завершённым.



Свойства центральной симметрии как движения

Таблица показывает, какие геометрические свойства не меняются при центральной симметрии и почему это преобразование относят к движениям.

Центральная симметрия не искажает фигуру: сохраняются размеры, углы, площадь и взаимное положение прямых.

Свойство	Что сохраняется	Пример
Расстояние	равные отрезки	$AB = A'B'$
Угол	величина угла	$\sphericalangle A = \sphericalangle A'$
Площадь	не меняется	равные фигуры
Параллельность	параллельные линии	$a \parallel b$
Прямая через центр	та же прямая	O, A, A'

Школьный курс геометрии: свойства движений и центральной симметрии.

Практическое значение центральной симметрии

На уроке геометрии

Тема помогает строить симметричные точки и фигуры, а также проверять правильность чертежей. Это делает решения задач наглядными и понятными.

При изучении фигур

С её помощью легче понимать свойства параллелограмма, прямоугольника, ромба и квадрата. Центр симметрии связывает эти фигуры между собой.

В координатной плоскости

Правило $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$ позволяет быстро находить образ точки и проверять построения без лишних измерений.

Алгоритм решения задач на центральную симметрию

Последовательность действий подходит для чертежей и задач на координатной плоскости.



Центральная симметрия строится относительно точки-центра: соответствующие точки лежат на одной прямой и одинаково удалены от неё. Это движение сохраняет размеры, углы, площадь и помогает узнавать симметрию в фигурах и вокруг нас.

Главное о центрально-симметричных фигурах