

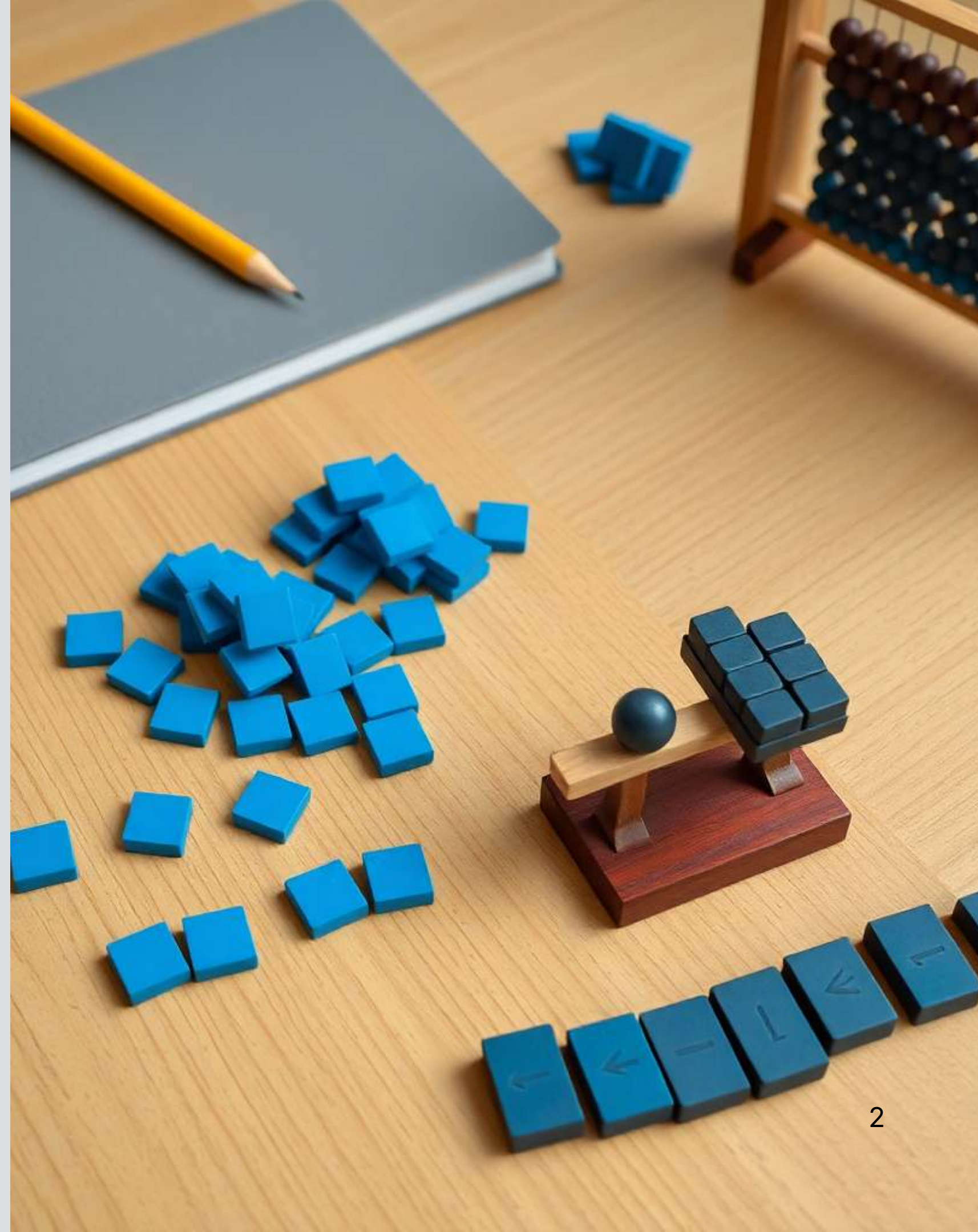
Целые выражения: что это такое и как их упрощать

Основы записи, преобразования и упрощения алгебраических выражений



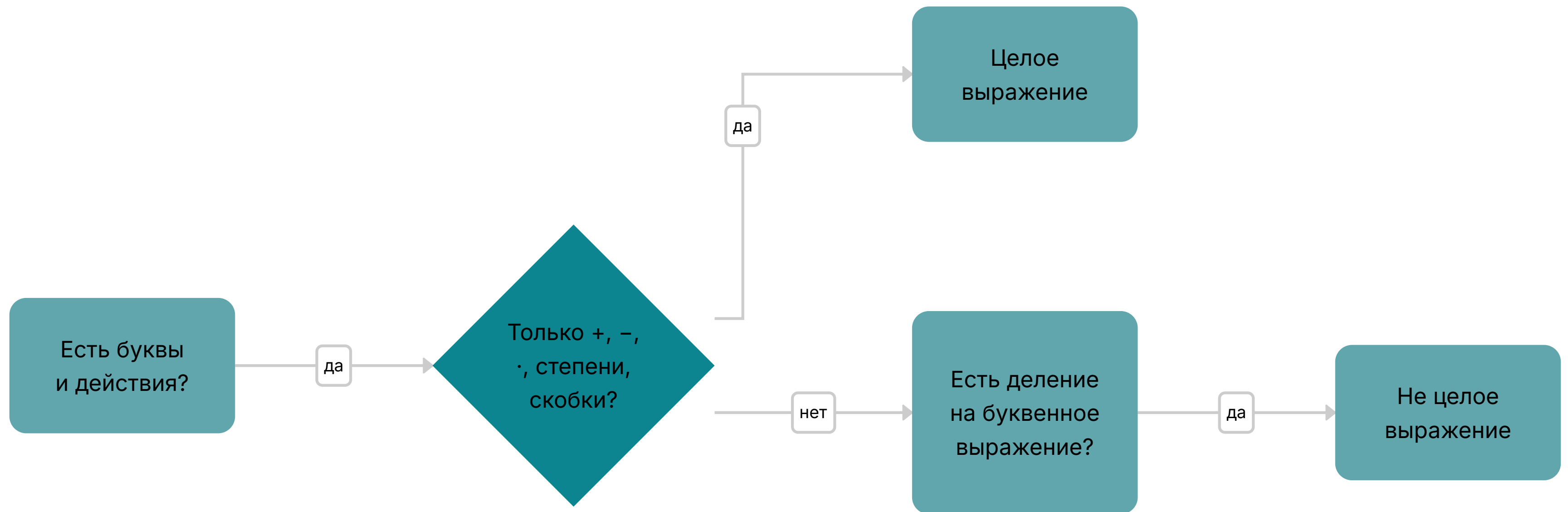
Целые выражения в задачах алгебры

Целые выражения помогают записывать правила и зависимости в формулах площади, периметра, движения и стоимости, когда нужное число ещё неизвестно. Они связывают арифметику с алгеброй и становятся основой для дальнейших преобразований.



Как определить, является ли запись целым выражением

Проверка по составу записи и наличию деления на выражение с переменной



Из чего состоит целое выражение

Числа и буквы

В целом выражении могут встречаться числа, буквы и знаки действий. Буква обозначает переменную — величину, значение которой может меняться или пока неизвестно.

Коэффициент

Число, стоящее перед буквой, называют коэффициентом. В записи $3a+5$ коэффициент равен 3, потому что он показывает, сколько раз берётся буквенная часть.

Свободный член

Число без буквы называют свободным членом. В выражении $3a+5$ свободный член равен 5, так как он не связан с переменной.

Скобки и степени

Скобки помогают группировать части выражения, а степени показывают повторное умножение. Эти элементы не мешают выражению оставаться целым, если нет деления на буквенную часть.

Основные виды целых выражений

1

Одночлен

Одночлен состоит из одного числа, одной буквы или их произведения. В нём нет сложения и вычитания между частями, поэтому запись остаётся краткой и удобной.

2

Многочлен

Многочлен включает два или больше одночленов, соединённых знаками плюс или минус. Именно такие записи чаще всего приходится упрощать в школьных задачах.

3

Выражение со скобками

Если в записи есть скобки, но нет деления на выражение с переменной, она тоже считается целой. Скобки часто требуют раскрытия перед дальнейшим упрощением.

Одночлен как простейшее целое выражение



Одна часть записи

Одночлен представляет собой одну целую алгебраическую запись без сложения и вычитания между частями. Это может быть число, буква или их произведение, например 8 , $-y$, $5ab$.

Коэффициент

В одночлене числовой множитель называют коэффициентом. Он показывает, сколько раз берётся буквенная часть, например в 4×2 коэффициент равен 4 .

Буквенная часть

Буквенная часть состоит из одной или нескольких букв, которые стоят вместе в произведении. Она показывает, какие переменные входят в одночлен и как они связаны.

Степень

Если буква повторяется несколько раз, используют степень. В одночлене 4×2 показатель степени равен 2 , поэтому запись означает $x \cdot x$, умноженное на 4 .

Многочлен и его части

1

Несколько одночленов

Многочлен образуется из двух или более одночленов, которые соединены знаками плюс или минус. Именно поэтому в нём легко выделить отдельные слагаемые.

2

Члены многочлена

Каждая часть многочлена называется его членом. Например, в записи $2 \times 2 - 3x + 6$ три члена: 2×2 , $-3x$ и 6 .

3

Свободный член

Число без буквы внутри многочлена называют свободным членом. Оно важно для полного описания выражения, даже если не содержит переменной.

Сравнение основных форм целых выражений

Вид	Пример	Члены	Скобки	Степень
Одночлен	$5a^2$	1	нет	да
Двучлен	$x-4$	2	нет	нет
Трёхчлен	$2m^2+3m-1$	3	нет	да
Многочлен	a^4-2a^2+a-7	4	нет	да

Таблица помогает увидеть, чем отличаются основные формы целых выражений по строению и числу частей.

Форма записи определяется количеством слагаемых. Степени не меняют вид выражения, а скобки важны только для способа преобразования.

Свойства действий, которые помогают преобразовывать выражения



Переместительное свойство

Слагаемые и множители можно менять местами, не изменяя значение выражения. Это удобно, когда нужно группировать похожие части и быстрее выполнять преобразования.



Сочетательное свойство

При сложении и умножении можно по-разному расставлять скобки. Благодаря этому легче объединять числа и буквенные части в удобном порядке.



Распределительное свойство

Число перед скобками умножают на каждый член внутри. Именно это правило используют при раскрытии скобок в выражениях вида $3(x+2)$.



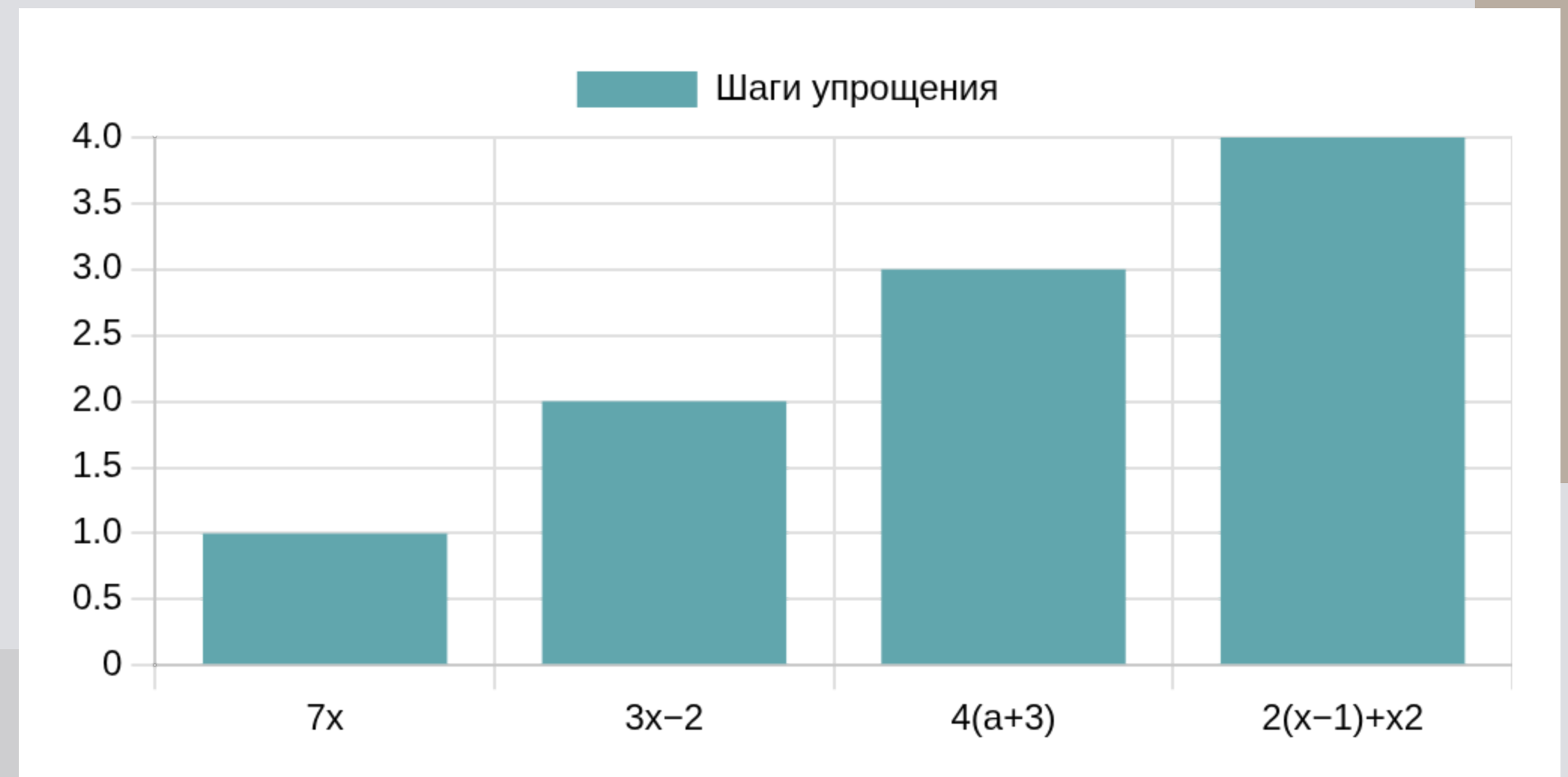
Сохранение значения

Все эти свойства позволяют менять запись выражения, но не его значение. Поэтому они лежат в основе упрощения, приведения подобных слагаемых и проверки решений.

Как усложняется упрощение выражений

Чем больше в записи скобок и слагаемых, тем внимательнее нужно выполнять преобразования и следить за знаками.

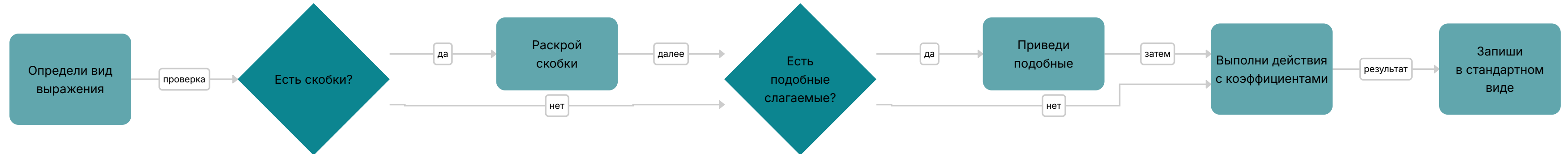
Простые записи требуют меньше шагов, а скобки и сумма нескольких частей заметно увеличивают объём работы.



Материал школьного курса алгебры, 7 класс

Алгоритм упрощения целого выражения

Школьный курс алгебры 7 класса: последовательность преобразований целых выражений



Как раскрываются скобки

1

Плюс перед скобками

Если перед скобками стоит знак плюс, выражение внутри переписывают без изменений. Знаки у слагаемых остаются теми же, поэтому $+(a-3)$ превращается в $a-3$.

Pust + to, be thintire socfopee, feel frendet,
filst scublire effierr + discoptirocns, - a ses.

2

Минус перед скобками

При знаке минус перед скобками каждый знак внутри меняется на противоположный. Поэтому $-(a-3)$ записывают как $-a+3$, а порядок слагаемых сохраняется.

3

Число перед скобками

Если перед скобками стоит число, оно умножается на каждый член внутри. Так $3(x+2)$ превращается в $3x+6$, и затем выражение можно упрощать дальше.

Подобные слагаемые



Одинаковая буквенная часть

Подобными называют слагаемые, у которых совпадают буквы и их степени. Например, $3x$ и $-5x$ можно объединить, а $2a$ и $2a^2$ нельзя.



Складываются коэффициент

При сложении подобных слагаемых меняются только числа перед буквами. Поэтому $3x - 5x = -2x$, а буквенная часть остаётся той же, без изменений.



Удобно сокращать запись

Приведение подобных слагаемых делает выражение короче и понятнее. Это помогает быстрее считать, меньше ошибаться и легче записывать ответ в аккуратном виде.



Проверка на сходство

Перед объединением полезно сравнить каждую часть выражения. Если отличаются буква или показатель степени, слагаемые не подобные и складывать их нельзя.

Полное упрощение выражения на примере

Раскрываем скобки

Сначала применяем распределительное свойство:
 $3(x-2)+2x-5 = 3x-6+2x-5$. На этом шаге важно правильно умножить каждое слагаемое внутри скобок.

1

Объединяем подобные

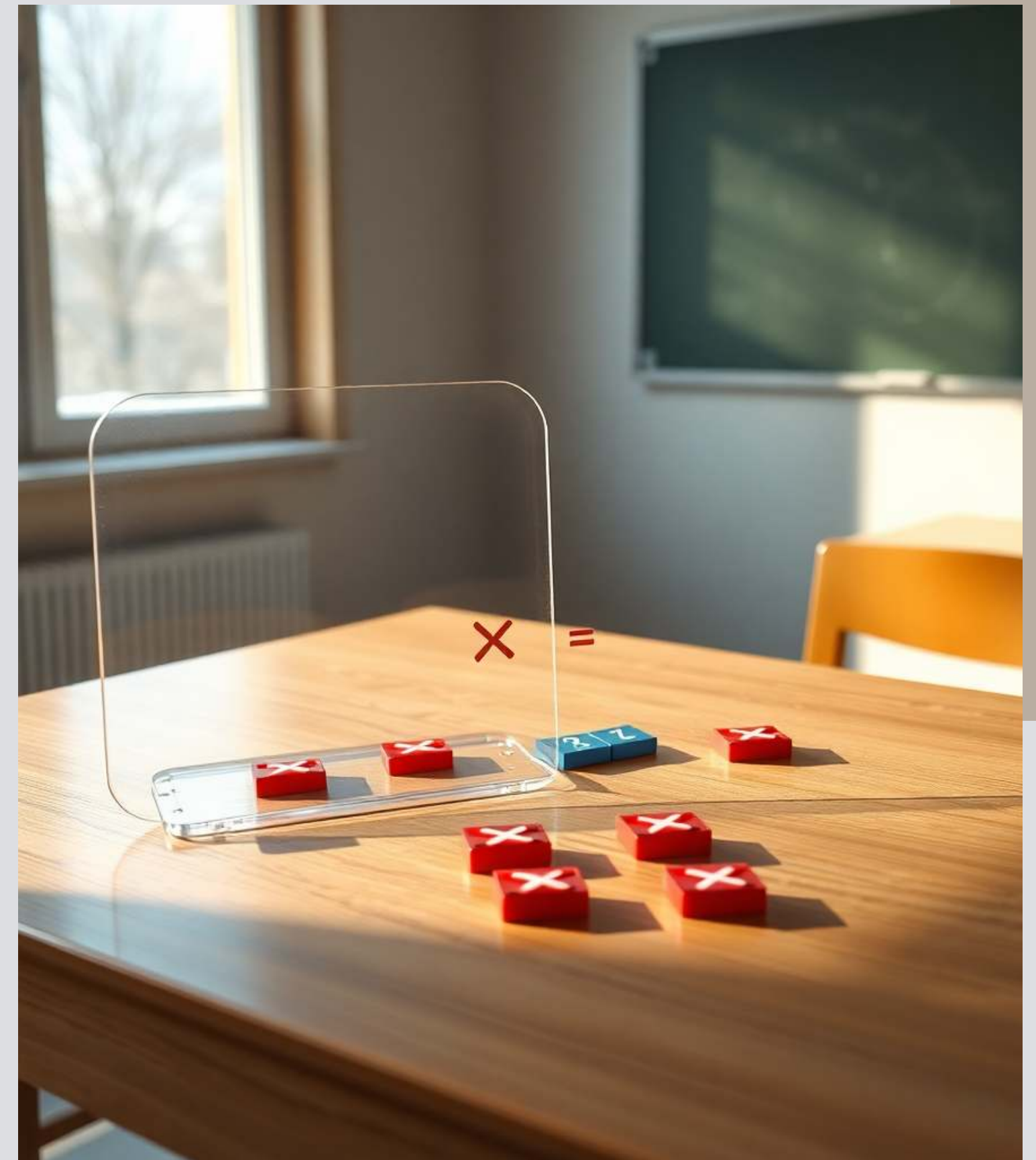
Дальше складываем одинаковые буквенные части: $3x+2x = 5x$.
Числа без буквы тоже объединяем отдельно: $-6-5 = -11$.

2

Записываем ответ

После преобразований получаем $5x-11$. Это уже более короткая и удобная запись, в которой нет скобок и не осталось подобных слагаемых.

3



Стандартный вид многочлена

Без скобок

В стандартном виде многочлен записывают так, чтобы в нём не было скобок. Все преобразования выполняют заранее, а затем записывают окончательный результат одной строкой.

Без подобных слагаемых

Одинаковые по буквенной части члены обязательно объединяют. После этого в записи остаются только разные слагаемые, поэтому выражение легче читать и сравнивать с другими.

Обычно по убыванию степеней

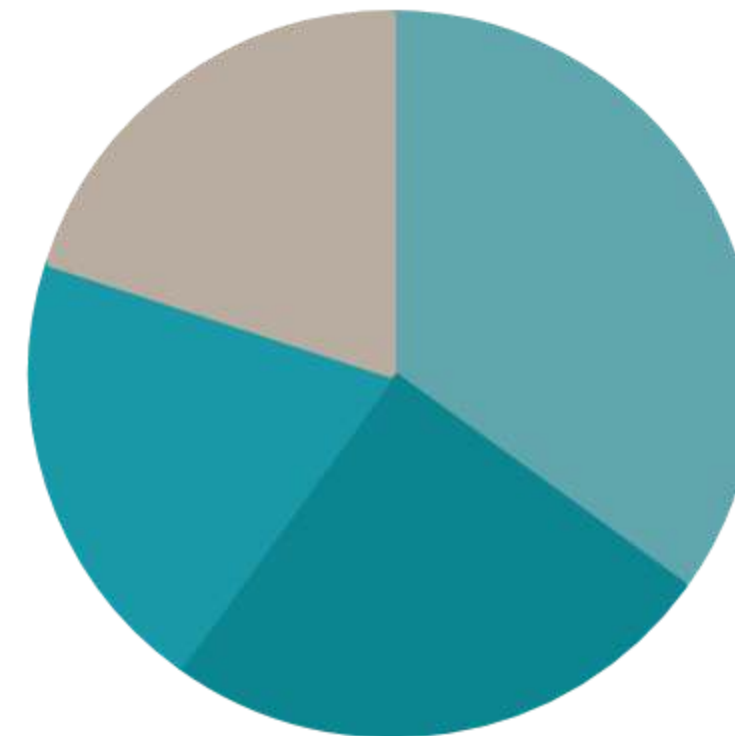
Члены многочлена часто располагают от большей степени к меньшей. Такая последовательность помогает сразу увидеть главную часть выражения и не пропустить свободный член.

Частые ошибки при работе с выражениями

Диаграмма показывает, какие ошибки встречаются чаще всего при преобразовании выражений. Особенно важно внимательно следить за знаками и одинаковыми буквенными частями.

Главная трудность — работа со знаком минус перед скобками; затем идут ошибки в распознавании подобных слагаемых. Значит, эти шаги требуют особой проверки.

Минус перед скобками Подобные и неподобные
Неверный коэффициент Забытые степени



Школьный курс алгебры 7 класса

Где применяются целые выражения



Периметр и площадь

Целые выражения помогают записывать формулы для геометрических фигур, когда стороны обозначены буквами. Это удобно, если размеры пока неизвестны, но правило уже понятно.



Движение

В задачах на движение используют формулы вида $s=vt$. Они показывают связь пути, скорости и времени и позволяют подставлять разные значения в одну и ту же запись.



Стоимость и скидки

В задачах о покупках целые выражения помогают описывать цену нескольких предметов, общую стоимость и изменение цены после скидки, не подбирая каждый раз новую формулу.



Текстовые задачи

Такие выражения часто встречаются в таблицах, схемах и условиях задач. Они позволяют кратко записать зависимость между величинами и затем удобно выполнять вычисления.

Проверка: является ли запись целым выражением

Выражение	Целое?	Причина
$5x+2$	да	сложение и умножение
$(a-1)(a+1)$	да	произведение скобок
$6/(x+1)$	нет	деление на переменную
$x-2y+7$	да	многочлен

Сравните записи и определите, можно ли считать их целыми выражениями. Главное правило: деление на выражение с переменной не допускается.

Если в записи нет деления на буквенное выражение, она может быть целым выражением. Наличие такого деления сразу меняет ответ на «нет».

Связь с дальнейшим изучением алгебры

Подготовка к уравнениям

Умение упрощать целые выражения нужно для решения уравнений, потому что помогает быстрее приводить запись к удобному виду и не терять важные слагаемые.

Работа с формулами

Позже это знание пригодится при преобразовании формул, разложении на множители и работе с многочленами. Без него сложно уверенно переходить к новым темам.

Проверка решений

Если выражение записано аккуратно, легче проверить ответ и заметить ошибку. Поэтому навык преобразования целых выражений полезен на всех этапах решения задач.

Целые выражения — основа алгебры

Целые выражения помогают учиться работать с буквами, скобками и степенями. Если уверенно упрощать их и проверять запись, дальше будет легче решать уравнения и понимать формулы.