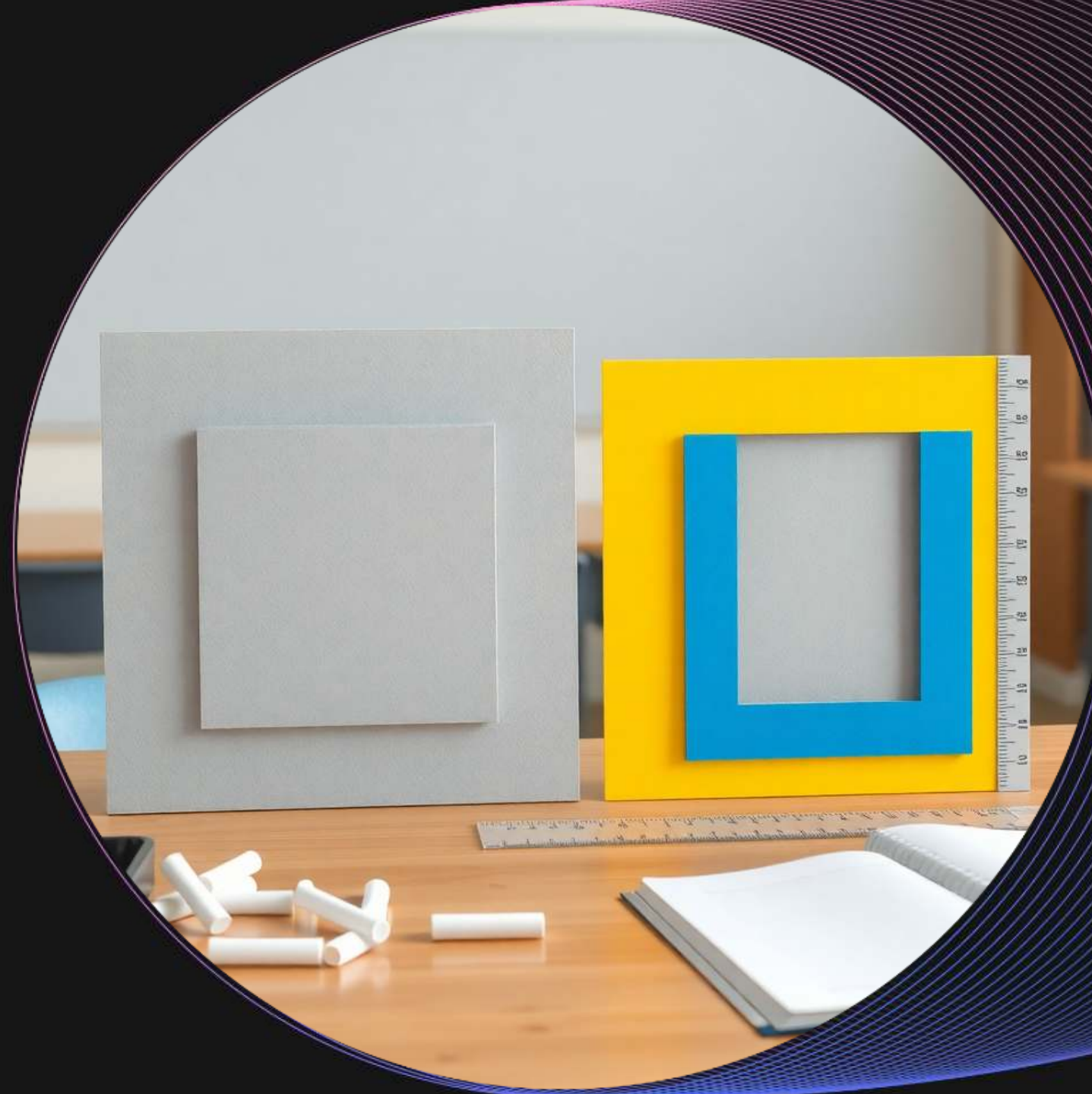


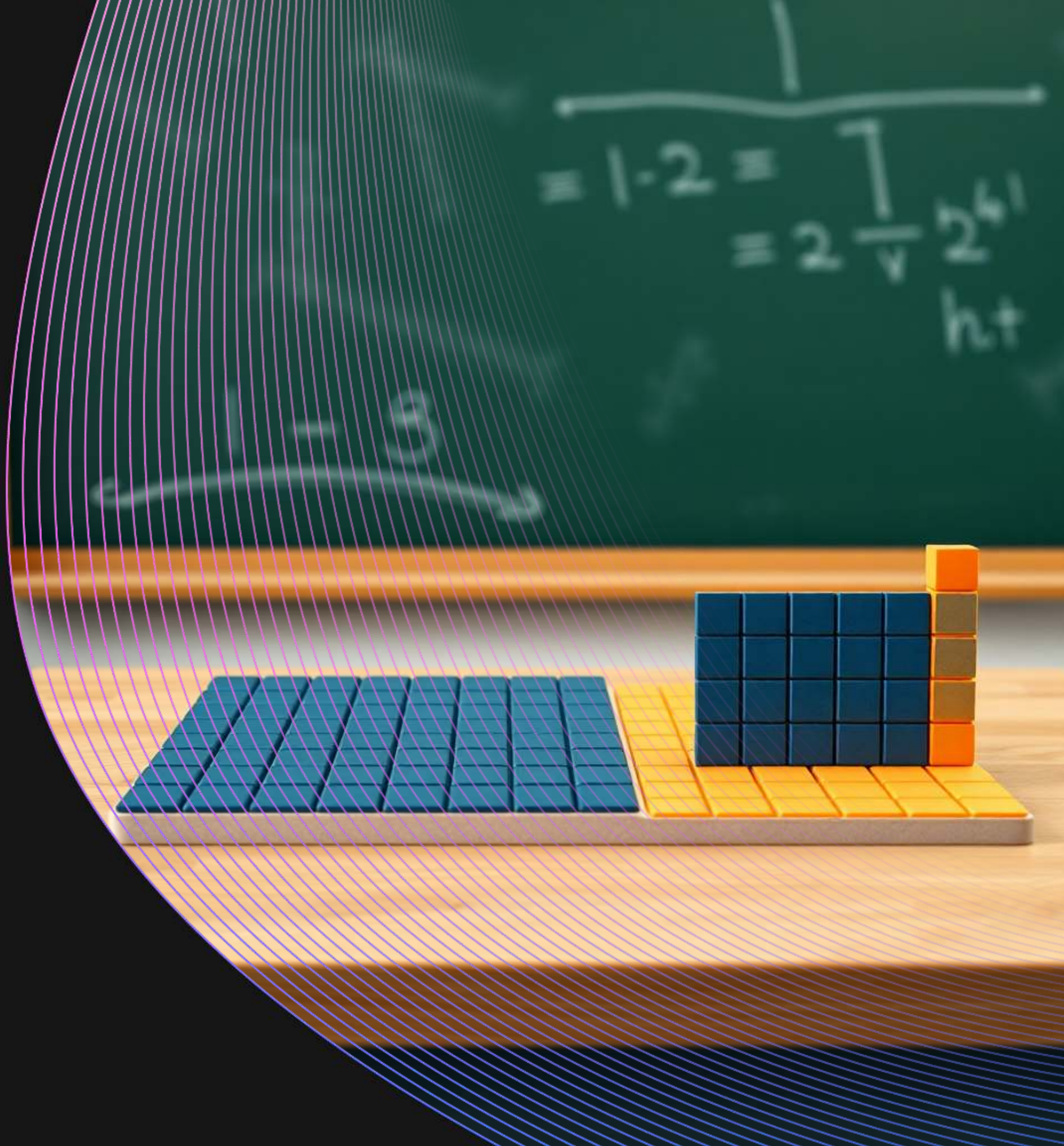
Квадрат суммы и квадрат разности

Две формулы, которые ускоряют
раскрытие скобок и счёт.



Почему это важно в алгебре

Эти формулы учат быстро раскрывать скобки, упрощать выражения и проверять вычисления без лишних шагов. В 7 классе они становятся одним из главных инструментов для работы с уравнениями и многочленами.





2

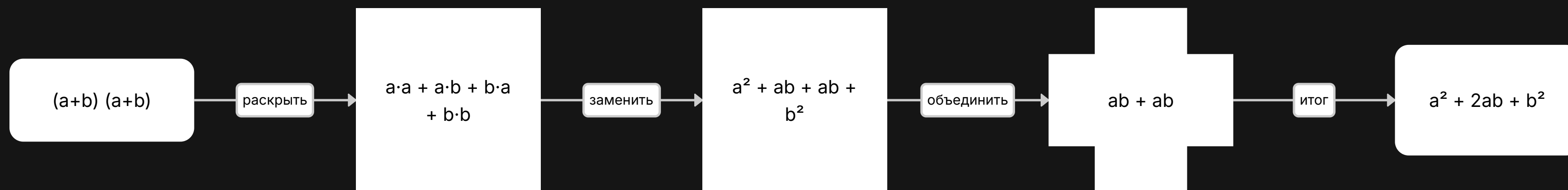
ОДИНАКОВЫХ МНОЖИТЕЛЯ
ОБРАЗУЮТ КВАДРАТ
ВЫРАЖЕНИЯ

Именно так раскрывается
запись вида $(x+3)^2$:
выражение умножается само
на себя, а затем члены
приводятся к простому виду.

*Школьная алгебра:
распределительное свойство
умножения и формулы
сокращённого умножения*

Как получается формула квадрата суммы

Переход от произведения скобок к итоговой формуле через распределительное свойство



Две формулы рядом

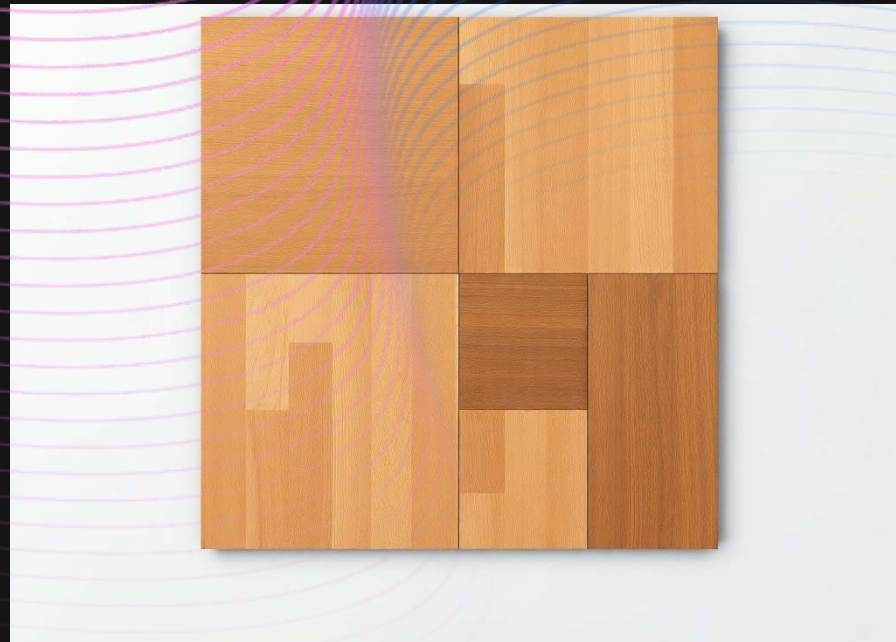
Вид	Формула	Средний член
Сумма	$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$	$+2ab$
Разность	$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$	$-2ab$

— Сравним формулу квадрата суммы и формулу квадрата разности.

Крайние члены в обеих формулах одинаковы, а различие сводится к знаку и коэффициенту среднего члена.

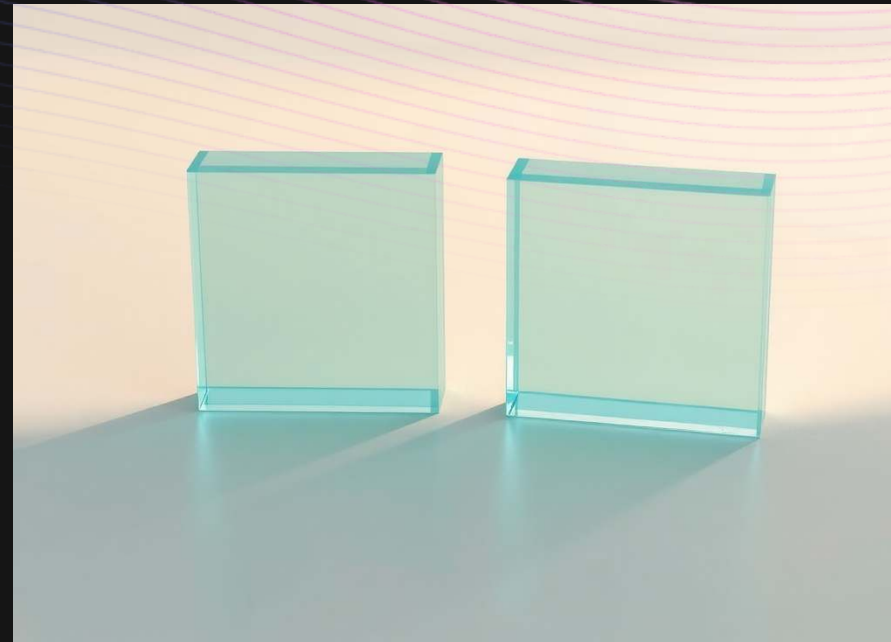
Школьная алгебра, формулы сокращённого умножения

Геометрический смысл формулы



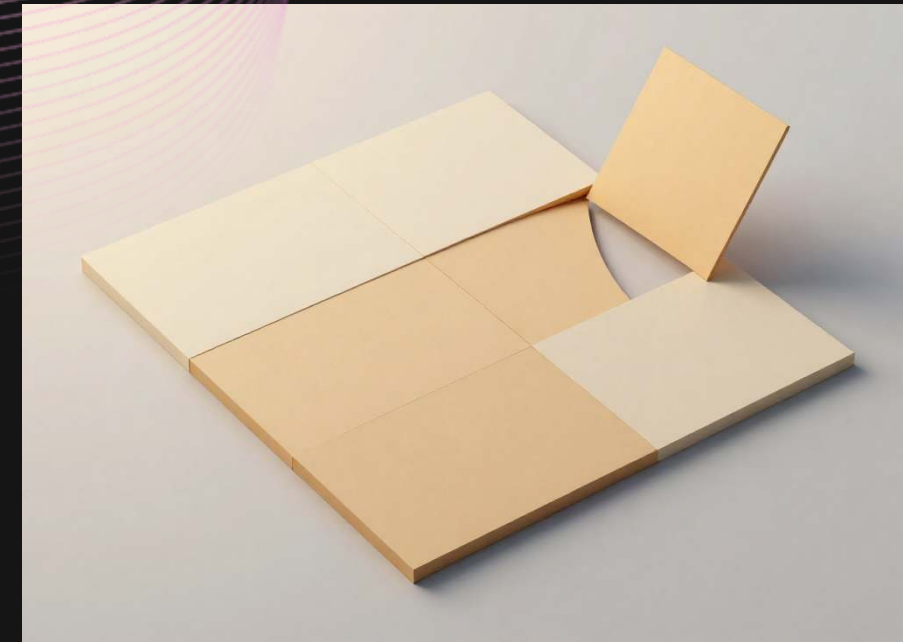
Большой квадрат из частей

Представьте квадрат со стороной $a+b$. Его можно мысленно разбить на квадрат площадью a^2 , второй квадрат площадью b^2 и два прямоугольника площадью ab . В сумме получается $a^2 + 2ab + b^2$, поэтому формула выглядит именно так.



Почему появляется двойной член

Два одинаковых прямоугольника не случайны: один образуется из a и b , второй — из b и a . Они дают одинаковую площадь, поэтому складываются в $2ab$. Это наглядно объясняет, откуда берётся средний член.



Удобная проверка записи

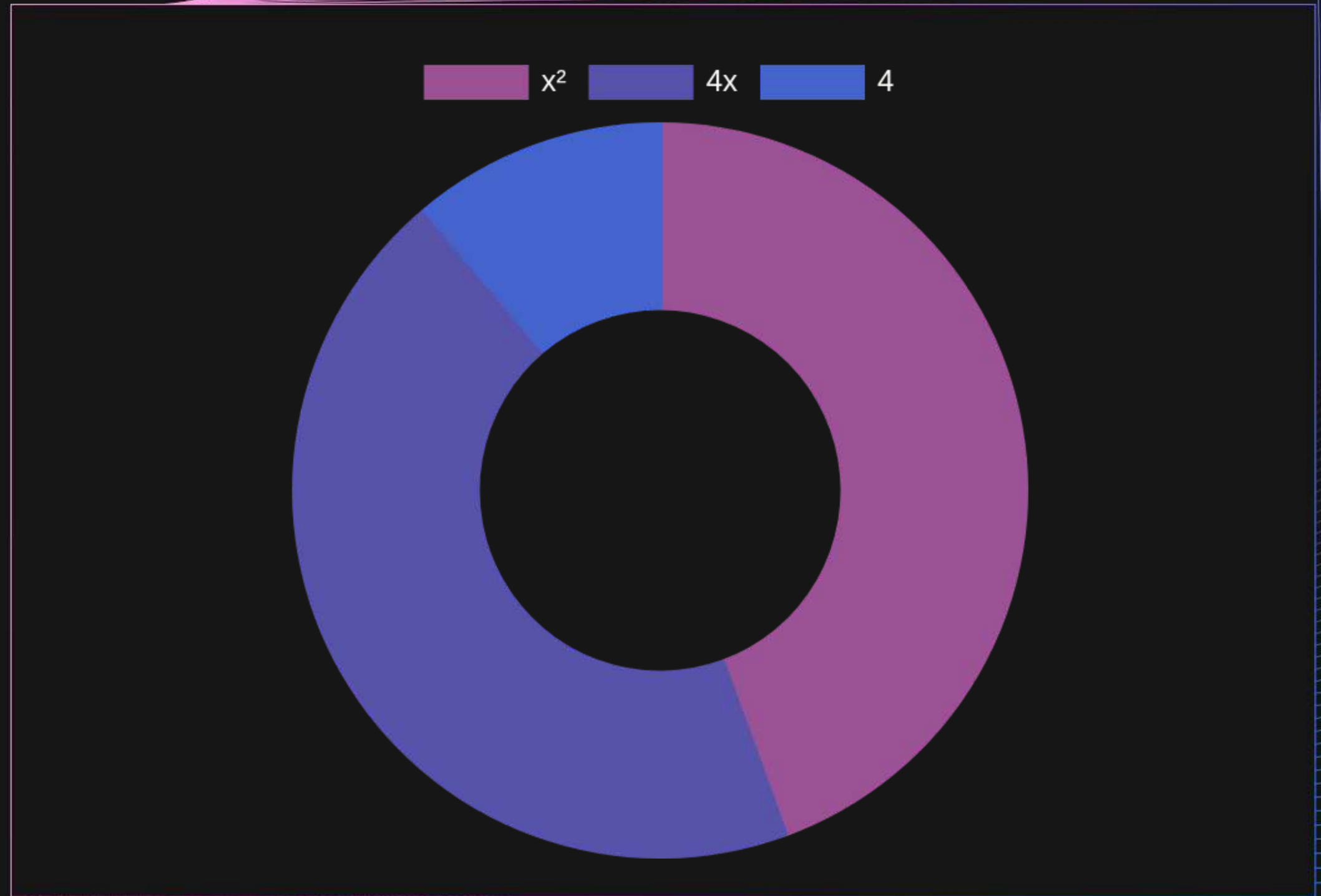
Если разложение сделано верно, сумма всех частей должна совпасть с площадью целого квадрата. Такой рисунок помогает не просто запомнить формулу, а понять её смысл и быстрее замечать ошибки в раскрытии скобок.

Из чего состоит квадрат выражения

На примере видно, что средний член появляется из двух одинаковых произведений, а не из одного.

При выбранном значении x вклад x^2 и среднего члена совпадает, а свободный член остаётся самым маленьким.

Учебный пример по теме «Квадрат двучлена», $x = 4$



Формула квадрата разности

1 Запись произведения

Сначала квадрат разности записывают как произведение двух одинаковых скобок: $(a-b)(a-b)$. Это помогает увидеть, что каждый член первой скобки умножается на каждый член второй.

2 Раскрытие скобок

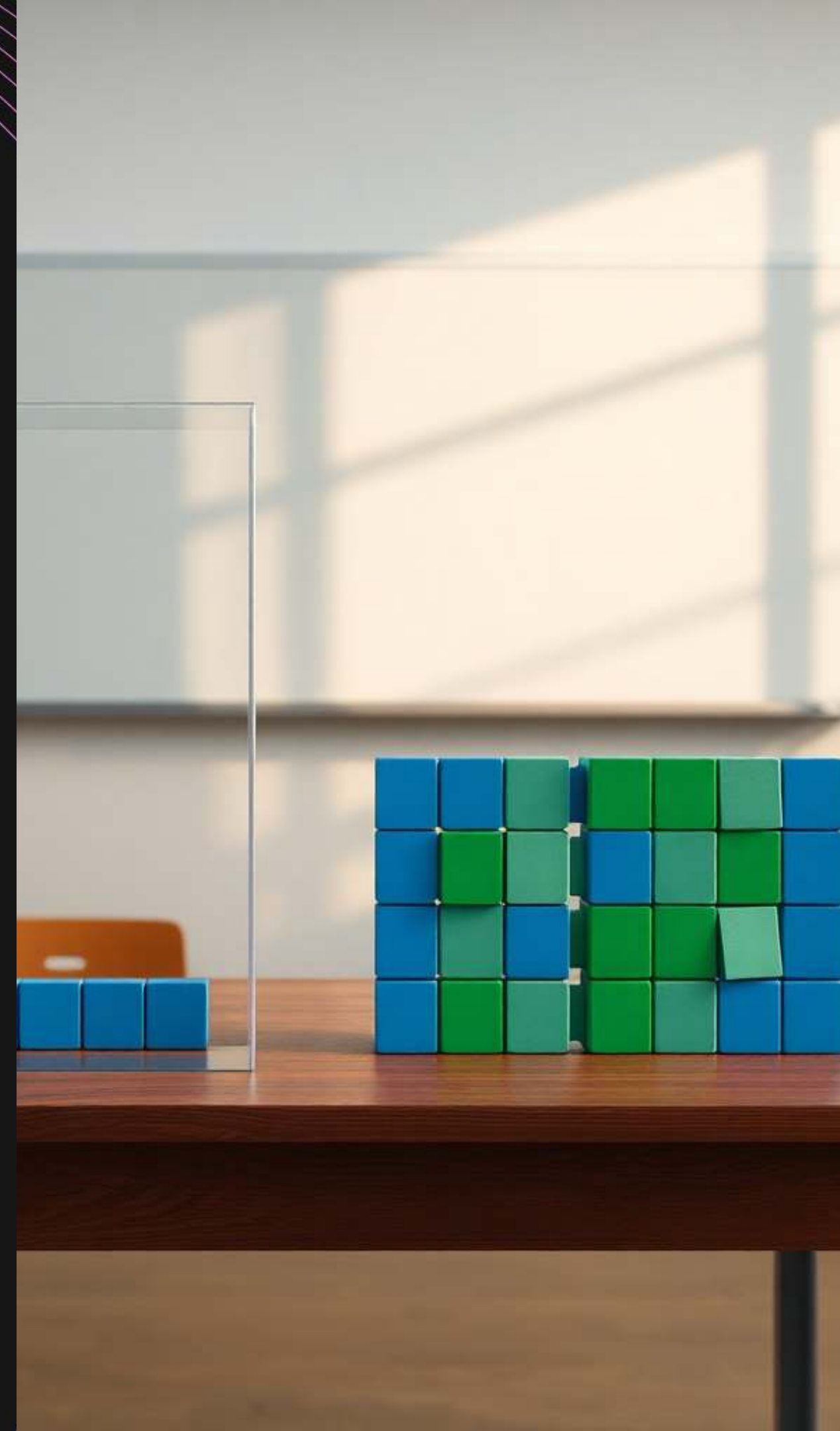
После умножения получается $a^2 - ab - ab + b^2$. Здесь важно не потерять знак минуса: он влияет на оба произведения с b , поэтому средний член становится отрицательным.

3 Объединение одинаковых слагаемых

Слагаемые $-ab$ и $-ab$ складываются в $-2ab$. Остальные члены не меняются: a^2 и b^2 остаются положительными квадратами, потому что каждое число умножается само на себя.

4 Итоговая формула

После упрощения получается $a^2 - 2ab + b^2$. Это и есть формула квадрата разности, которую удобно использовать для быстрых преобразований и проверки ответов.



Как не перепутать знаки

√x Первый член

В начале всегда стоит квадрат первого слагаемого: a^2 . Он не зависит от знака внутри скобок и остаётся одинаковым в обеих формулах.

+ Если внутри плюс

Когда в скобках стоит сложение, средний член тоже положительный: $+2ab$. Это правило помогает сразу выбрать правильную формулу без лишних вычислений.

— Если внутри минус

При вычитании средний член становится отрицательным: $-2ab$. Минус действует на оба произведения с b , поэтому знак меняется у всего среднего члена.

✓ Быстрая проверка

После раскрытия скобок полезно сравнить первый и последний члены с квадратами a^2 и b^2 . Если они совпали, остаётся проверить только знак среднего члена.

Быстрый счёт с помощью формул

Такие вычисления особенно полезны, когда нужно быстро оценить ответ без письменного умножения.

Формулы помогают находить квадраты рядом стоящих чисел мгновенно и удобно подходят для устного счёта.

Школьные вычислительные примеры по теме «Квадрат суммы и квадрат разности»



Пример раскрытия скобок

Сначала раскрываем

Запись $(x+5)^2$ означает произведение $(x+5)(x+5)$. Каждый член первой скобки нужно умножить на каждый член второй, ничего не пропуская.

Объединяем одинаковые

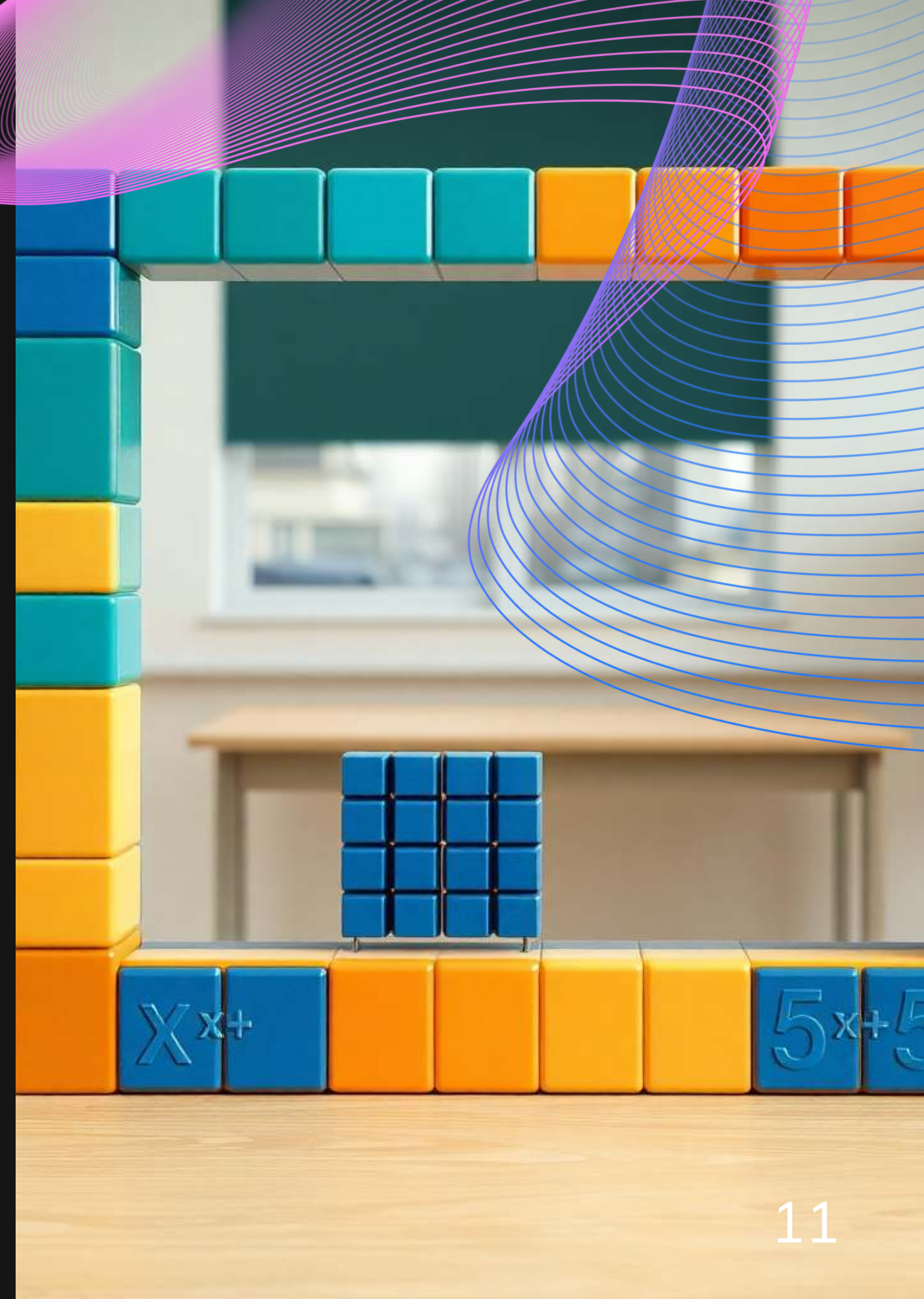
Слагаемые $5x$ и $5x$ одинаковы, поэтому их можно сложить: $5x+5x=10x$. Именно так возникает средний член в готовом ответе.

Получаем четыре слагаемых

После перемножения появляются $x \cdot x$, $x \cdot 5$, $5 \cdot x$ и $5 \cdot 5$. Это даёт выражение $x^2+5x+5x+25$, где видно происхождение каждого члена.

Итоговая запись

После упрощения получаем $x^2+10x+25$. Такая пошаговая запись помогает понять не только ответ, но и логику раскрытия квадрата суммы.



Обратное распознавание формулы

Смотрим на крайние члены

Если в многочлене первый и последний члены — квадраты, это уже важная подсказка. Например, x^2 и 36 сразу наводят на форму двучлена.

Проверяем средний член

В выражении $x^2+12x+36$ середина равна $2 \cdot x \cdot 6$. Значит, перед нами квадрат суммы: $(x+6)^2$, потому что $36 = 6^2$.

Разность узнаётся так же

Выражение $x^2-14x+49$ тоже имеет вид полного квадрата. Здесь $49 = 7^2$, а средний член равен $-2 \cdot x \cdot 7$, значит это $(x-7)^2$.

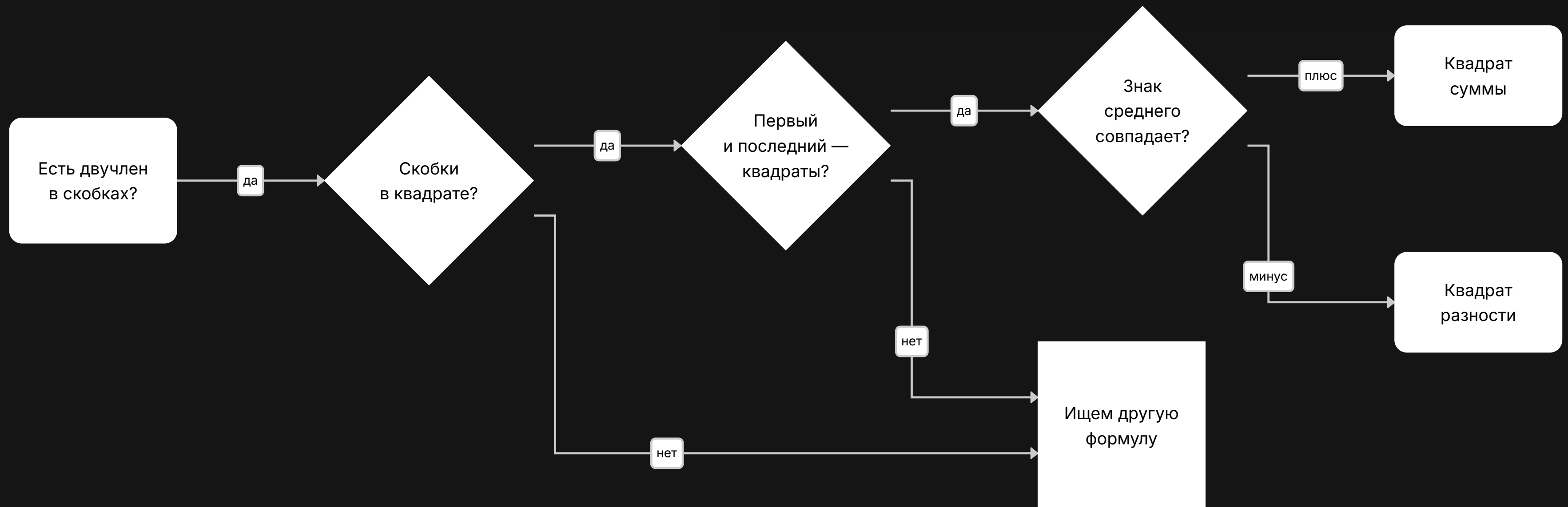
Зачем это нужно

Такое распознавание экономит время: вместо долгих преобразований можно сразу увидеть квадрат двучлена и быстрее упростить или проверить ответ.



Как распознать нужную формулу

Пошаговая проверка признаков квадрата суммы или квадрата разности по виду выражения.



Мини-практика на трёх примерах

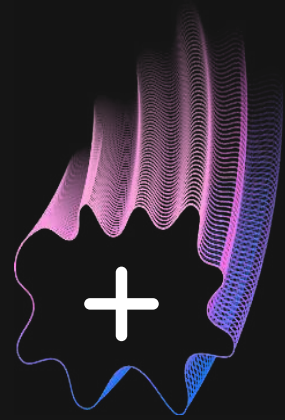
Пример	Ответ	Средний член
$(m+4)^2$	$m^2+8m+16$	$8m$
$(p-3)^2$	p^2-6p+9	$-6p$
$(2x+1)^2$	$4x^2+4x+1$	$4x$

Сравните исходные скобки и получившиеся многочлены. Во всех случаях средний член строится по одному правилу: это удвоенное произведение двух частей скобок.

Во всех примерах крайние члены — квадраты, а середина зависит только от знака внутри скобок и удвоенного произведения.

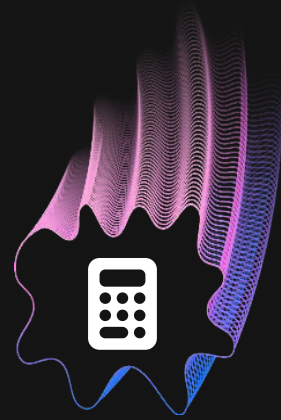
Учебная практика по теме «Формулы сокращённого умножения»

Связь с распределительным свойством



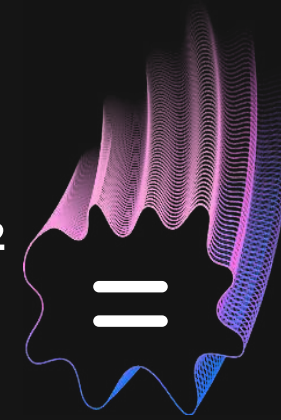
Каждый с каждым

При умножении скобок каждое слагаемое первой скобки умножается на каждое слагаемое второй. Это и есть обычное распределительное свойство, записанное короче.



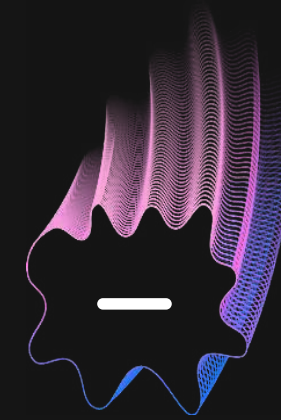
Откуда берётся a^2

Произведение $a \cdot a$ даёт первый член формулы. Он появляется сразу, когда одинаковые части двучлена умножаются друг на друга.



Почему выходит $2ab$

Два одинаковых произведения ab и ba складываются в $2ab$. Поэтому средний член всегда содержит двойку, а не просто один множитель.



Почему меняется знак

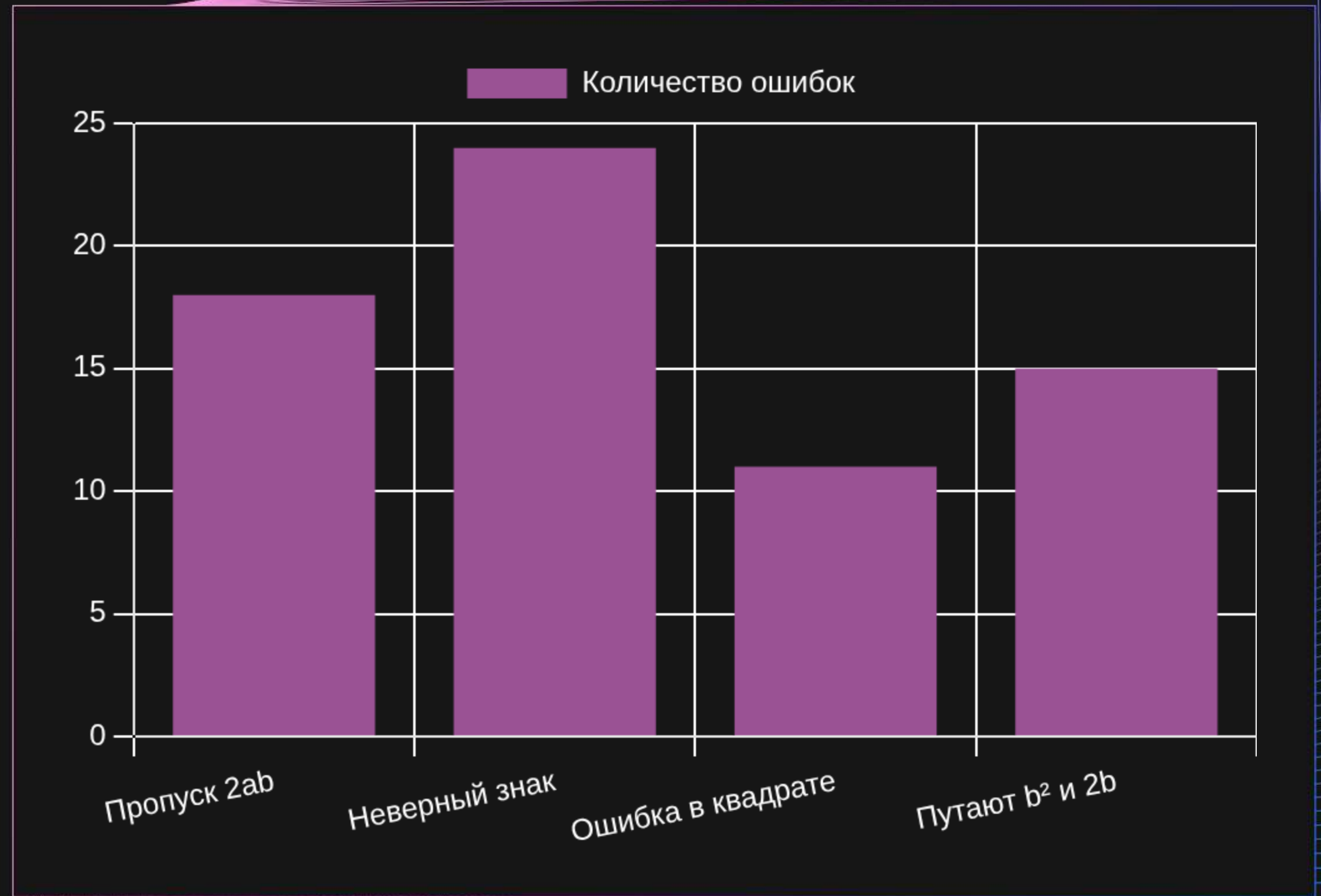
При разности одна из скобок содержит минус, и это влияет только на средний член. Крайние квадраты остаются положительными, потому что квадрат числа не меняет знак.

Частые ошибки при раскрытии скобок

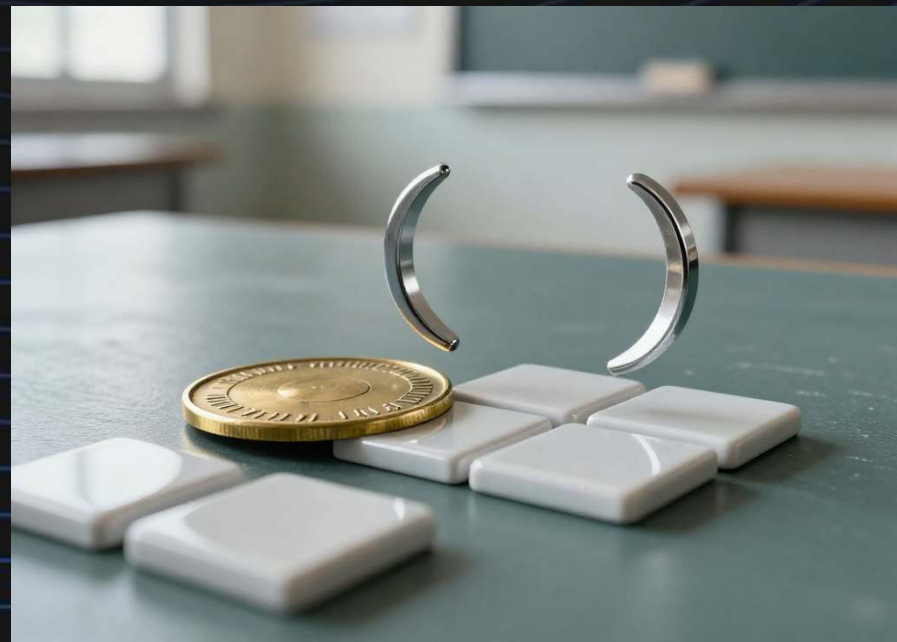
— Диаграмма показывает, какие места темы требуют особой внимательности на уроке и при самостоятельной проверке решений.

Больше всего ошибок связано со знаком среднего члена и с пропуском двойного произведения, поэтому именно эти шаги стоит проверять первыми.

Учебный анализ типичных ошибок при изучении формул сокращённого умножения



Где формулы помогают в вычислениях



Быстрый счёт рядом с круглым числом

Когда число близко к 100, квадрат можно найти почти устно. Например, 99^2 удобно представить как $(100-1)^2$, а 101^2 — как $(100+1)^2$. Такой способ экономит время и снижает риск ошибки при длинном умножении.

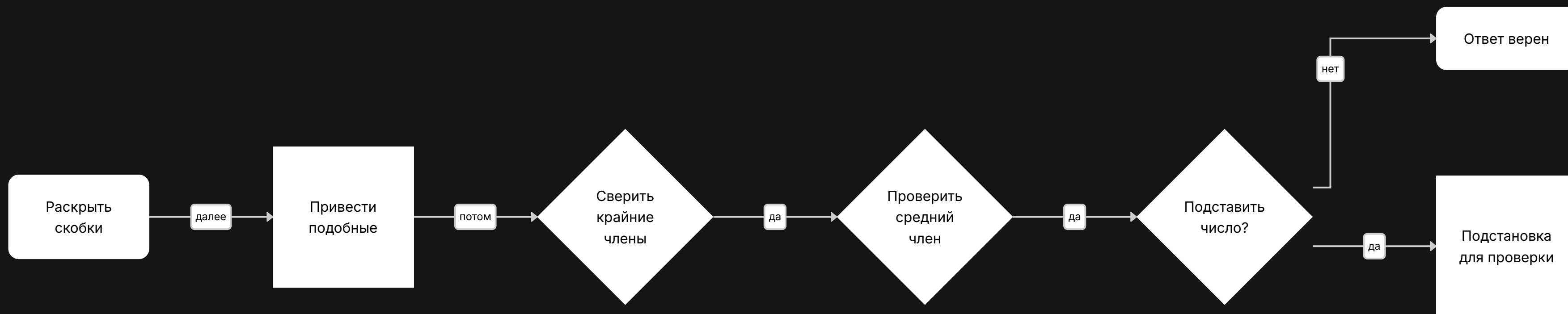


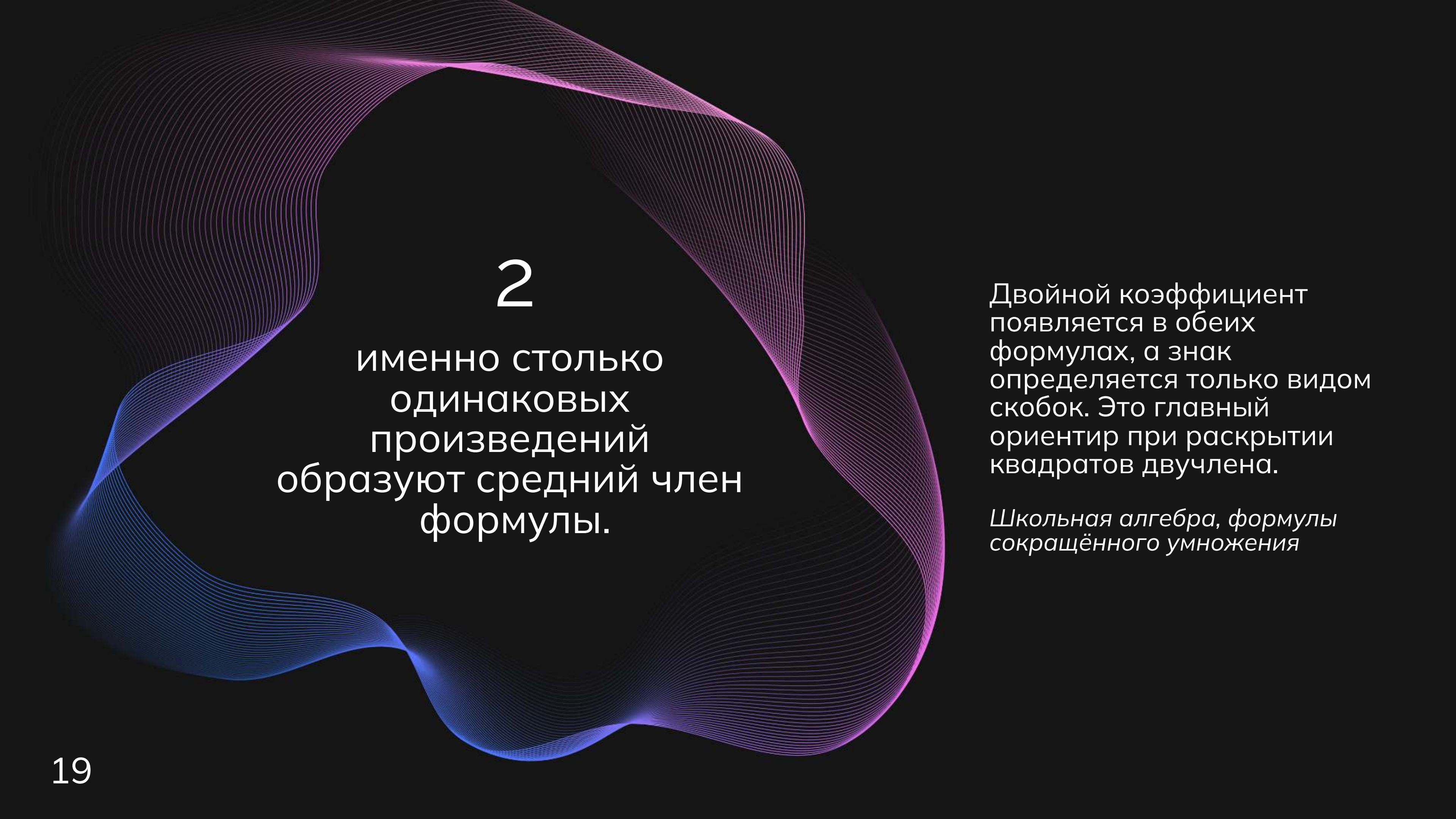
Проверка результата без лишних действий

Формулы полезны не только для счёта, но и для самопроверки. Если ответ получился неожиданным, можно быстро сверить его через квадрат суммы или разности. Это особенно удобно в контрольной работе, где важно заметить ошибку до сдачи.

Проверка ответа после раскрытия скобок

Последовательность самопроверки помогает заметить ошибки в знаках, коэффициентах и приведении подобных слагаемых.





2

именно столько
одинаковых
произведений
образуют средний член
формулы.

Двойной коэффициент
появляется в обеих
формулах, а знак
определяется только видом
скобок. Это главный
ориентир при раскрытии
квадратов двучлена.

*Школьная алгебра, формулы
сокращённого умножения*

Итог: зачем нужны ЭТИ формулы

Квадрат суммы и квадрат разности позволяют быстро раскрывать скобки, упрощать выражения и проверять вычисления. Если помнить про крайние квадраты и знак среднего члена, решение становится заметно проще.