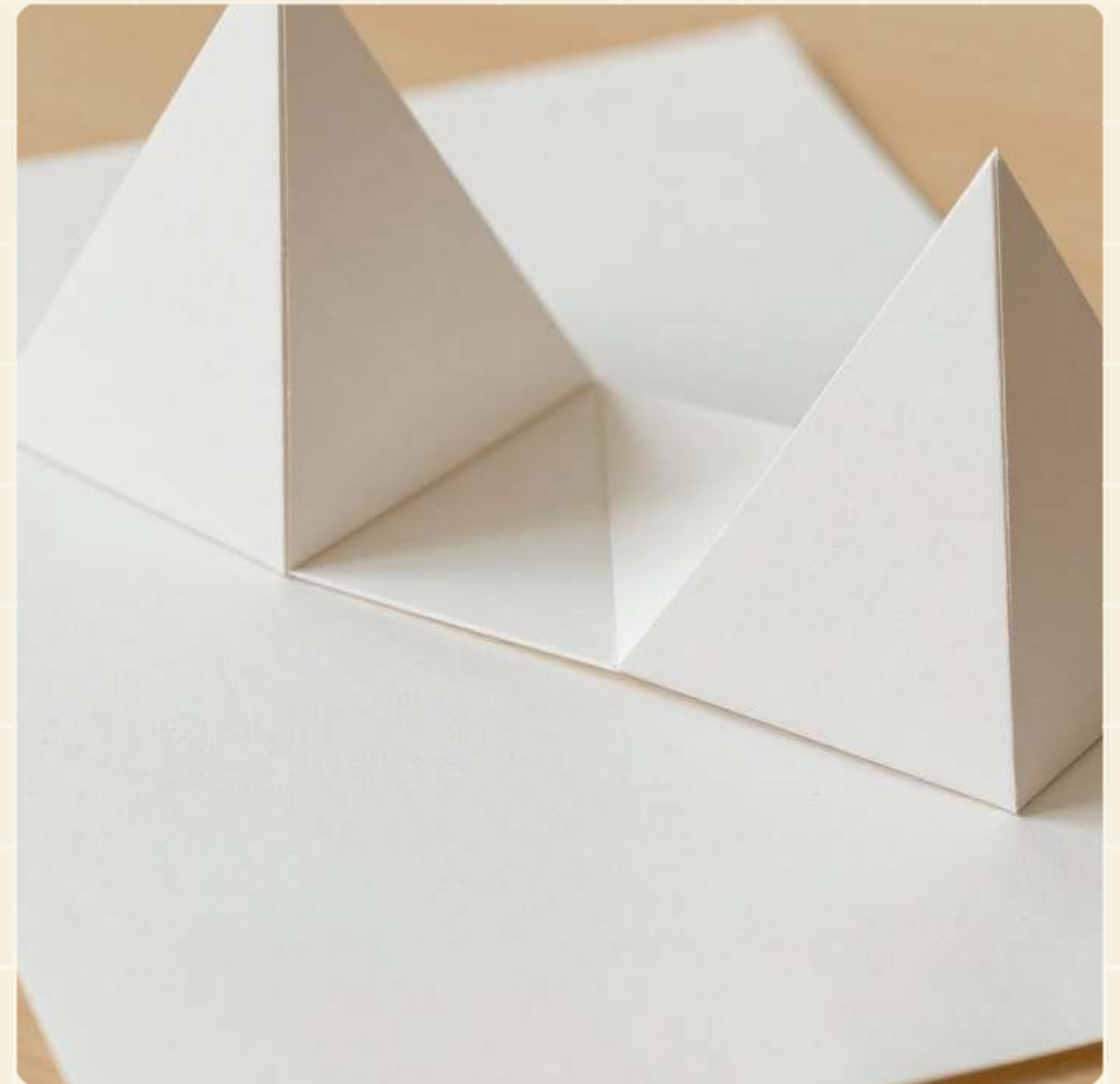




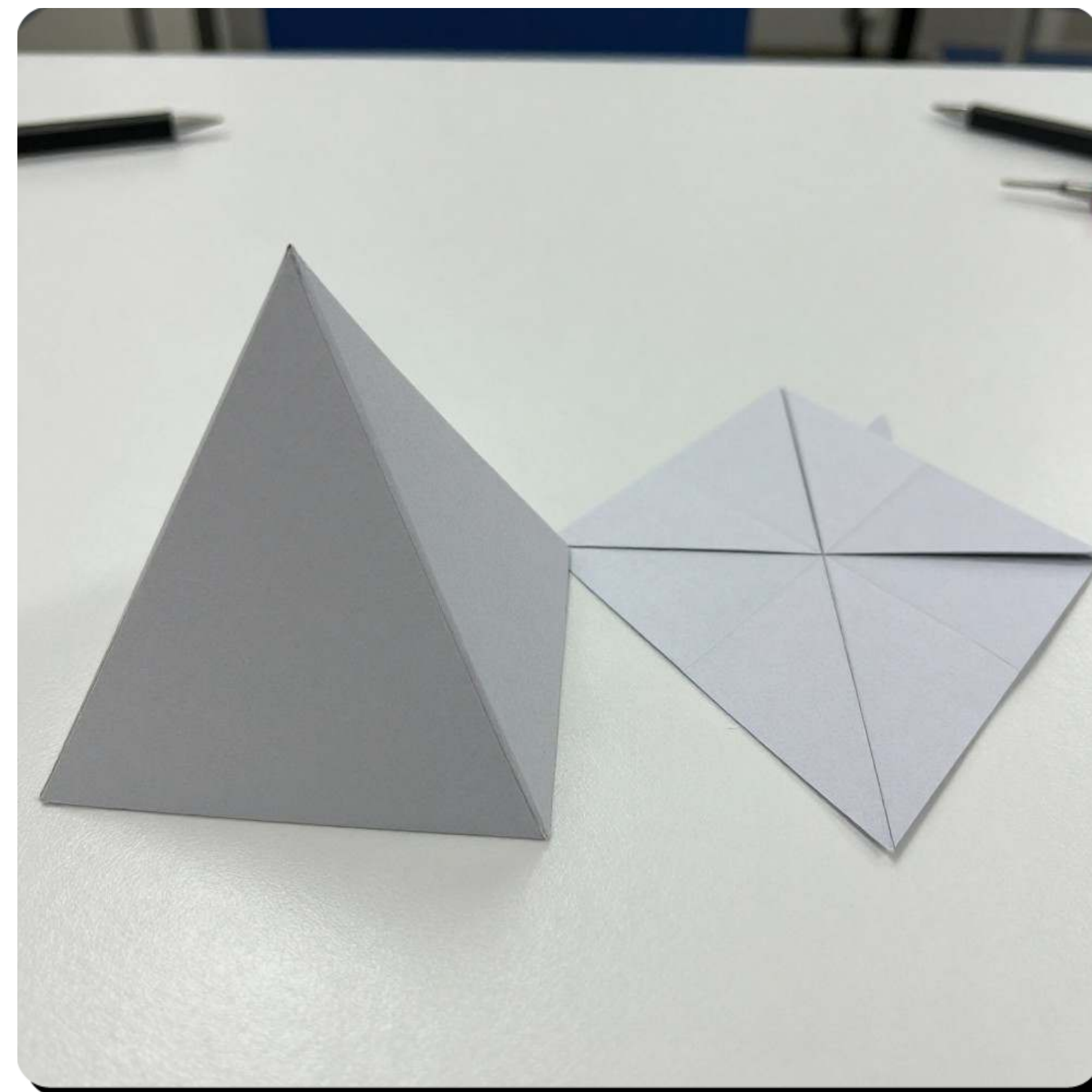
Развёртки поверхностей пирамид: геометрия в плоском виде

Пирамида в листе бумаги: как плоскость превращается в объёмную модель.



Пирамида и её развёртка

Пирамида — многогранник, у которого можно «разложить» поверхность на плоскость. Развёртка помогает увидеть грани, проверить размеры и понять, как из чертежа получается пространственная фигура.



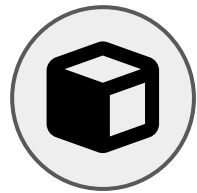
Это самый простой пример, на котором видно, как плоская схема собирается в объёмную фигуру.

4

грани у треугольной пирамиды
можно полностью разложить
на плоскости.

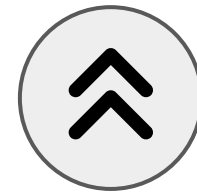
Геометрия, 7 класс: развёртка треугольной
пирамиды

Строение пирамиды



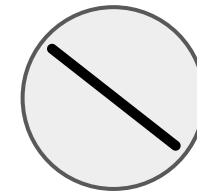
Основание

Это многоугольник, который лежит внизу пирамиды. Именно его форма определяет, сколько боковых граней будет у фигуры и как они расположатся в развёртке.



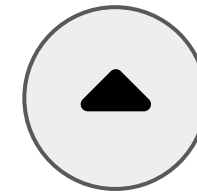
Вершина

Единственная вершина пирамиды находится над основанием. К ней сходятся все боковые рёбра, а в развёртке она «собирается» из верхних углов треугольников.



Рёбра

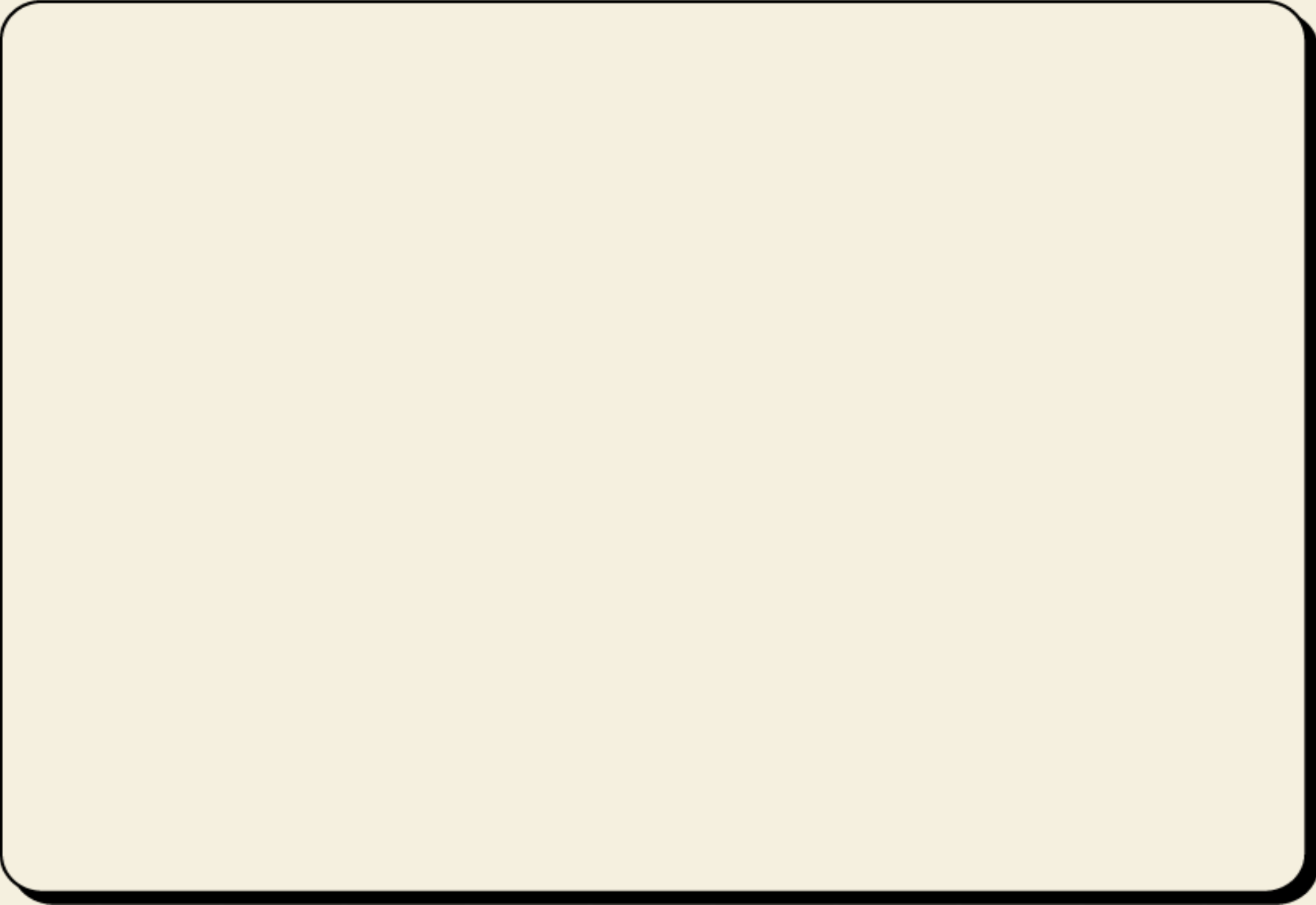
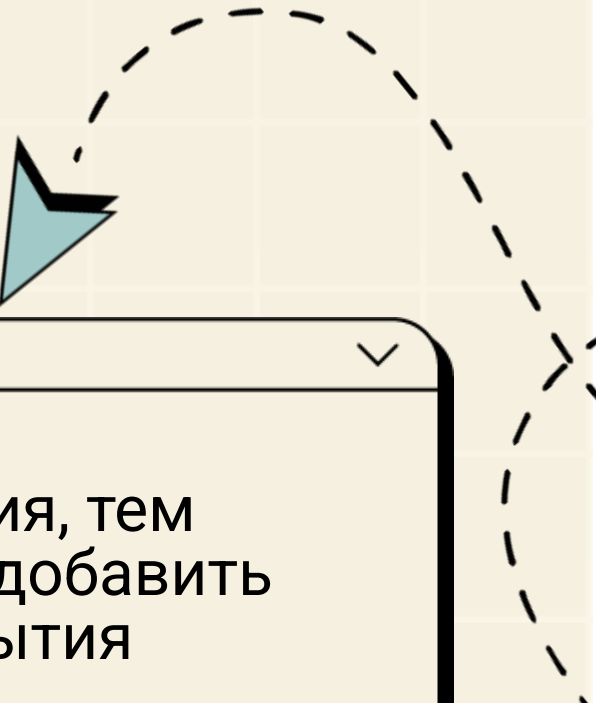
Рёбра соединяют грани между собой и задают форму модели. В развёртке они превращаются в линии сгиба, по которым бумагу складывают без перекосов.



Боковые грани

Все боковые грани пирамиды имеют форму треугольников. Их количество всегда совпадает с числом сторон основания, поэтому это удобно проверять по чертежу.

Связь числа сторон основания и числа боковых граней

- 
- 
- Чем больше сторон у основания, тем больше треугольников нужно добавить в развёртку для полного покрытия поверхности.
 - Зависимость линейная: каждая новая сторона основания добавляет одну боковую грань.

Обобщение свойств пирамиды по школьному курсу геометрии



Одно основание

В развёртке обязательно есть треугольник, который соответствует основанию пирамиды. Он задаёт форму нижней части модели и помогает правильно расположить остальные элементы.



Три боковые грани

К сторонам основания присоединяются три треугольника. При складывании они сходятся к общей вершине, поэтому важно, чтобы их размеры были согласованы.



Ровно четыре грани

Такая развёртка содержит столько же частей, сколько и сама пирамида: одно основание и три боковые грани. Это делает модель наглядной и удобной для проверки.



Проверка сгибов

Линии между частями показывают, где бумагу нужно сгибать. Если сгибы проведены точно, модель собирается без зазоров и сохраняет форму пирамиды.



Развёртка треугольной пирамиды

Развёртка правильной четырёхугольной пирамиды

01

Сначала квадрат

Основание такой пирамиды — квадрат, поэтому его удобно размещать в центре развёртки. От его сторон затем строят все четыре боковых треугольника.

03

Равные рёбра

Для правильной пирамиды характерны одинаковые боковые рёбра. Благодаря этому развёртка получается симметричной, а её части легче сопоставить друг с другом.

02

Одинаковые треугольники

Каждая боковая грань имеет форму равнобедренного треугольника. Если пирамида правильная, все эти треугольники равны между собой, что упрощает построение.

04

Сборка модели

После вырезания и сгибания квадрат остаётся основанием, а треугольники поднимаются вверх и образуют единую вершину. Так плоская фигура превращается в объёмную.

Элементы пирамиды и их изображение в развёртке

- Каждый элемент объёмной пирамиды можно увидеть на плоскости и затем снова собрать в целую модель.
- Развёртка переводит все элементы пирамиды на плоскость без потери их взаимного расположения.

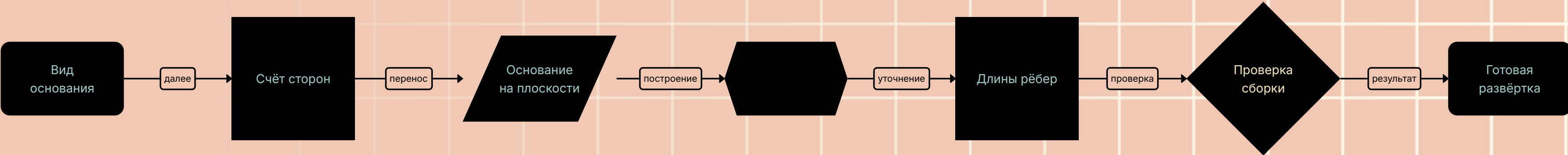
Элемент	В развёртке	Пример
Основание	Многоугольник	Квадрат
Боковая грань	Треугольник	Равнобедренный
Ребро	Линия сгиба	Сторона треугольника
Вершина	Общий угол граней	Точка соединения



Последовательность построения развёртки пирамиды



Этапы построения по правилам школьной геометрии



Какие измерения нужны для точной развёртки

Стороны основания

Их длины определяют размер нижней части развёртки. Если хотя бы одна сторона измерена неточно, основание получится искажённым, а вся модель соберётся с ошибкой.

Боковые рёбра

Эти отрезки задают размеры боковых треугольников. Для правильной пирамиды особенно важно, чтобы одинаковые рёбра совпадали, иначе треугольники не сложатся в общую вершину.

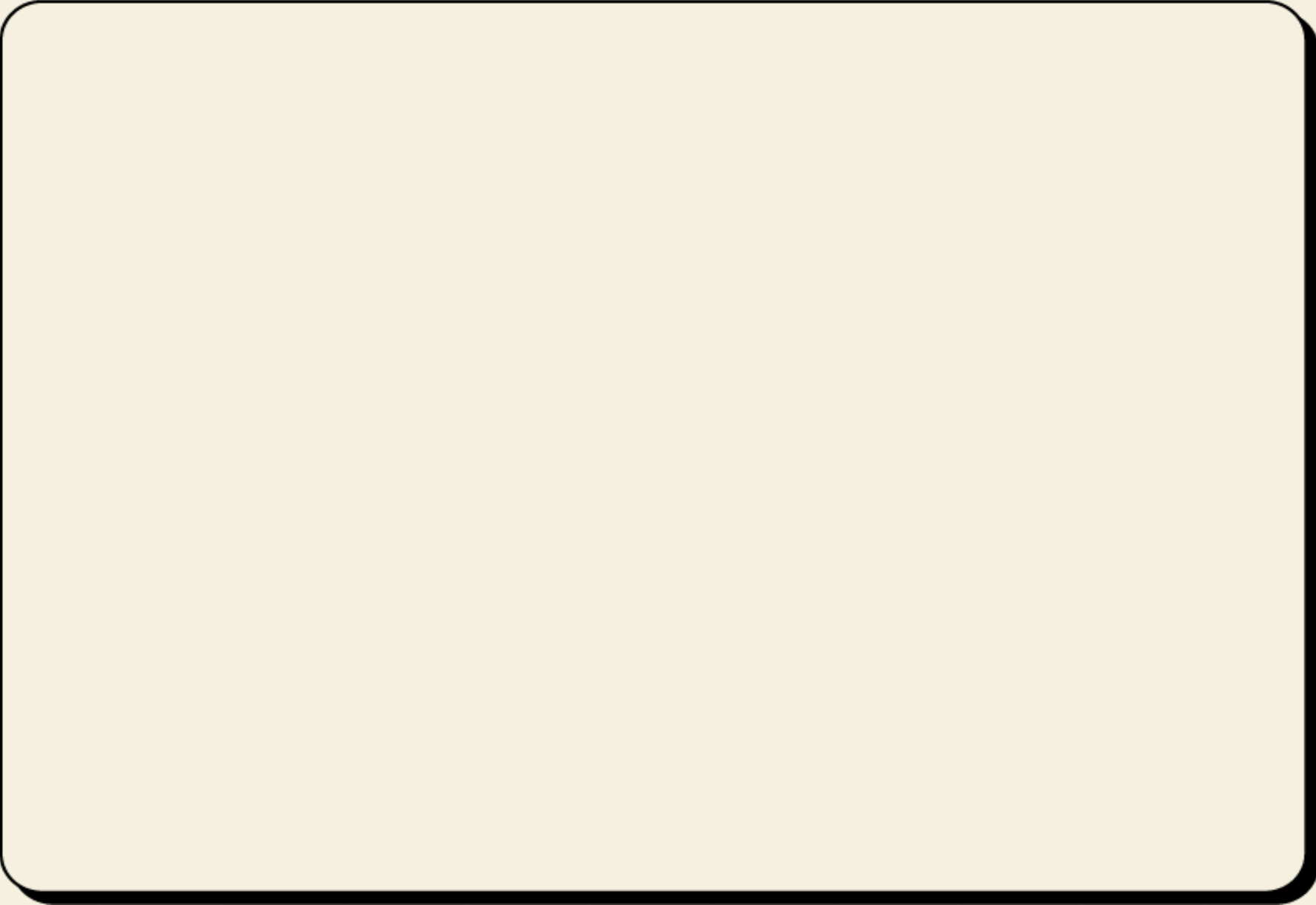
Высота боковой грани

Когда она известна, легче вычислить площадь треугольников и построить их без лишних погрешностей. Это помогает сделать развёртку аккуратной и пропорциональной.

Запас на склейку

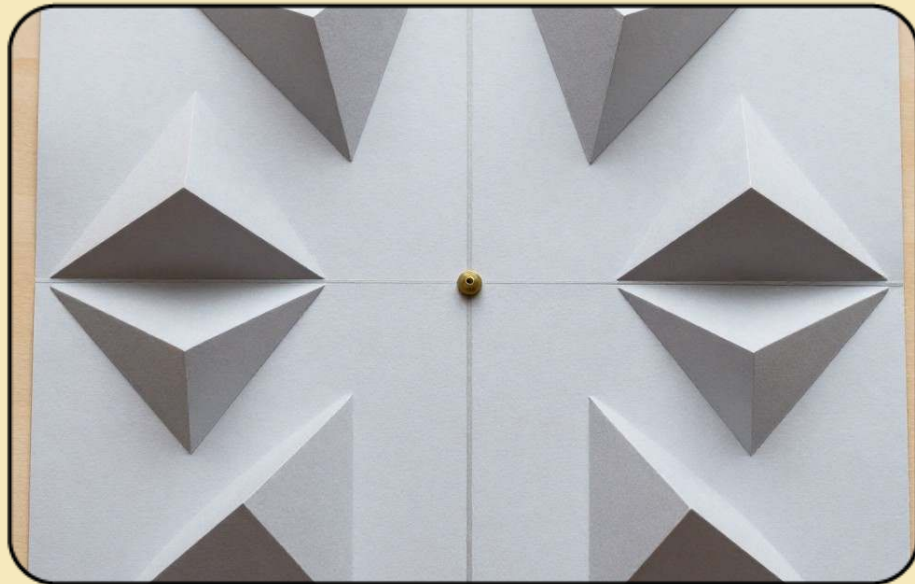
Если модель делают из картона или плотной бумаги, нужен небольшой припуск для соединения деталей. Без него части могут разойтись при сборке или держаться непрочно.

Сравнение развёрток разных пирамид

- 
- 
- Чем больше боковых граней и чем меньше симметрия, тем сложнее аккуратно построить развёртку без ошибок в размерах и сгибах.
 - Правильные пирамиды дают более удобные развёртки; у наклонных форм построение сложнее из-за различия боковых треугольников.

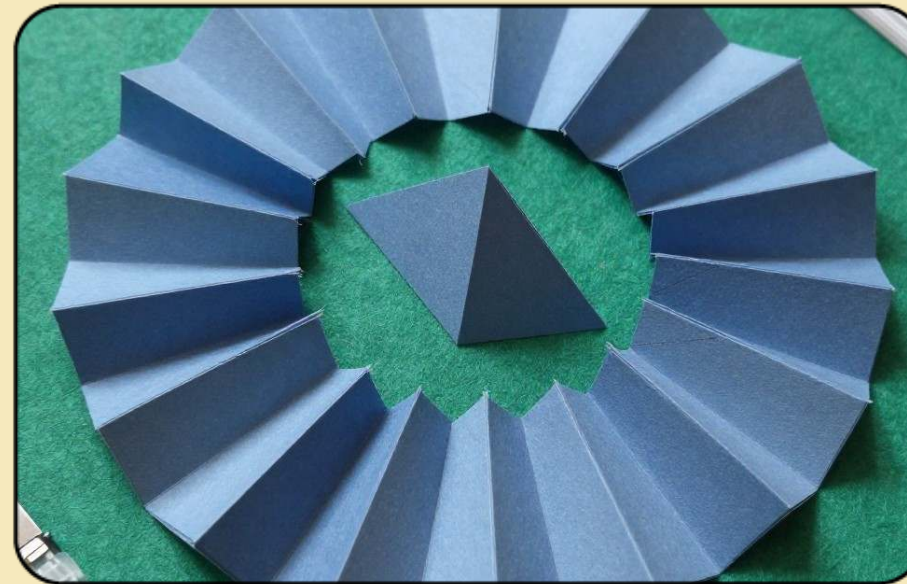
Учебное обобщение по свойствам пирамид и их развёрток, 7 класс.

Развёртка и симметрия



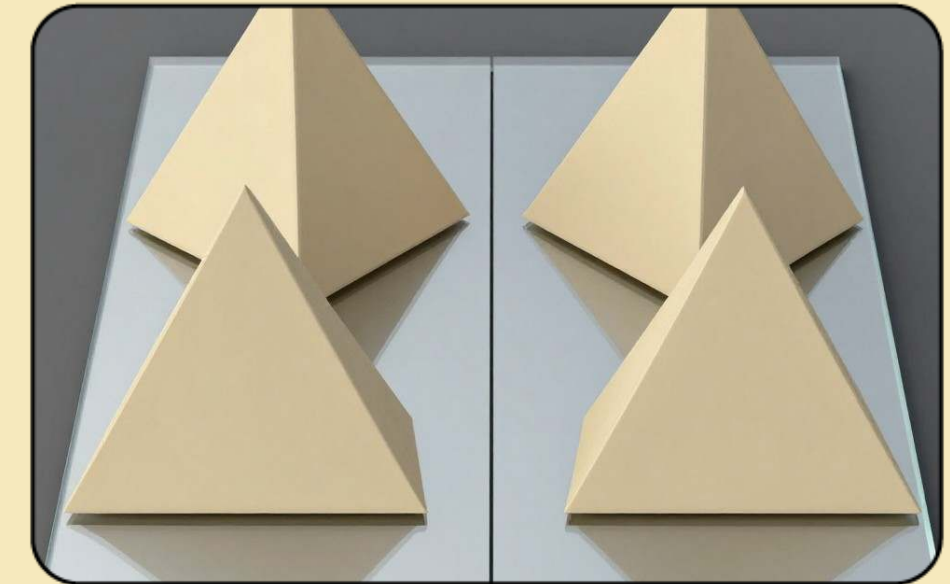
Ось, которая собирает фигуру

У правильной пирамиды развёртка часто выглядит уравновешенной: равные треугольники располагаются по обе стороны от центральной линии. Такая ось помогает сразу заметить, где находятся одинаковые стороны и одинаковые углы, а значит, легче проверить точность построения.



Когда повторяются боковые грани

Если все боковые рёбра равны, то и боковые треугольники оказываются одинаковыми. В развёртке это видно особенно хорошо: одинаковые элементы можно расположить как лепестки вокруг основания. Именно поэтому правильную пирамиду проще нарисовать и вырезать без перекоса.



Симметрия как подсказка

Симметричная развёртка показывает, что части поверхности соответствуют друг другу не случайно, а по строгому правилу. Для ученика это удобная проверка: если одна сторона отличается по длине или наклону, значит, в чертеже допущена ошибка.

Площадь поверхности пирамиды через развёртку

01

Сначала основание

Нужно найти площадь основания отдельно, потому что оно остаётся целым многоугольником. Эта часть задаёт нижнюю границу поверхности и всегда входит в общий результат без изменений формы.

02

Потом боковые грани

Каждый боковой треугольник рассматривают как отдельную фигуру и вычисляют его площадь. Развёртка удобна тем, что все боковые грани лежат на плоскости и не перекрывают друг друга.

03

Складываем площади

После вычислений площади основания и всех треугольников просто складывают. Так получают площадь всей поверхности пирамиды, не переходя сразу к сложным пространственным рассуждениям.

04

Проверяем ответ

Если развёртка построена верно, её полная площадь совпадает с площадью поверхности пирамиды. Это помогает контролировать вычисления и замечать ошибку ещё до завершения задачи.

Пример вычисления площади поверхности по развёртке



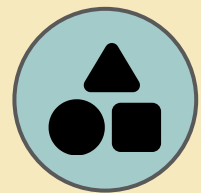
Величина	Значение
Площадь основания	16 см ²
Боковые грани	4 × 6 см ²
Площадь поверхности	40 см ²

- Все данные уже разложены по граням, поэтому площадь поверхности получается простым сложением площадей частей.

- Сумма площадей всех граней даёт площадь поверхности; развёртка позволяет увидеть это напрямую и избежать лишних преобразований.

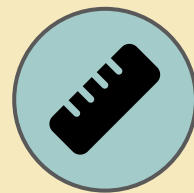
Учебный пример для иллюстрации расчёта по развёртке.

Типичные ошибки при построении развёрток



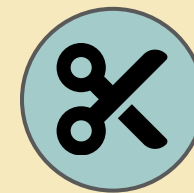
Неверное число граней

Иногда забывают одну боковую грань или ошибочно рисуют лишнюю. Тогда развёртка перестает соответствовать пирамиде, а при складывании модель не замыкается.



Ошибки в размерах

Если длины сторон основания или боковых рёбер взяты неточно, треугольники не совпадут при сборке. Даже небольшое расхождение заметно меняет форму всей модели.



Неточные сгибы и вырезание

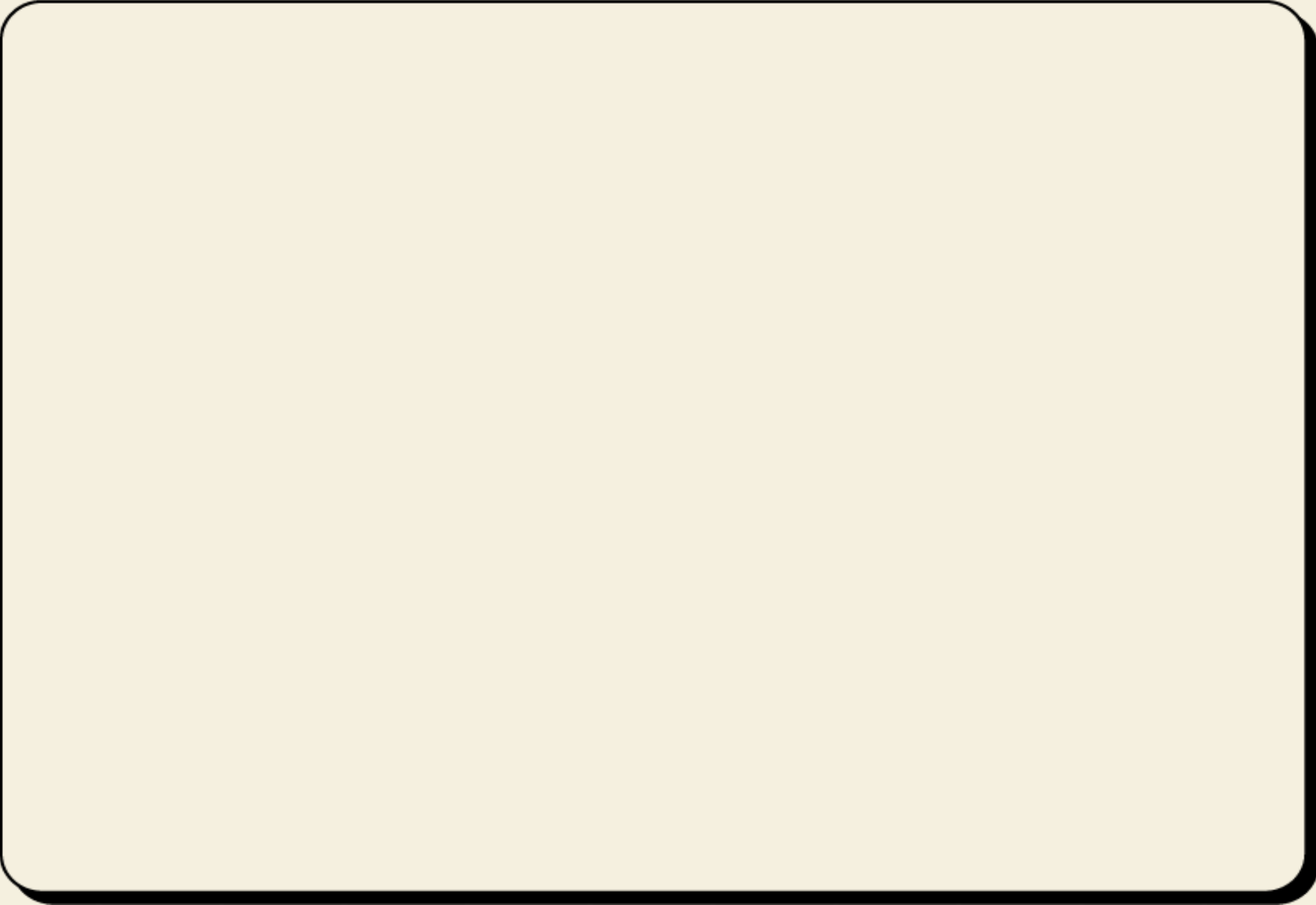
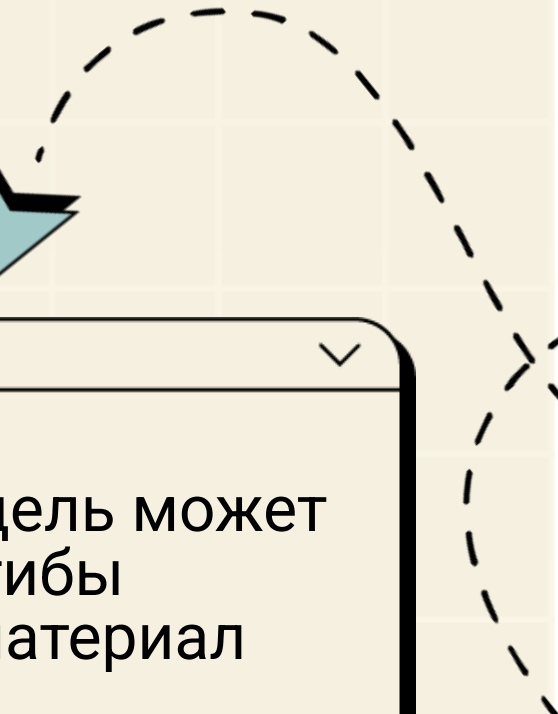
Неровные линии сгиба и грубое вырезание делают модель перекошенной. Из-за этого рёбра выглядят сломанными, а поверхность собирается с зазорами или заломами.



Нет запаса для склейки

При работе с картоном важно оставить маленькие клапаны для склеивания. Без них детали трудно соединить, и готовая пирамида может потерять прочность и форму.

Что влияет на качество бумажной модели

- 
- 
- 
- Даже при верных размерах модель может выглядеть неаккуратно, если сгибы выполнены не по линиям или материал слишком мягкий.
 - Главное — точность размеров и сгибов: именно они определяют, совпадут ли грани и сохранит ли модель форму.

Учебное обобщение по моделированию развёрток, 7 класс.



Учебные макеты

На уроках развёртки помогают собирать наглядные модели, по которым удобно рассматривать вершину, рёбра и основание. Такая работа делает геометрию более понятной и предметной.



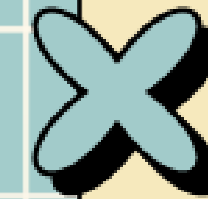
Упаковка и коробки

Похожие заготовки используют при создании коробок необычной формы и подарочной упаковки. Плоский шаблон позволяет заранее рассчитать, как будет выглядеть готовое изделие после сборки.



Бумажное моделирование

В бумажном моделировании развёртки нужны для создания объёмных фигур из картона или плотной бумаги. По ним можно быстро изготовить аккуратную модель без сложного оборудования.



Декор и дизайн

Пирамидальные формы встречаются в декоративных объектах и дизайнерских изделиях. Здесь развёртка помогает точно спроектировать внешний вид предмета и сохранить его геометрическую чёткость.

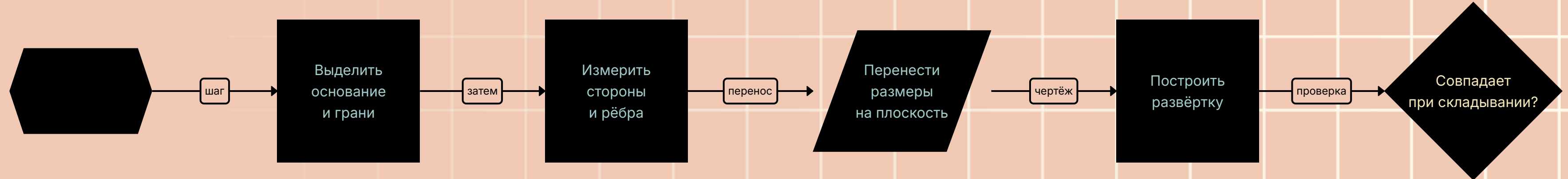


Где применяются развёртки пирамид

От пирамиды к развёртке



Последовательность показывает, как объёмная фигура превращается в точный плоский шаблон.



Главные свойства развёрток пирамид

01

Все грани на месте

В развёртке должны быть показаны все грани пирамиды без пропусков и лишних деталей. Только тогда плоская фигура действительно соответствует объёмному телу и помогает его восстановить.

03

Боковые грани — треугольники

Каждая боковая грань пирамиды в развёртке изображается треугольником. Их количество всегда совпадает с числом сторон основания, поэтому это удобный признак для проверки.

02

Основание сохраняет форму

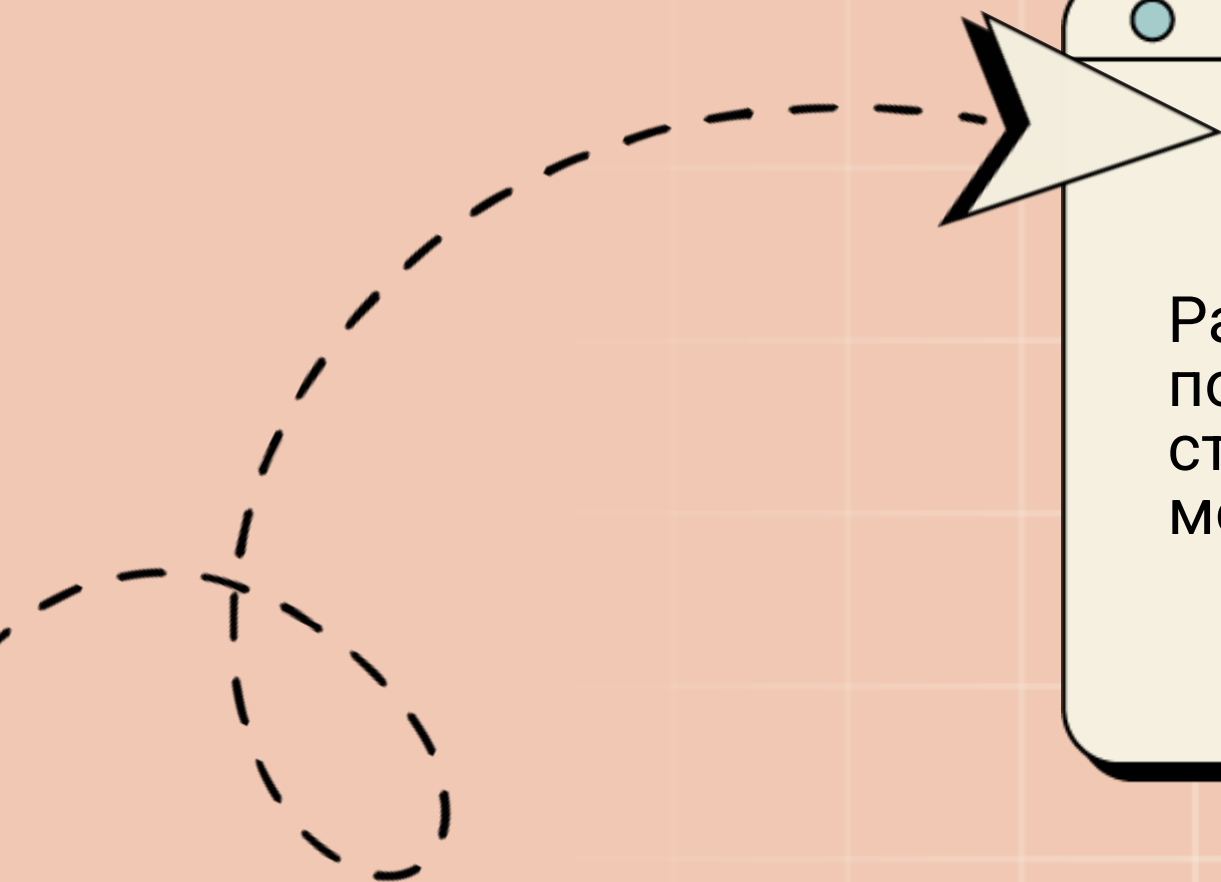
Основание в развёртке остаётся тем же многоугольником, каким оно было у пирамиды. Если основание квадратное, треугольное или пятиугольное, его форма не меняется.

04

Можно собрать модель

При правильных размерах и линиях сгиба развёртка складывается обратно в пирамиду. Это значит, что по ней можно не только изучать фигуру, но и проверять её параметры.

Итоги: зачем нужны развёртки поверхностей пирамид



Развёртка делает пирамиду понятной на плоскости: показывает грани, помогает считать площадь, строить модели и проверять размеры. Это важный мост между чертежом и пространственной фигурой.