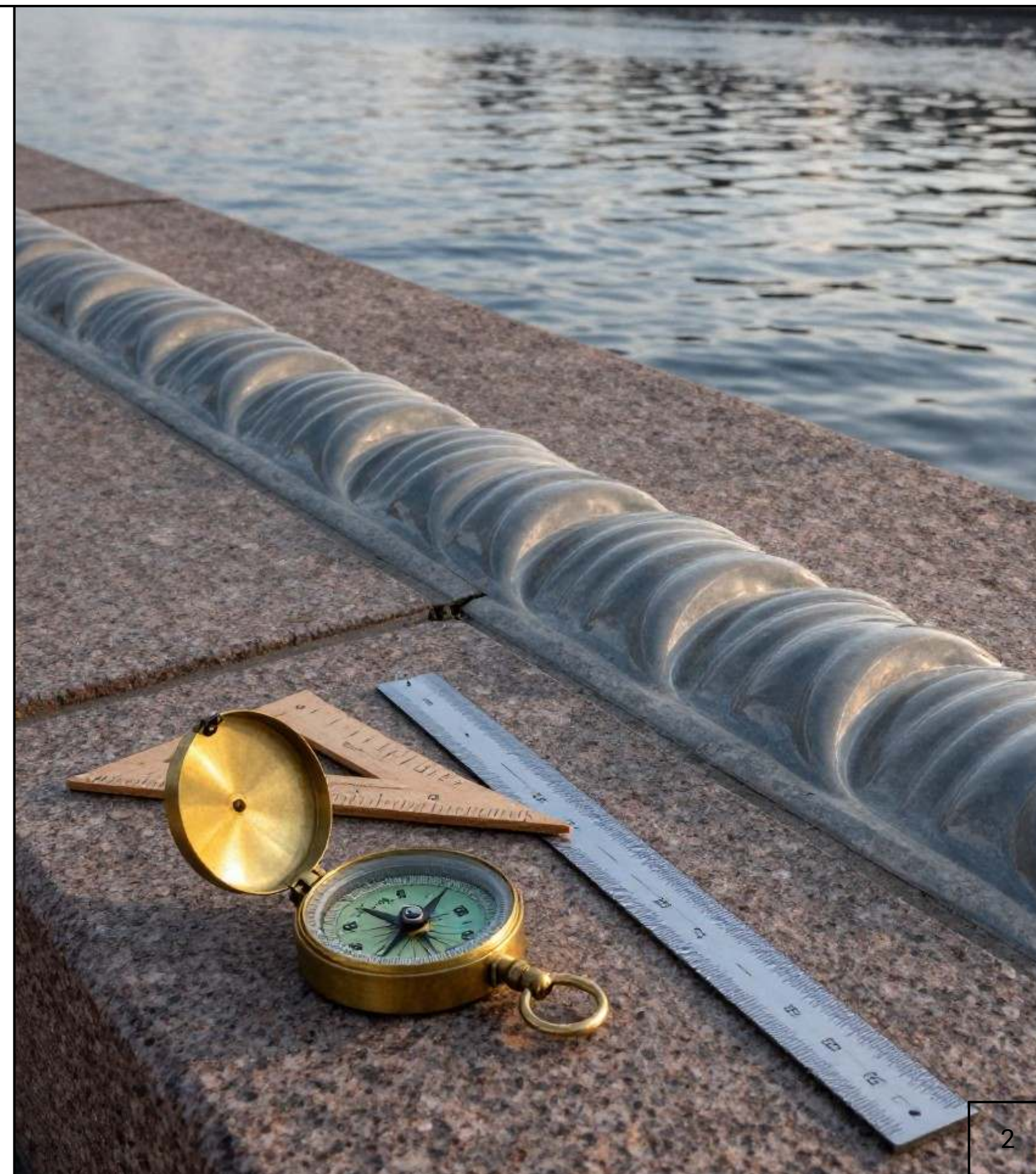


Функция $y = \sin x$: свойства и график

Узнаем, как синус связывается с единичной окружностью и как «рождается» синусоида.

Синус связывает геометрию, алгебру и графики

$y = \sin x$ рассматривается и как геометрическая величина на окружности, и как функция. Мы будем опираться на радианы, единичную окружность и стандартные углы $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$, $\pi/2$ и π , чтобы определять знак $\sin x$ по четвертям.



Определение функции синуса

1 Возьмём число x и повернём радиус единичной окружности на угол x от положительного направления оси Ox . Значение $\sin x$ — это ордината (y -координата) полученной точки.

2 Если рассматривать прямоугольный треугольник, образованный этим поворотом, то $\sin \alpha$ выражается как отношение противолежащего катета к гипотенузе. Это помогает понять смысл числа под знаком синуса.

3 Чтобы формулы были единообразными и график строился корректно, угол x задают в радианной мере. Именно поэтому запись $y = \sin x$ напрямую связана с поворотом на заданный угол.

Единичная окружность и знак $\sin x$

Синус как у-координата

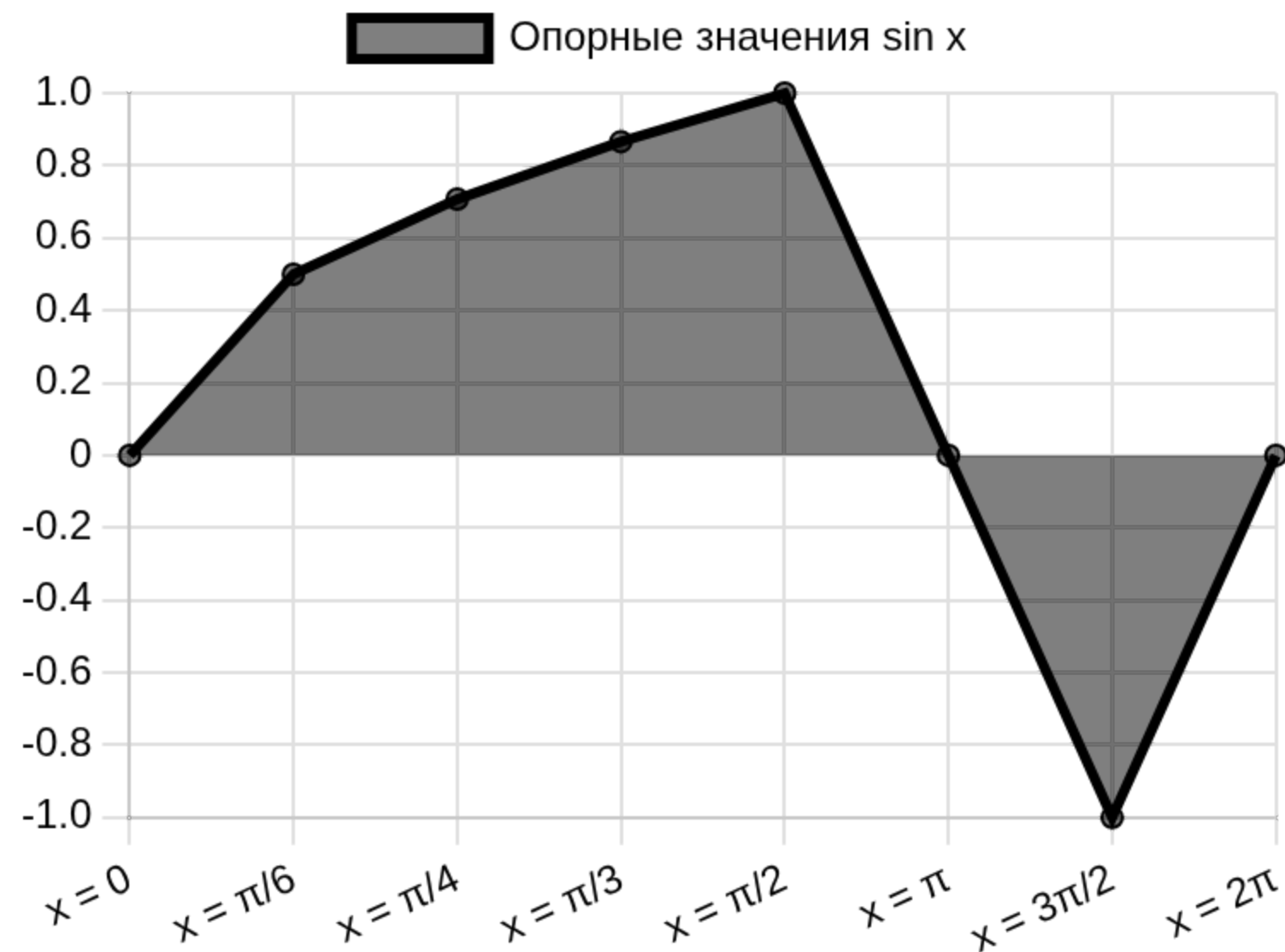
На единичной окружности $\sin x$ совпадает с у-координатой точки, полученной поворотом на угол x . Поэтому построение графика сводится к «снятию» высот точек с окружности на ось y .

Знак и нули на осях Ox

Знак $\sin x$ определяется четвертью: в I и II четвертях он положительный, в III и IV — отрицательный. На оси Ox синус равен нулю при $x = 0, \pi, 2\pi$ и других кратных π : соответствующие точки лежат на самой оси.



Значения $\sin x$ на опорных углах



По этим точкам легко увидеть симметрию синуса и его повторяемость: после π значения снова «возвращаются» к нулю.

Графическое сравнение опорных значений показывает: высота всегда между -1 и 1 , а характерная форма волны повторяется с периодом 2π .

Учебные значения для стандартных углов ($\pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$).

Основные свойства функции $y = \sin x$

Параметр	Значение	Комментарий
Область определения		все действительные числа
Область значений	$[-1; 1]$	ограничена по высоте
Период	2π	повторяется через один оборот
Чётность	нечётная	$\sin(-x) = -\sin x$
Нули	$x = \pi k$	k — целое
Максимум	$x = \pi/2 + 2\pi k$	значение 1
Минимум	$x = 3\pi/2 + 2\pi k$	значение -1

Ключевые свойства синуса определяют, как быстро меняется график и где он пересекает оси, достигая максимумов и минимумов.

Таблица объясняет, почему график синуса бесконечно повторяется и всегда остаётся в коридоре от -1 до 1 .

Нечётность и симметрия графика

1 Функция $y = \sin x$ является нечётной: $\sin(-x) = -\sin x$. Это означает, что значение при отрицательном аргументе меняет знак.

2 График синуса обладает центральной симметрией относительно начала координат: если точка $(x, \sin x)$ лежит на графике, то точка $(-x, -\sin x)$ тоже лежит на нём.

3 Практический смысл симметрии — экономия усилий при построении и проверке. Достаточно построить правую часть и затем зеркально продолжить её с заменой знаков значений.

2π

ВНОВЬ повторяет все значения функции, как после одного полного оборота.

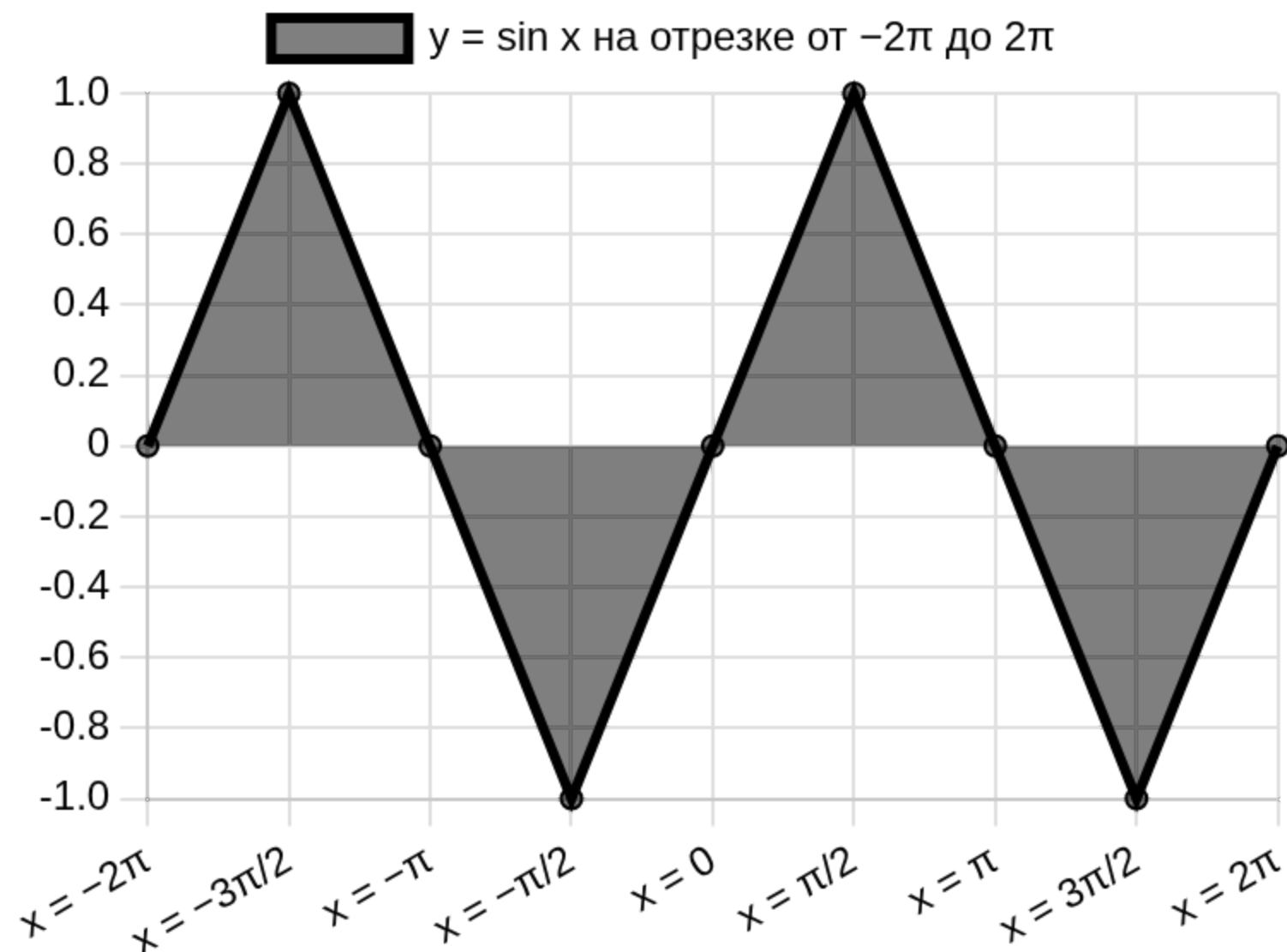
Свойство $\sin(x + 2\pi) = \sin x$.

Функция возвращается к прежним ординатам через 2π . Поэтому график можно мысленно «прокручивать» по длине одного периода.

Построение графика $y = \sin x$

Схема опирается на опорные точки, соответствующие углам на единичной окружности.

График $y = \sin x$ на нескольких периодах



На этом фрагменте удобно отслеживать пересечения с осью Ox , а также места, где функция достигает 1 и -1 .

За длину 2π форма повторяется без изменений, а амплитуда остаётся равной 1 — это видно по одинаковым максимумам и минимумам.

Опорные точки для значений $\sin x$ на углах, кратных $\pi/2$.

Нули функции и пересечения с осью Ox

1 Нули синуса возникают, когда ордината точки на единичной окружности равна нулю. Это происходит при поворотах на углы πk , где k — любое целое число, включая отрицательные.

2 На графике такие значения выглядят как точки пересечения с осью Ox : $(\dots, -2\pi, 0)$, $(-\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(\pi, 0)$, $(2\pi, 0)$ и далее. Между ними кривая меняет направление движения.

3 Эти нули удобно использовать как «границы» периода: каждый интервал между соседними $x = \pi k$ показывает, где функция положительна, а где отрицательна, помогая быстро считывать знак.

1

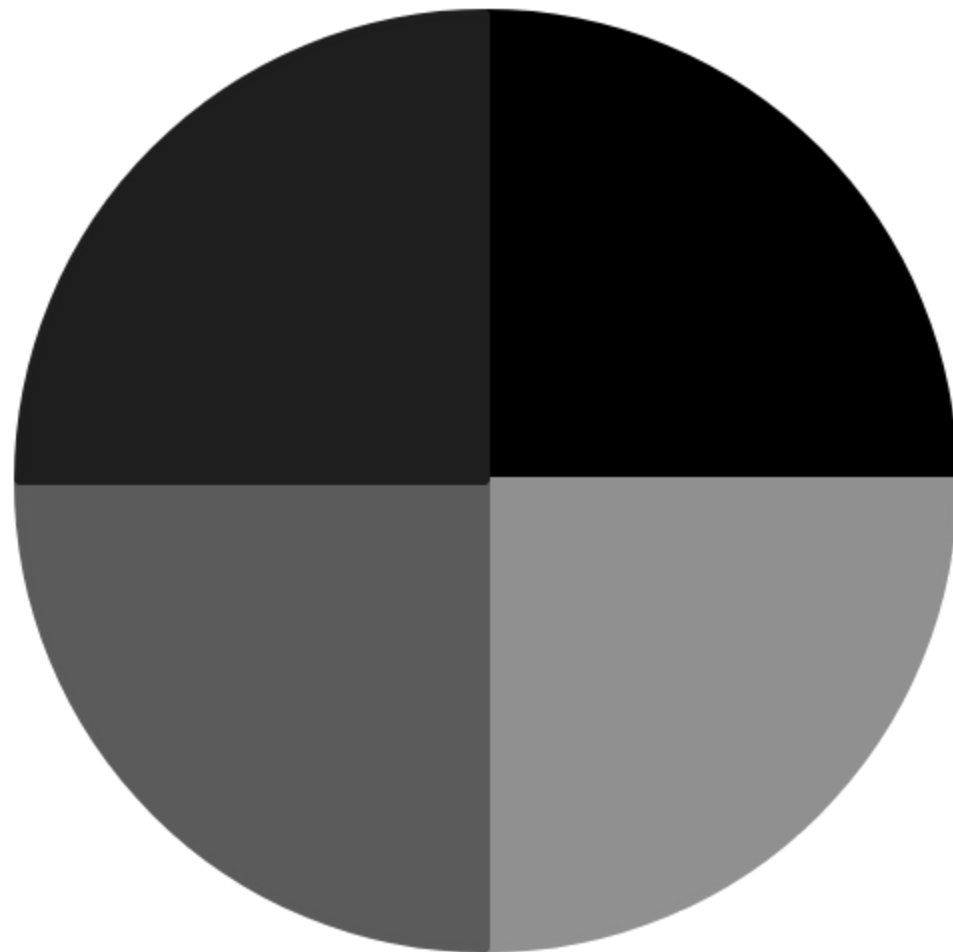
**Это максимум функции,
поэтому синус достигает
высоты 1 в точках вида $\pi/2 + 2\pi k$.**

Свойства функции $\sin x$ на единичной окружности (школьный курс математики), без внешних источников.

При $y = \sin x$ наибольшее значение равно 1, а наименьшее — -1 . График никогда не выходит за эти границы, потому что ордината точки на единичной окружности ограничена.

Знак $\sin x$ по четвертям

■ I четверть $(0; \pi/2)$ ■ II четверть $(\pi/2; \pi)$
■ III четверть $(\pi; 3\pi/2)$ ■ IV четверть $(3\pi/2; 2\pi)$



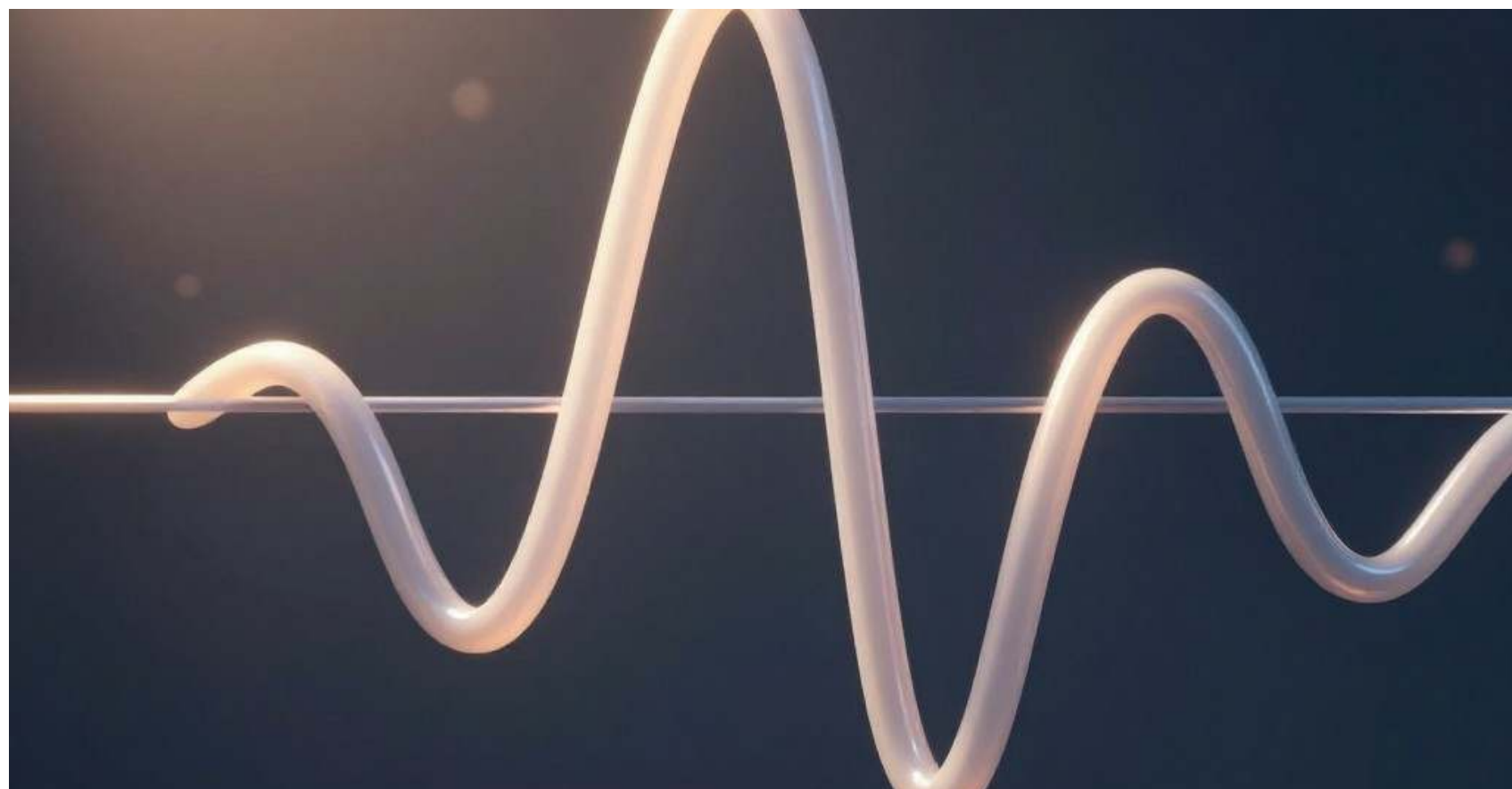
На каждом промежутке между осевыми значениями $\sin x$ сохраняет знак, так как точка на окружности остаётся в одной «полуплоскости» относительно горизонтальной оси.

Распределение по четвертям показывает чередование знака: две соседние четверти дают плюс, затем две — минус. На оси функция равно ноль.

Амплитуда и стандартная форма синусоиды

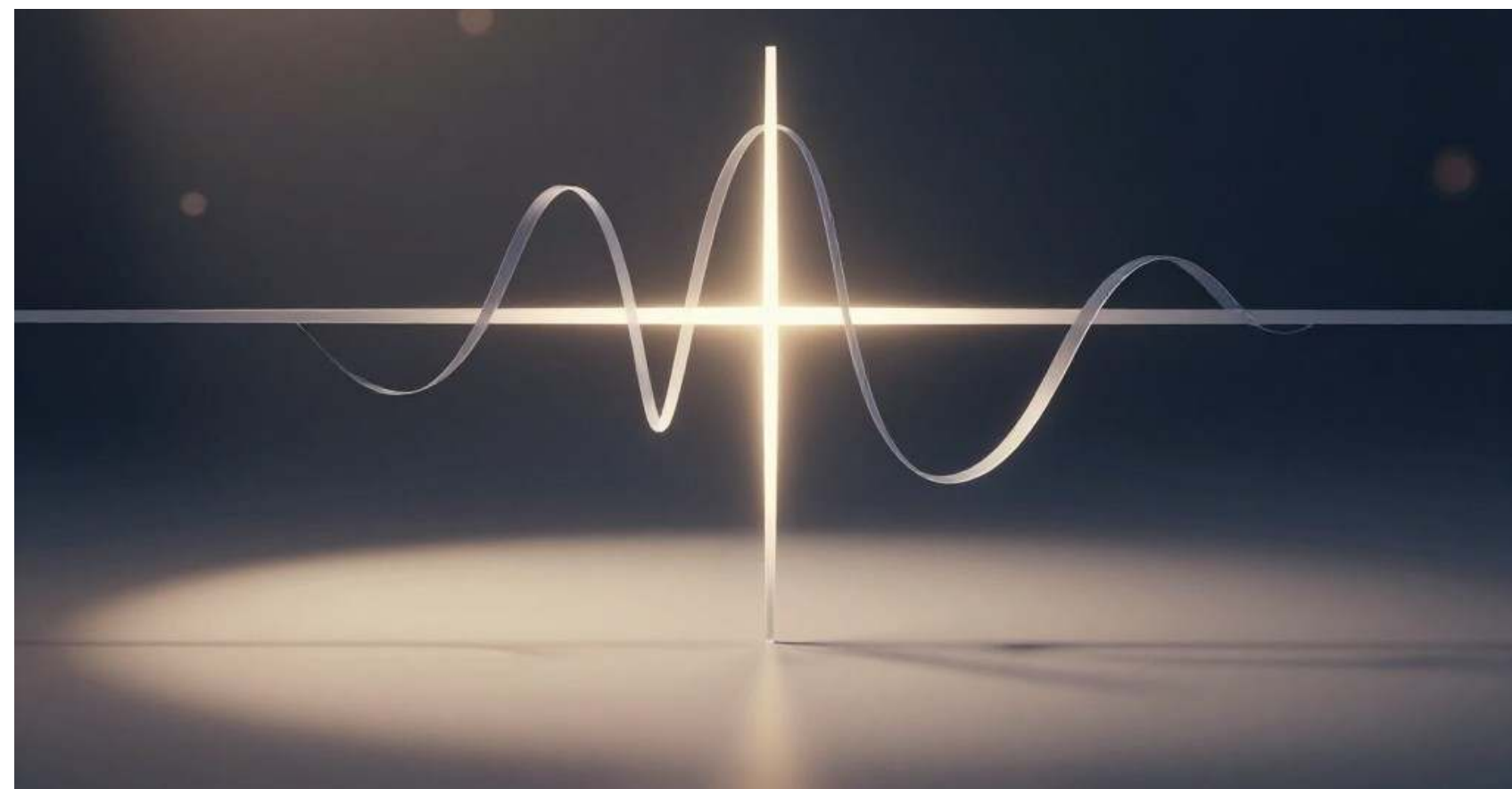
Вершина и впадина как «пределы дыхания»

Амплитуда для $y = \sin x$ равна 1: именно на это расстояние график поднимается выше нулевой линии. В одной точке он доходит до вершины 1, а затем опускается в нижнюю точку -1 . Так форма волны становится узнаваемой сразу.



Нули и центральная симметрия: график «поворачивается» сам к себе

Стандартная синусоида проходит через начало координат и в точках $x = \pi k$ пересекает ось Ox . При сдвиге по фазе вверх и вниз кривая сохраняет центральную симметрию относительно начала координат. Это удобно для контроля вычислений и построений.



Преобразования графика $y = A \sin(Bx + C) + D$

1 Множитель A влияет на высоту: он растягивает или сжимает график по вертикали. Амплитуда становится равной $|A|$, а знак A отражает форму относительно оси Ox .

2 Коэффициент B управляет периодом волны. Чем больше $|B|$, тем чаще повторы: период равен $2\pi/|B|$, и «расстояние между гребнями» уменьшается.

3 Сдвиг фазы задаёт C : выражение $(Bx + C)$ сдвигает график вдоль оси Ox . Практически это означает, что максимум или ноль появляется раньше или позже.

4 Наконец, D отвечает за вертикальное смещение. Если D положительно, график поднимается, а если отрицательно — опускается, сохраняя основную синусоидальную форму.

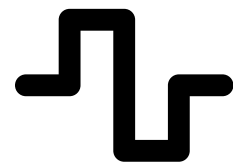
Сравнение функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$

Синус и косинус связаны одной и той же «волной», но различаются нулевыми значениями, чётностью/нечётностью и начальной фазой. Сравнение помогает быстрее интерпретировать графики и точки.

Обе функции имеют одинаковый период 2π , но отличаются фазой и симметрией: $\sin$ стартует с нуля и нечётности, $\cos$ стартует с единицы и чётности. Поэтому их графики взаимно переводятся сдвигом.

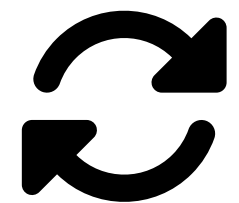
Параметр	$\sin x$	$\cos x$
Значение при $x=0$	0	1
Чётность	нечётная	чётная
Период	2π	2π
Сдвиг графика	—	из $\sin x$ сдвиг на $\pi/2$ влево

Значение синусоиды в математике и смежных темах



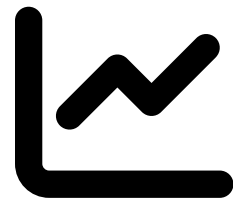
Модель колебаний

Синусоида описывает регулярные колебания: от механических вибраций до колебаний напряжения. График помогает понять, как меняются величины во времени с периодом и предельными значениями.



Связь с вращением

Единичная окружность переводит углы в координаты точки, поэтому синус тесно связан с вращательным движением. Изменение угла приводит к предсказуемому изменению высоты графика.



Точный способ чтения графиков

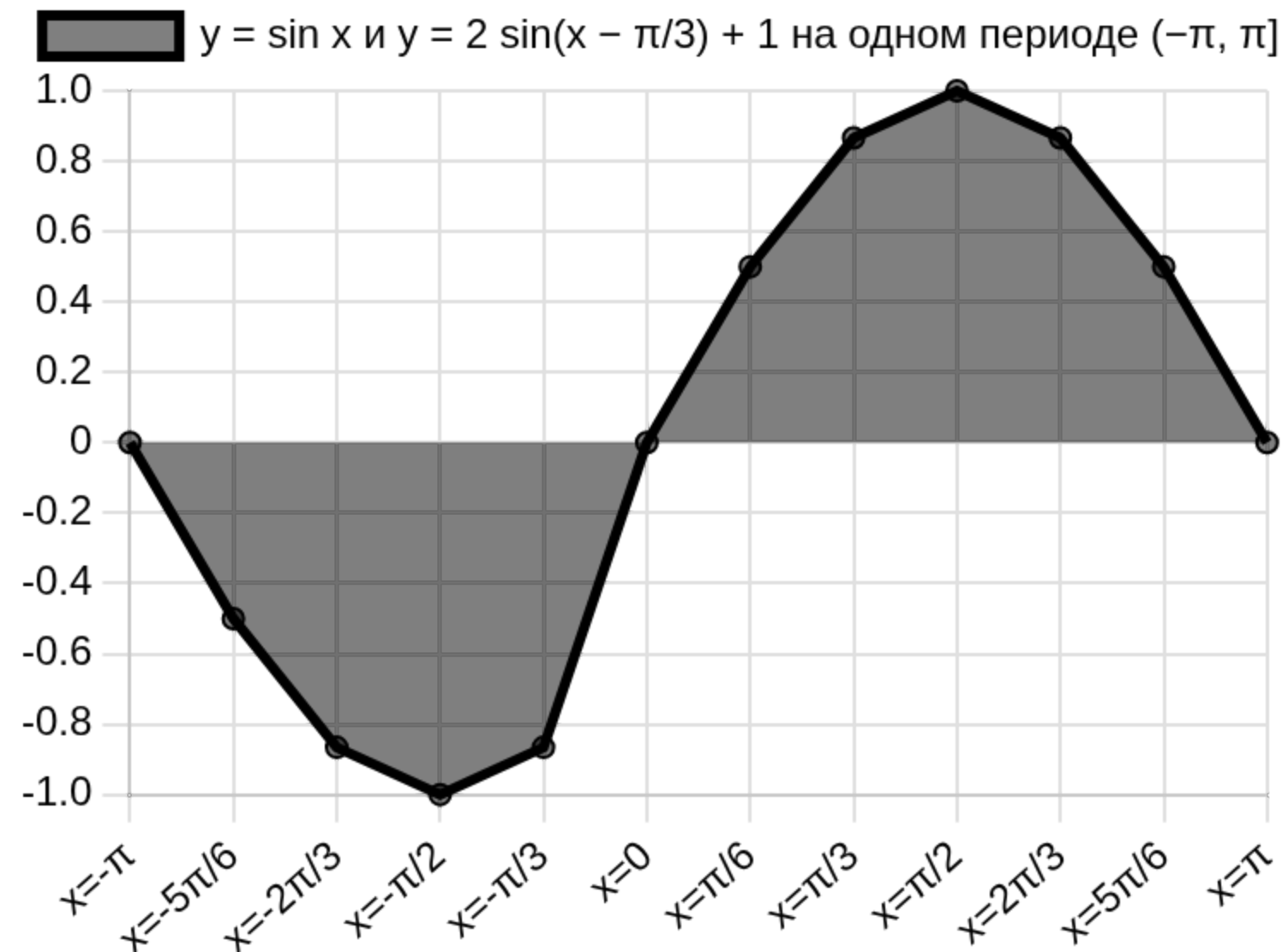
Умение видеть нули, максимумы и период по синусоиде ускоряет анализ других графиков. Особенно полезно, когда нужно решать уравнения или сравнивать функции по форме.



Порог к более сложным моделям

Синус выступает базой для дальнейших тем: преобразования функций, гармонический анализ и моделирование повторяющихся процессов. Понимание «стандарта» облегчает работу с изменёнными формулами.

Сравнение базовой и преобразованной синусоиды



В преобразованном графике меняются амплитуда и вертикальный уровень: $y = 2 \sin(x - \pi/3) + 1$ имеет амплитуду 2 и смещён вверх на 1. Положение гребней также сдвигается.

Сравнение подчёркивает роль коэффициентов: А задаёт масштаб, В — периодичность, С — сдвиг по оси Ох, D — уровень нулевой линии. Поэтому один «образец» можно адаптировать под реальные данные.

Расчёт точек по формулам $y = \sin x$ и $y = 2 \sin(x - \pi/3) + 1$ (2026-05).

Типичные ошибки при работе с функцией синуса

1 Часто смешивают градусы и радианы: углы $\pi/6$, $\pi/4$ и $\pi/3$ нельзя подставлять как 30, 45 и 60 без перевода. Это приводит к неверным значениям синуса и «ломает» построение.

2 Ещё одна ошибка — путать нули функции с точками экстремума. Нули соответствуют пересечениям с осью Ox ($\sin x = 0$), а максимумы и минимумы находятся там, где кривая достигает ± 1 .

3 При наличии коэффициента B в периоде допускают неверную формулу: период становится $2\pi/|B|$, а не просто 2π . Проверка по опорным точкам помогает увидеть, как «уплотняется» волна.

4 Наконец, бывает неверно определяют знак $\sin x$ по четвертям. Правильная ориентация по единичной окружности и контроль значений в стандартных углах быстро снижают количество таких ошибок.

Синус как универсальный ЯЗЫК ВОЛН

Функция $y = \sin x$ определяется ординатой точки на единичной окружности, имеет значения от -1 до 1 , период 2π и нечётность. Нули $x = \pi k$, максимум 1 и минимум -1 . Тема связывает геометрию, радианы и дальнейшие преобразования функций.