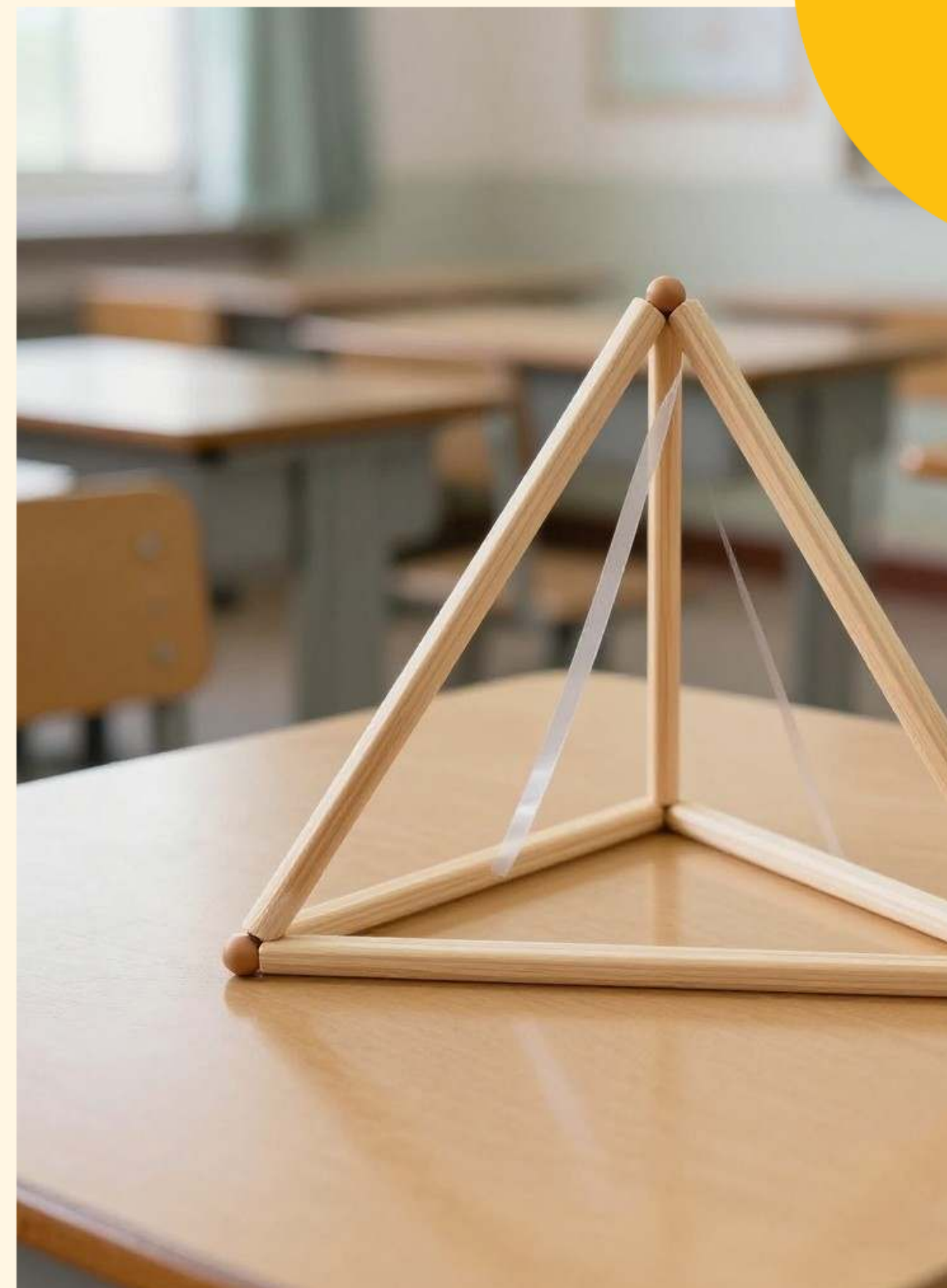


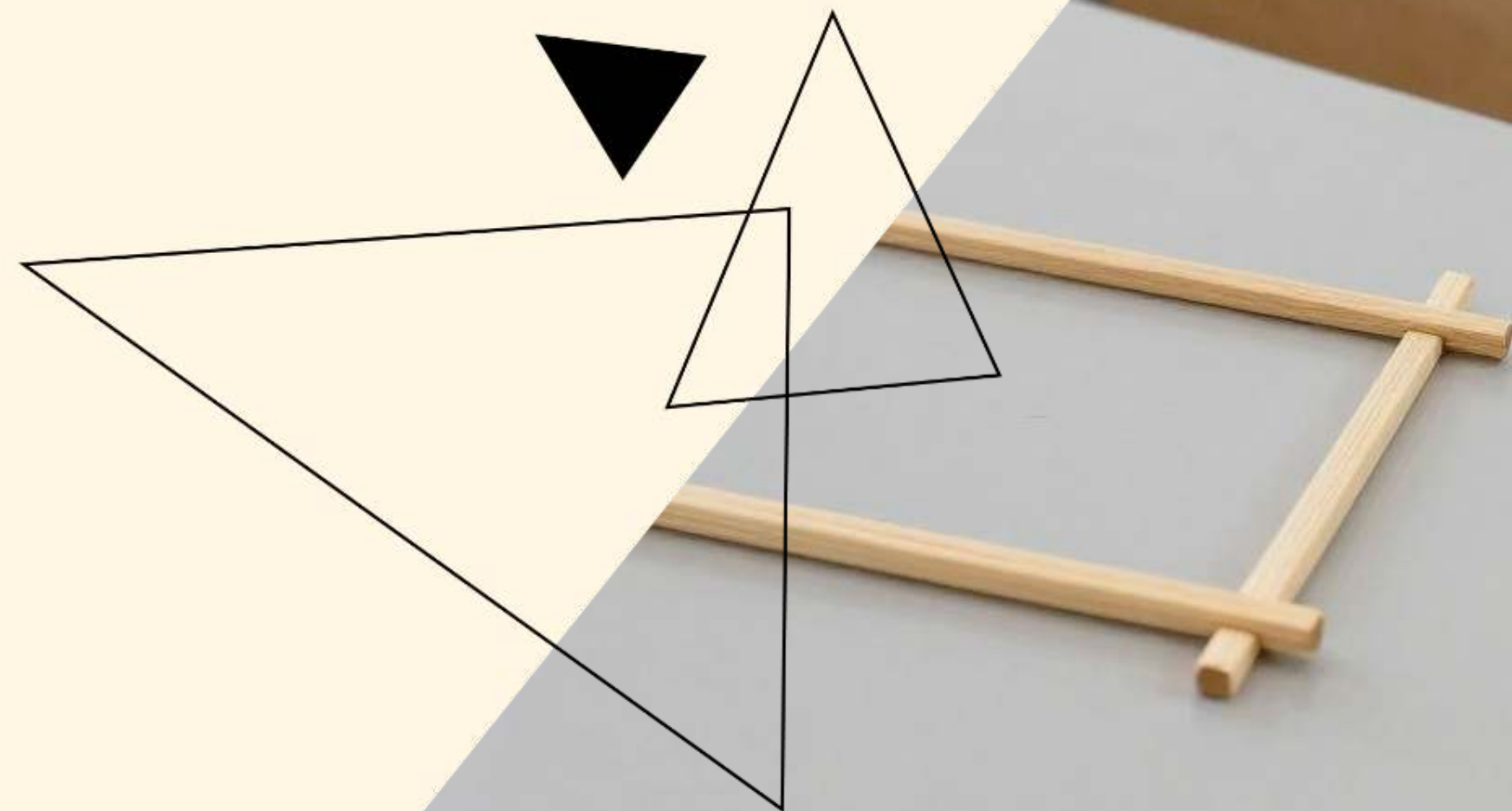
Признаки параллелограмма: как распознать фигуру в геометрии

Параллелограмм легко узнать по трём признакам:
стороны, параллельность и диагонали.



Что уже известно о параллелограмме

У параллелограмма противоположные стороны равны и параллельны, углы попарно равны, а диагонали пересекаются и делятся пополам. Эти свойства затем превращаются в удобные признаки для доказательства в задачах.



Признак 1: обе пары противоположных сторон равны

Рассмотрим четырёхугольник $ABCD$. Если противоположные стороны попарно равны, то есть $AB = CD$ и $BC = AD$, то по этому условию можно доказать, что фигура — параллелограмм.

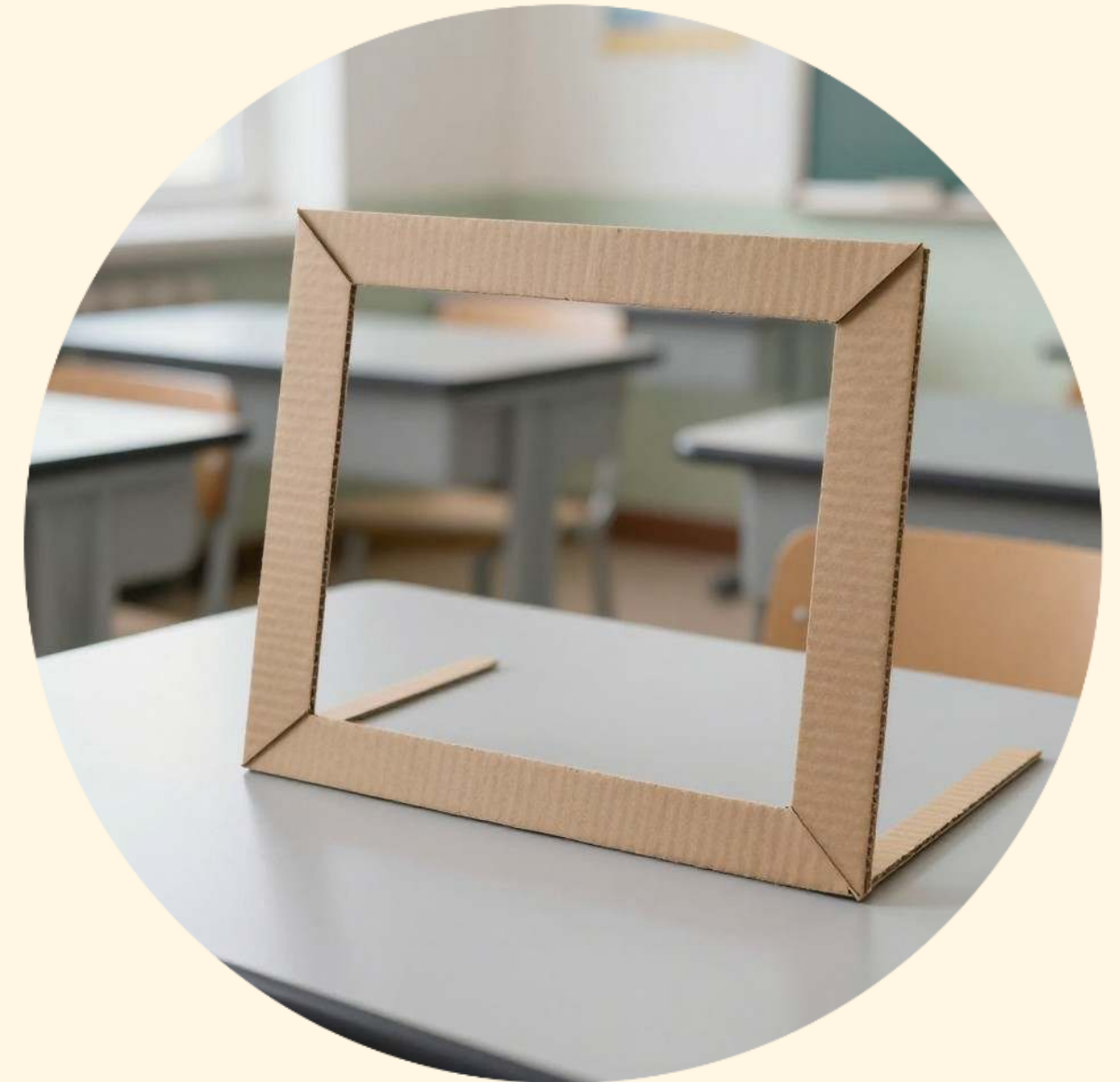
На чертеже равенство часто показывают одинаковыми засечками на противоположных сторонах. Тогда вывод делают прямо по отметкам.

Почему это удобно в 8 классе: обычно нужно сравнить длины. Достаточно проверить две равные пары, не строя дополнительные линии и не измеряя углы.

Таким признак делают «быстрым»: он работает, когда в условии заданы сантиметры или когда стороны уже обозначены как равные.

Признак 2: одна пара противоположных сторон равна и параллельна

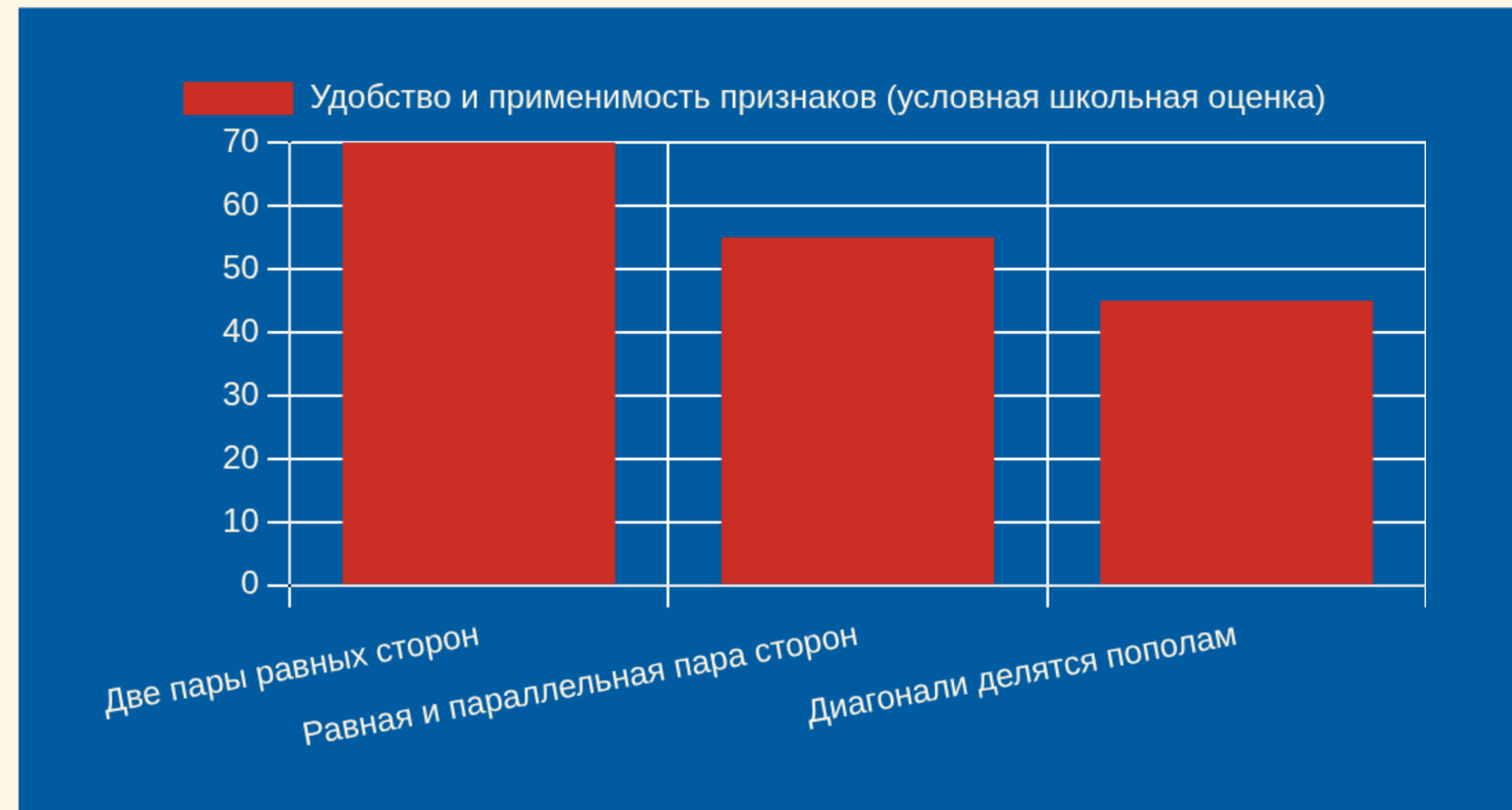
- Если в четырёхугольнике $ABCD$ для одной пары противоположных сторон выполняется сразу два условия — $AB = CD$ и $AB \parallel CD$, — то этот четырёхугольник является параллелограммом.
- На рисунке такую пару часто выделяют одинаковыми отметками и стрелками, показывающими параллельность. Признак полезен в задачах на построение и в доказательствах.



Сравнение трёх признаков параллелограмма

Самый «короткий» по записи обычно связан с диагоналями, а самый понятный для измерений — с равенством сторон.

При выборе признака ориентируйтесь на то, что уже есть в условии или на отметках чертежа: равные стороны дают быстрый путь, диагонали — точный критерий через среднюю точку.



Обобщённая методическая оценка для школьных задач (без привязки к конкретным контрольным работам).

Признак 3: диагонали делятся пополам

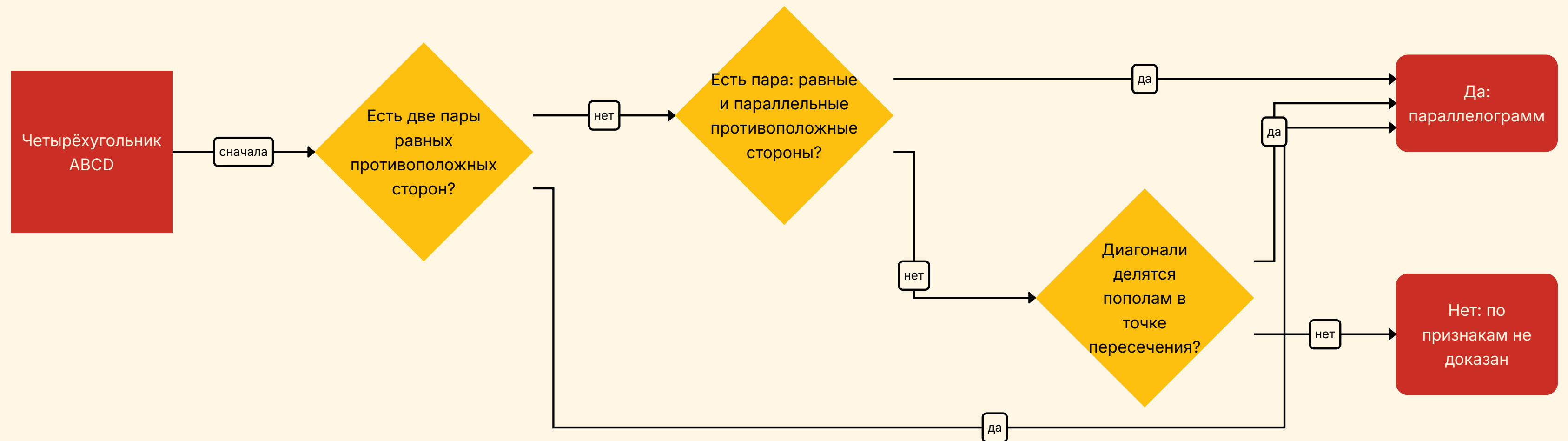
- Если в четырёхугольнике диагонали пересекаются так, что точка пересечения делит каждую диагональ на равные части, то фигура — параллелограмм.

- Условие записывают через равенства: $AO = OC$ и $BO = OD$, где O — точка пересечения диагоналей AC и BD .

- В решениях часто используют эту точку как «опору»: показать равенство отрезков от O означает получить параллельность и равенство противоположных сторон.

Алгоритм проверки: параллелограмм или нет

Логическая последовательность из трёх признаков



Три признака параллелограмма в таблице

Проверяемые условия для доказательства: достаточно одного верного признака.

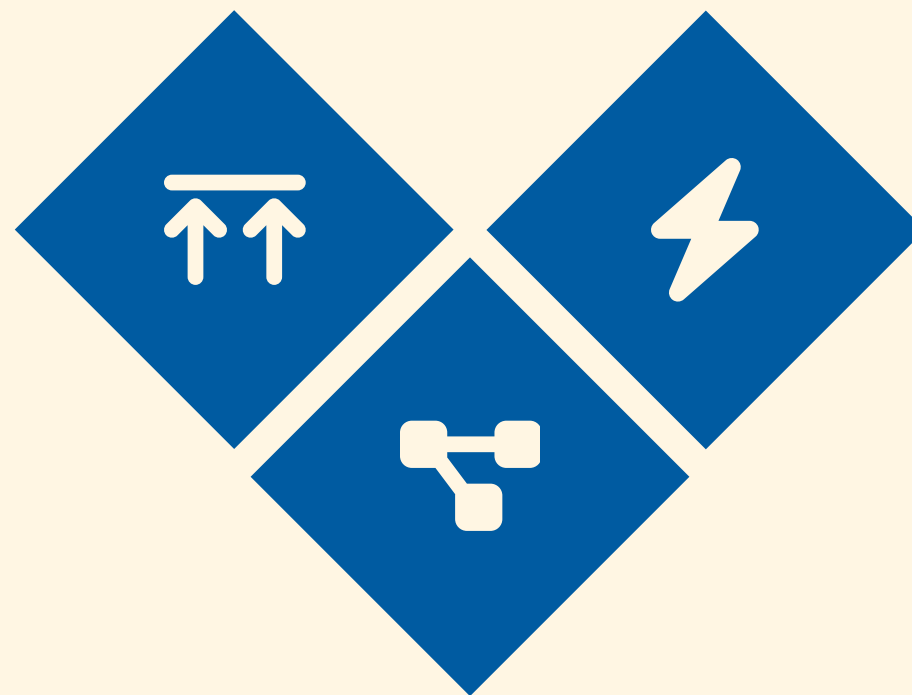
Если в условии или на чертеже удалось подтвердить хотя бы один пункт, можно делать вывод: четырёхугольник — параллелограмм.

Признак	Что проверяют	Краткая запись
1	Две пары противоположных сторон равны	$AB = CD, BC = AD$
2	Одна пара противоположных сторон равна и параллельна	$AB = CD, AB \parallel CD$
3	Диагонали делятся пополам	$AO = OC, BO = OD$

Почему эти признаки действительно работают

Направленность противоположных сторон

В готовой фигуре противоположные стороны «идут» в одном направлении. Поэтому при выполнении условий из признаков удаётся вывести параллельность и равенство сторон.



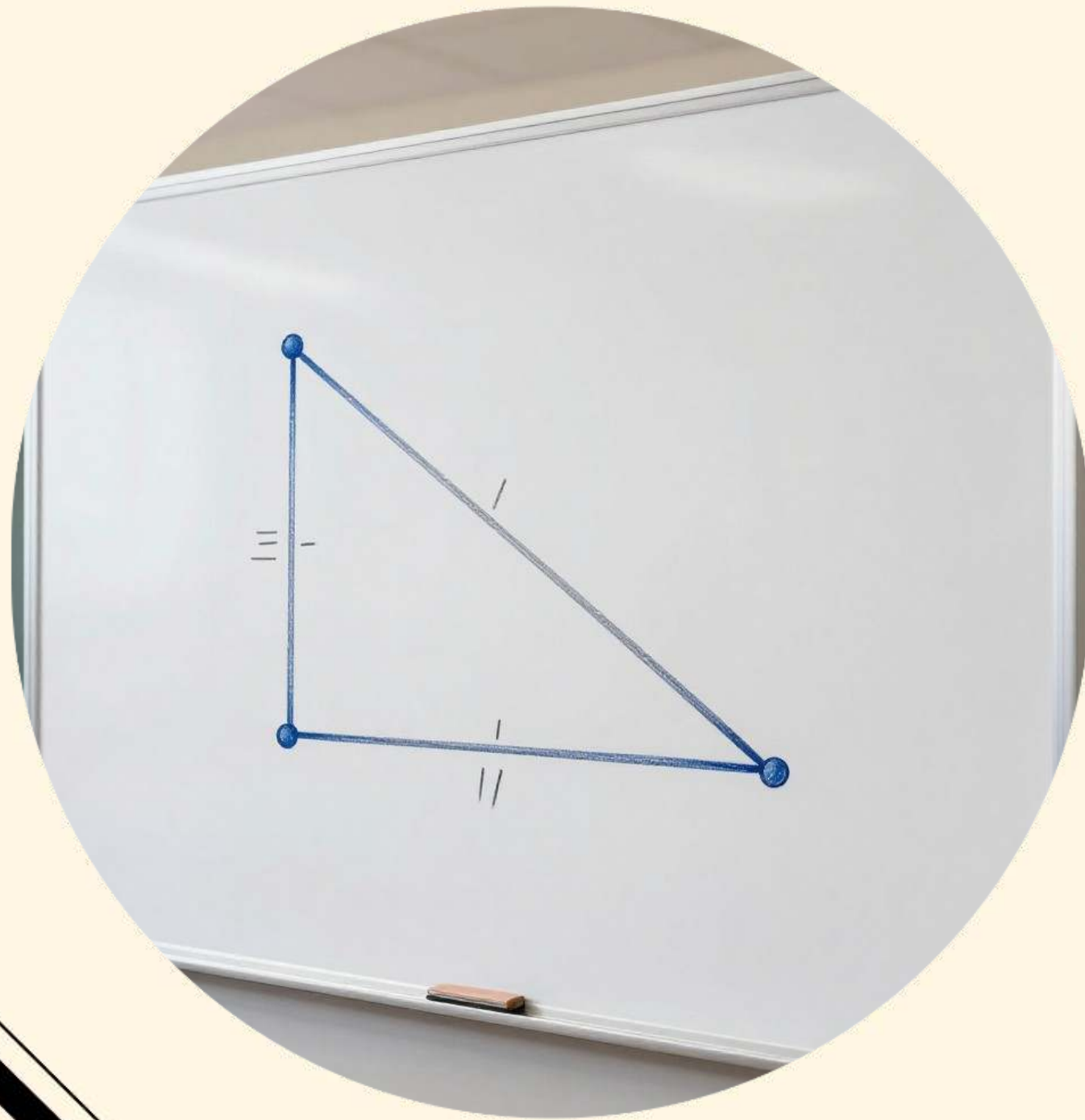
Свойство превращается в доказательство

Один и тот же факт может быть и свойством, и признаком: всё зависит от того, что известно в задаче. Признак помогает сделать строгий вывод из имеющихся данных.

Средняя точка диагоналей

Если диагонали делят друг друга пополам, значит точка пересечения становится общей серединой. Такая симметрия характерна именно для параллелограмма.

Чертёж с обозначениями сторон и диагоналей



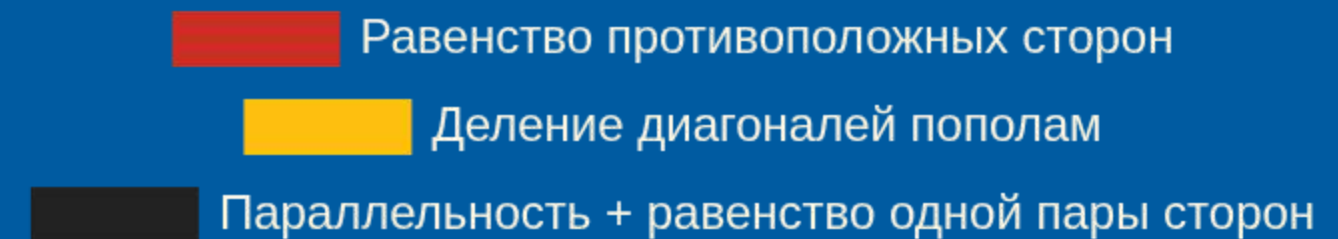
На чертеже четырёхугольник ABCD подписан по вершинам. Противоположные стороны отмечены одинаковыми засечками, чтобы подчеркнуть равенство: $AB = CD$ и $BC = AD$. Параллельность обычно показывают стрелками у сторон.

Диагонали AC и BD пересекаются в точке O, и в решении удобно отметить равенства $AO = OC$ и $BO = OD$. Такой рисунок сразу подсказывает, какой именно признак вы будете применять.

Какие признаки чаще встречаются в школьных задачах

Чаще всего в условии дают мерки сторон или отметки на чертеже, поэтому удобнее всего применять первый и третий признаки.

Диагонали используют почти так же часто: если в задаче задана точка пересечения диагоналей, признак становится «быстрым». Углы проверяют реже.



Источник: распределение признаков, указанное в описании слайда (45% / 35% / 20%).

Чем признаки отличаются от свойств

Свойство — это факт, который верен для любого уже известного параллелограмма. Признак — это логическое «если..., то...», позволяющее доказать, что рассматриваемая фигура тоже параллелограмм.

Например, равенство противоположных сторон — свойство параллелограмма. Но в задаче именно равенство сторон может стать отправной точкой для вывода по признаку.

При записи решения важно не просто написать «параллелограмм», а указать, какой именно признак сработал и из каких данных он следует. Тогда доказательство получается строгим и понятным.

Сравнение параллелограмма с другими четырёхугольниками

В таблице показано, какие особенности есть у прямоугольника, ромба и квадрата и как они связаны с параллелограммом.

Квадрат, ромб и прямоугольник можно рассматривать как частные случаи параллелограмма: они наследуют его две пары параллельных сторон и добавляют свои дополнительные условия.

Фигура	Главные отличия	Связь с параллелограммом
Прямоугольник	Все углы по 90°	Параллелограмм с прямыми углами
Ромб	Все стороны равны	Параллелограмм с равными сторонами
Квадрат	Ромб и прямоугольник вместе	Частный случай параллелограмма
Параллелограмм	Две пары параллельных сторон	Базовая фигура для двух предыдущих

Типичные ошибки при распознавании параллелограмма

Одна из частых ошибок — перепутать противоположные стороны с соседними. В результате равенство оказывается у «не тех» отрезков, и применён не тот признак.

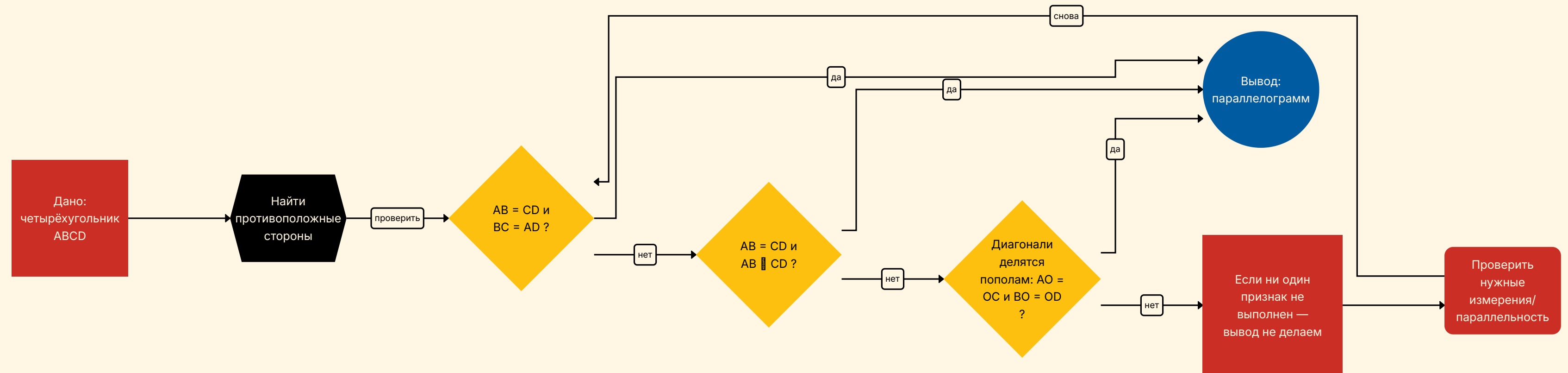
Иногда вывод делают по приблизительно похожему рисунку: стороны «кажутся» параллельными. Но в доказательстве нужны точные условия из условия или аккуратно построенные вспомогательные шаги.

Другая ошибка — считать фигуру параллелограммом по одному условию. Например, если есть только одна пара равных сторон, но нет параллельности или нет второй пары равных сторон.

Для уверенного ответа используйте полный признак: либо две пары противоположных равных сторон, либо одна пара равных и параллельных, либо равенство отрезков при делении диагоналей точкой пересечения.

Алгоритм доказательства параллелограмма

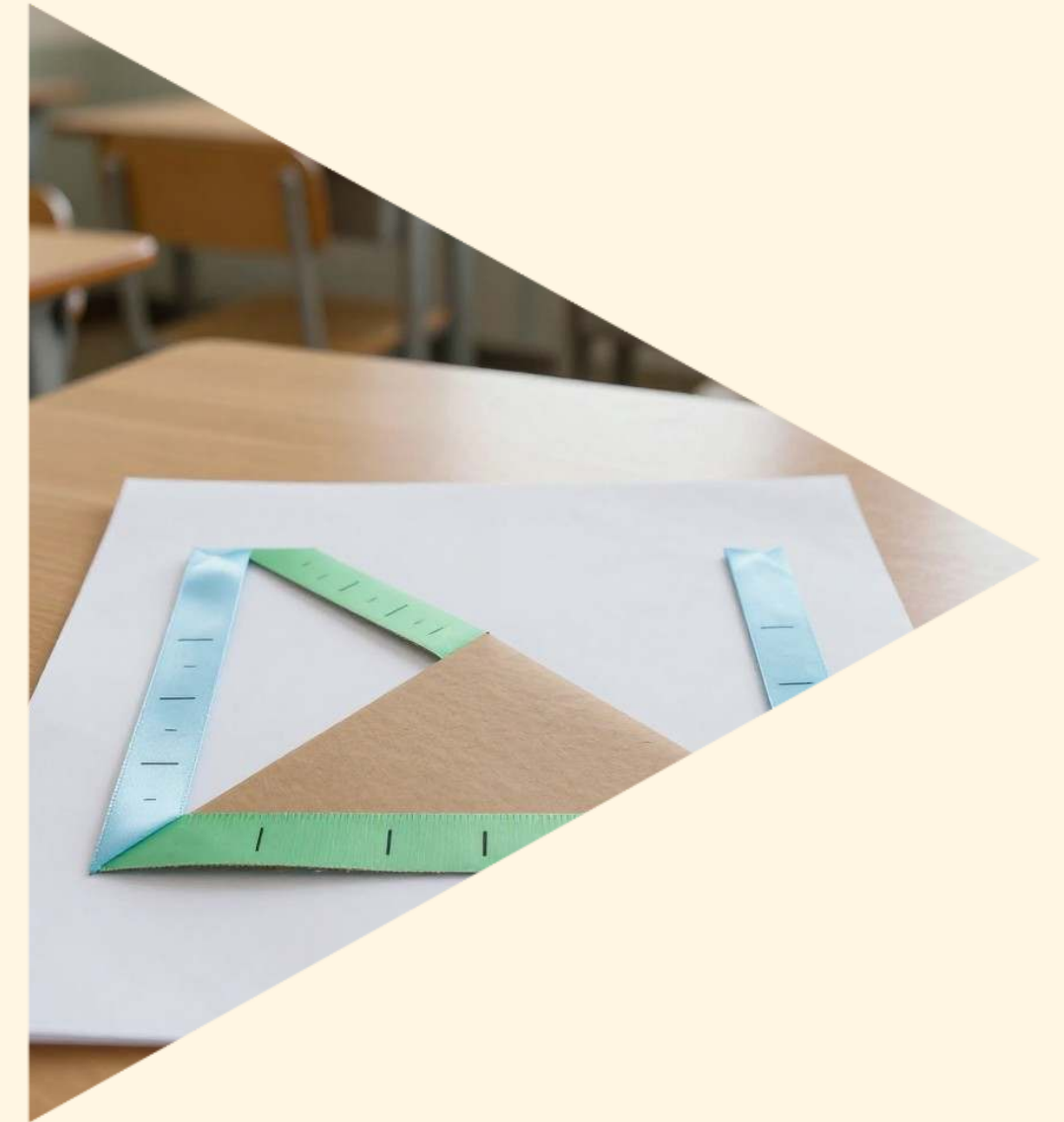
Пошаговая проверка признаков: стороны, затем диагонали.



Пример задачи с измерениями сторон

Даны длины сторон: $AB = 6$ см, $CD = 6$ см, $BC = 4$ см, $AD = 4$ см.
Получается, что противоположные стороны попарно равны: $AB = CD$ и $BC = AD$.

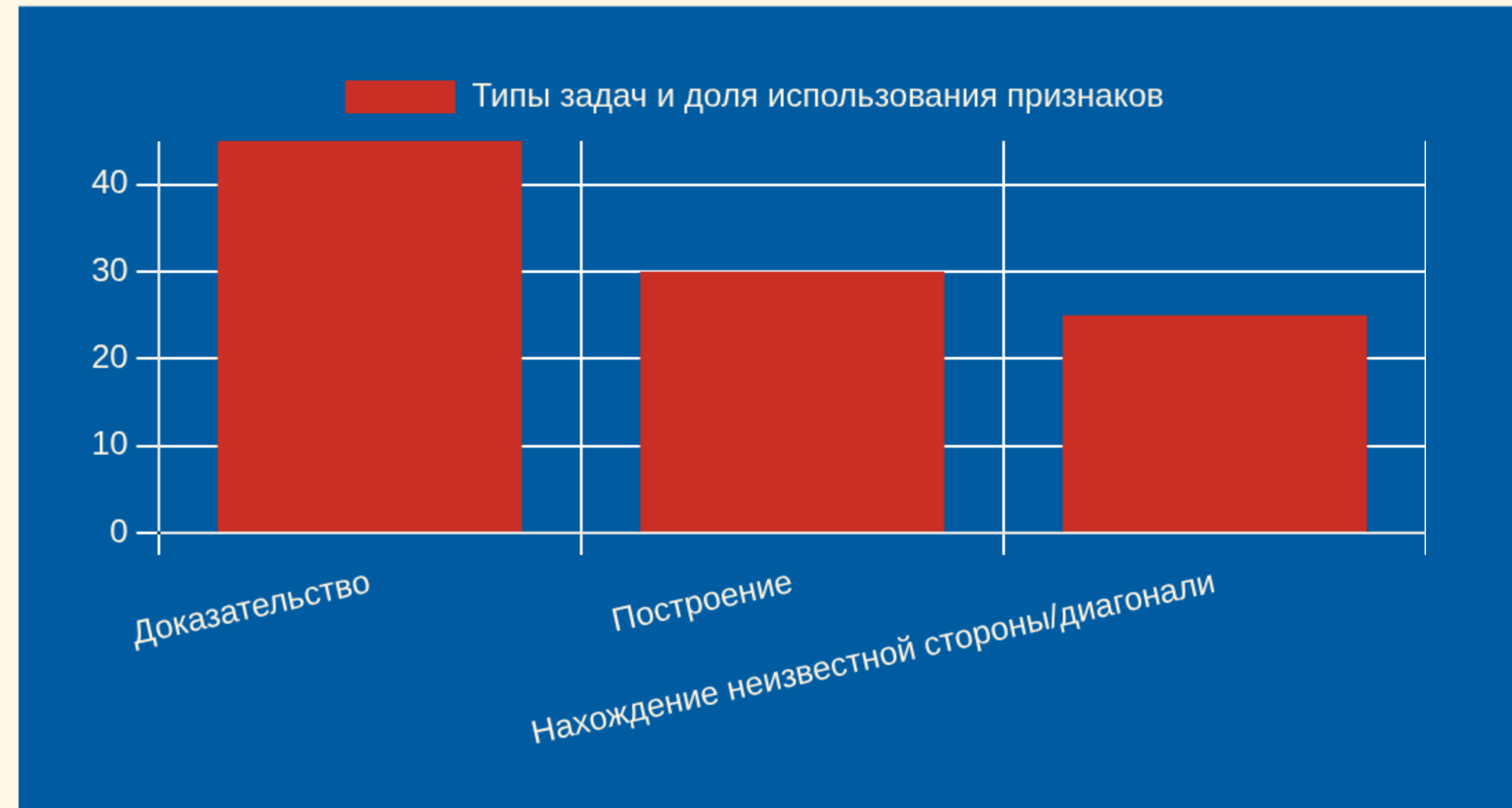
Значит, выполняется первый признак параллелограмма.
Дополнительно доказывать параллельность не требуется:
равенство двух пар противоположных сторон достаточно для вывода.



Виды задач, где применяются признаки параллелограмма

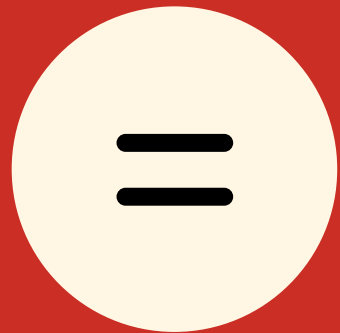
В задачах на построение признаки помогают «задать» нужную фигуру: по условиям находят стороны или отмечают точку пересечения диагоналей.

Наибольшая доля приходится на доказательства, потому что именно там нужно обосновать, что данная фигура действительно параллелограмм.



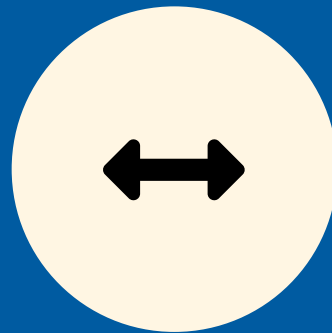
Источник: распределение типов задач, указанное в описании слайда (45% / 30% / 25%).

Основные обозначения в записи признаков



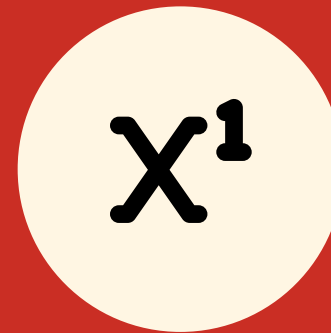
Знак равенства (=)

Пишут, когда два отрезка имеют одинаковую длину: например, $AB = CD$. Такое равенство часто подставляют в первый или третий признак при оформлении вывода.



Знак параллельности (∥)

Используют, когда стороны лежат на параллельных прямых: $AB \parallel CD$. Это нужно для второго признака, где одновременно требуется и равенство, и параллельность.



Диагонали и точки пересечения

Чтобы применить признак по диагоналям, отмечают точку пересечения O и записывают равенства отрезков: $AO = OC$ и $BO = OD$, показывая деление диагоналей пополам.



Указание выбранного признака

В конце формулируют результат через конкретный признак: «выполняется признак ..., значит, четырёхугольник — параллелограмм». Это делает доказательство проверяемым.

Короткая памятка по признакам параллелограмма

Памятка помогает быстро выбрать, что проверять в условии, и как завершить доказательство.

Достаточно выполнить один полный признак: после его проверки можно уверенно делать вывод, не пытаясь «подгонять» остальные условия.

Проверяем	Короткая запись	Вывод
Две пары противоположных сторон равны	$AB = CD, BC = AD$	Четырёхугольник — параллелограмм
Одна пара противоположных сторон равна и параллельна	$AB = CD, AB \parallel CD$	Четырёхугольник — параллелограмм
Диагонали делятся пополам	$AO = OC, BO = OD$	Четырёхугольник — параллелограмм

Три шага к распознаванию параллелограмма

Чтобы быстро узнать параллелограмм, достаточно проверить один из трёх признаков: равенство двух пар противоположных сторон, равенство и параллельность одной пары, или деление диагоналей пополам. Для 8 класса это ключевая основа.