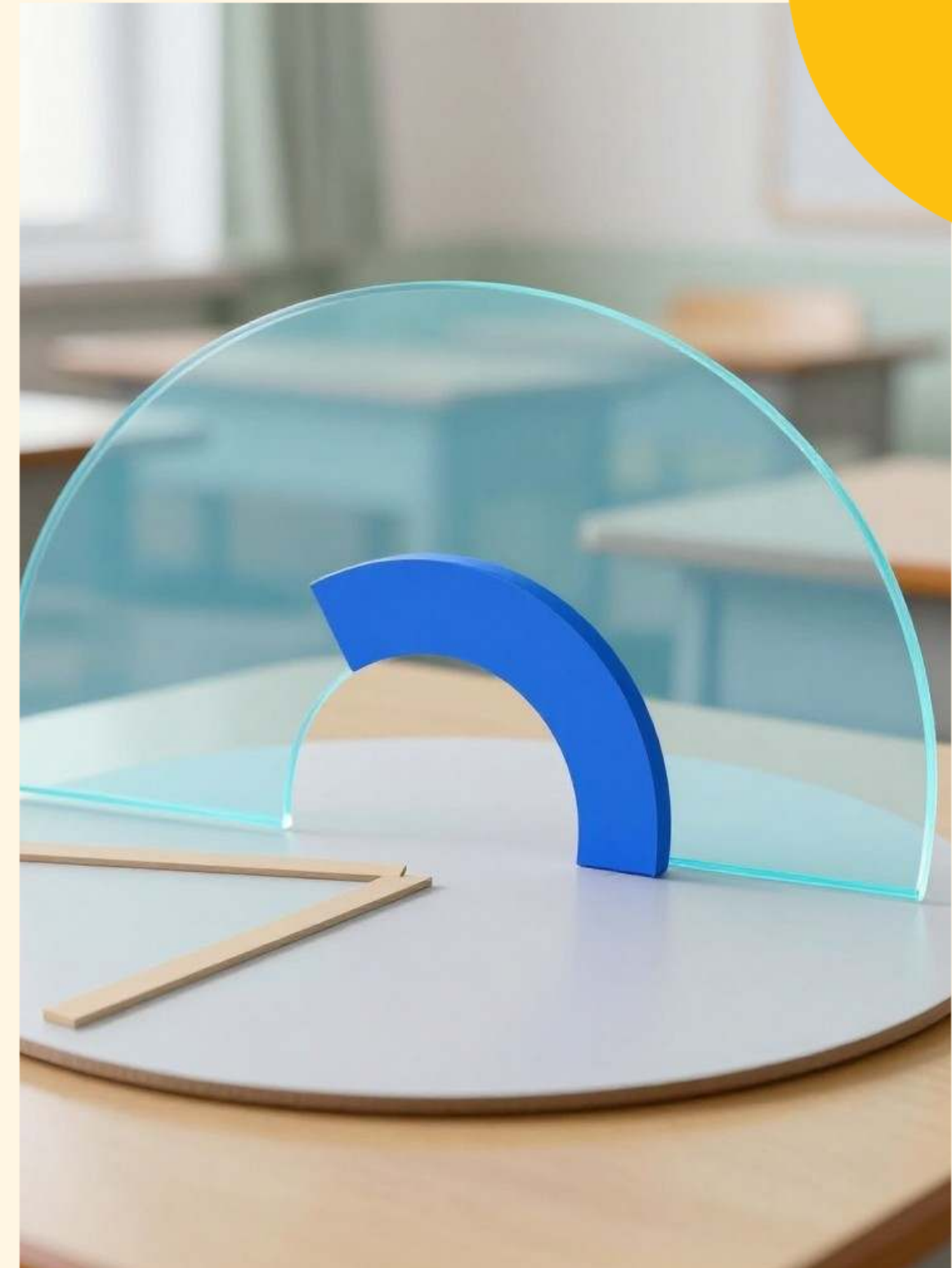


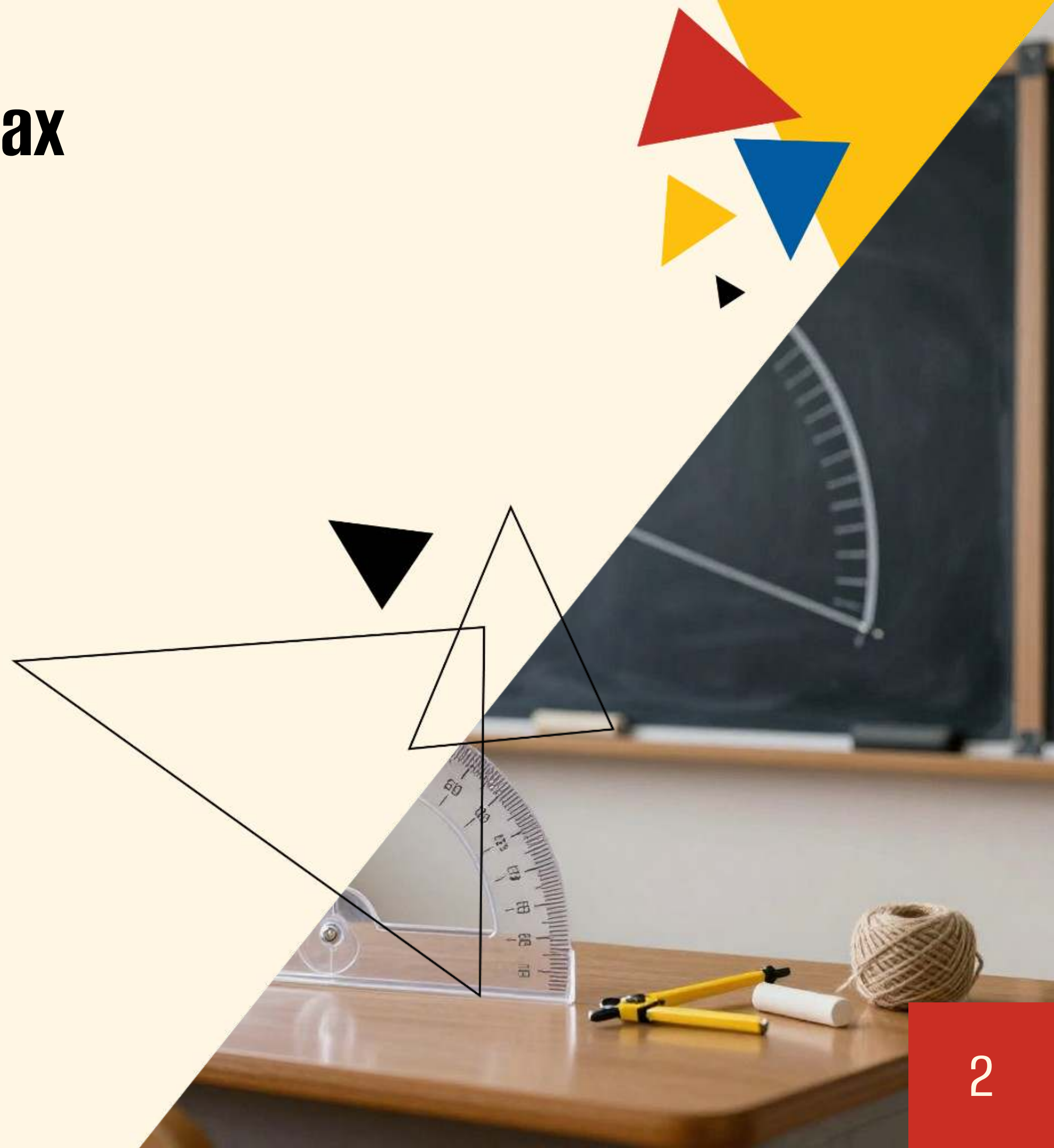
# Градусная мера дуги окружности

Как измерить дугу через угол и части круга



# Зачем измерять дуги в градусах

Градусная мера помогает быстро сравнивать дуги, находить неизвестные части окружности и решать задачи без линейки. В геометрии это один из самых удобных способов работы с кругом.



# Что такое дуга окружности

## Часть окружности

Дуга — это участок окружности, который соединяет две точки на её линии. Она не является отрезком, а представляет собой изогнутую часть круга.

## Две возможные дуги

Между одними и теми же точками можно выделить две дуги: меньшую и большую. Они дополняют друг друга до полной окружности и имеют разные меры.

## Малая дуга

Малая дуга короче и всегда имеет градусную меру меньше  $180^\circ$ . В школьных задачах именно её обычно понимают, если в условии не сделано уточнение.

## Большая дуга

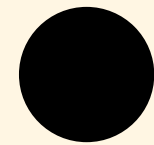
Большая дуга занимает оставшуюся часть окружности. Её находят как  $360^\circ$  минус мера малой дуги, потому что вместе они образуют полный круг.

## Предельные случаи

Если точки совпадают, дуга имеет меру  $0^\circ$ . Если рассматривается вся окружность, её градусная мера равна  $360^\circ$ , то есть это полный оборот круга.

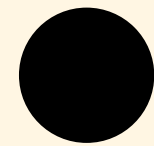
# Дуга и центральный угол

## Центр как вершина



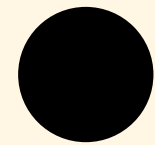
Центральный угол образуют два радиуса, выходящие из центра окружности. Его вершина всегда находится в центре, поэтому угол полностью связан с положением дуги.

## Стянутая дуга



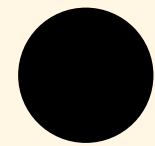
Дуга между концами радиусов называется дугой, стянутой этим центральным углом. Именно она соответствует углу и рассматривается в задаче как связанный объект.

## Равенство мер

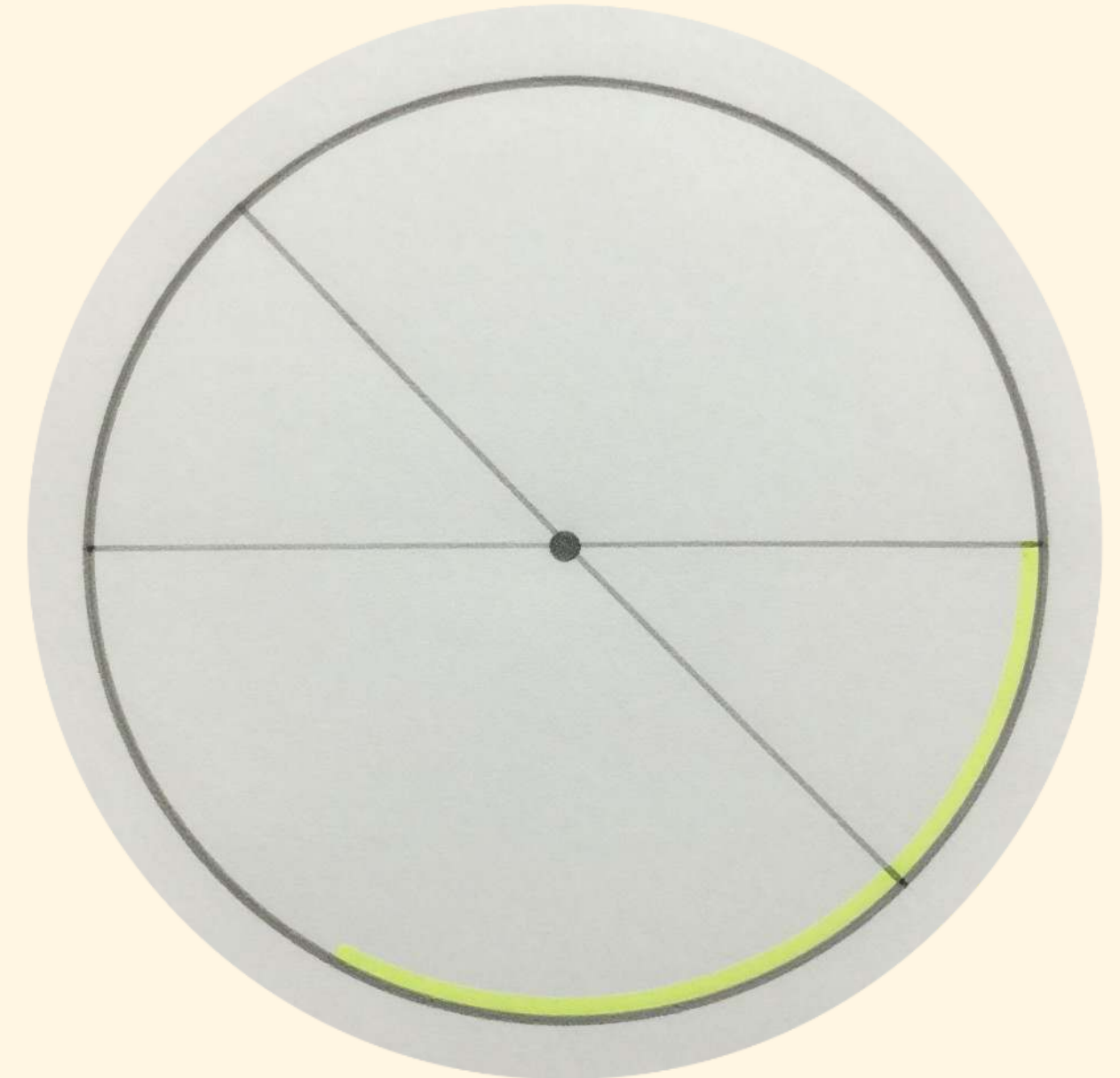


Градусная мера дуги всегда равна градусной мере центрального угла, который её стягивает. Это основное правило позволяет сразу находить ответ по рисунку.

## Что важно на схеме



На чертеже нужно видеть центр окружности, два радиуса и выделенную дугу между точками их пересечения с окружностью. Эти три элемента образуют базовую модель темы.



# Почему в окружности $360^\circ$

## 1 Удобный полный круг

Число 360 закрепилось как удобная мера полного круга, потому что его легко делить на множество равных частей без остатка и быстро получать стандартные значения.

## 2 Простые делители

360 делится на 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 и 12. Благодаря этому части окружности можно выражать простыми дробями и считать без лишних сложностей.

## 3 Половина и четверть

Если окружность разделить пополам, получится  $180^\circ$ . Четверть окружности составляет  $90^\circ$ . Эти значения особенно часто встречаются в задачах и хорошо запоминаются.

## 4 Меньшие доли круга

Треть окружности равна  $120^\circ$ , шестая часть —  $60^\circ$ , а восьмая часть —  $45^\circ$ . Такие соотношения помогают быстро находить градусную меру нужной дуги.

## 5 Польза для вычислений

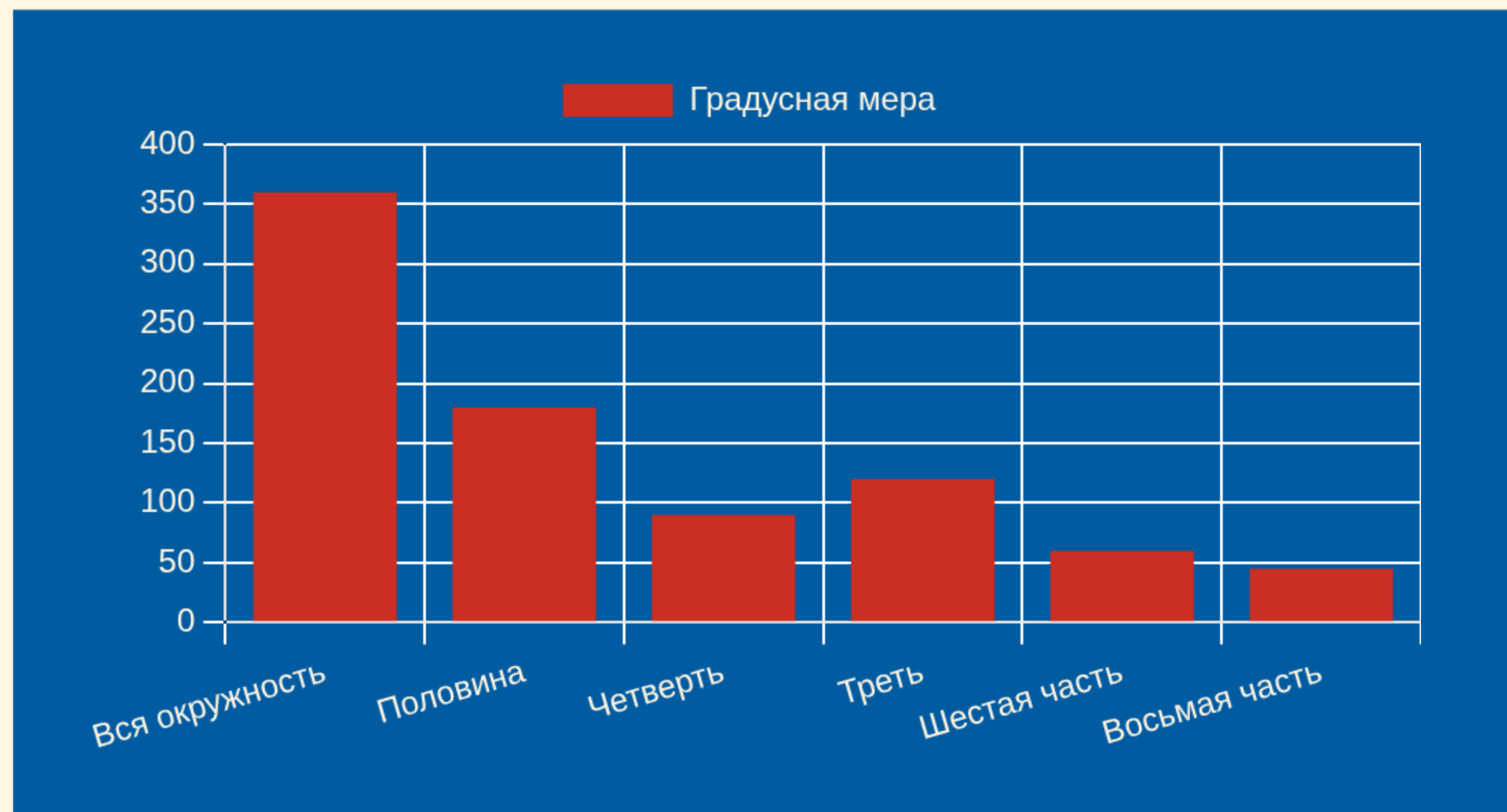
Система  $360^\circ$  делает работу с окружностью удобной и наглядной. Можно легко сравнивать части круга, не измеряя их длину и не прибегая к сложным расчётам.



# Части окружности и их градусная мера

На диаграмме видно, как доля круга связана с величиной угла. Значения удобно сравнивать и запоминать по знакомым дробям окружности.

Чем больше часть окружности, тем больше её градусная мера; все стандартные значения легко выводятся из  $360^\circ$ .



# Малая и большая дуга

## 1 Малая дуга

Малая дуга всегда короче и имеет градусную меру меньше  $180^\circ$ . Именно её чаще всего имеют в виду в задачах, если не сказано обратное.

## 2 Большая дуга

Большая дуга больше  $180^\circ$  и дополняет малую дугу до полного круга. Её находят по правилу  $360^\circ$  минус мера малой дуги.

## 3 Две дуги одних точек

Для одних и тех же точек окружности всегда существуют две дуги. Поэтому важно внимательно читать условие и понимать, какая именно часть нужна.

## 4 Что обычно подразумевают

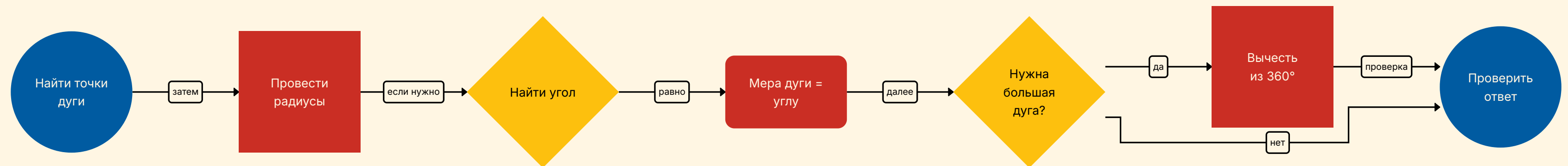
Если в задаче слово «дуга» не уточнено, обычно речь идёт о меньшей дуге. Это помогает избежать ошибок при вычислении и доказательстве.

## 5 Почему это важно

Выбор дуги влияет на ответ, особенно когда нужно сравнить части окружности или найти градусную меру по рисунку с отмеченной длинной стороной.

# Как найти градусную меру дуги

Последовательность действий для базовых задач по окружности



# Частые дуги и их меры

Таблица помогает быстро запомнить стандартные значения и увидеть связь между частью окружности и её градусной мерой.

Мера дуги зависит от доли круга и всегда выражается в градусах, а не в длине.

| Часть          | Мера |
|----------------|------|
| Половина       | 180° |
| Четверть       | 90°  |
| Треть          | 120° |
| Шестая часть   | 60°  |
| Восьмая часть  | 45°  |
| Вся окружность | 360° |

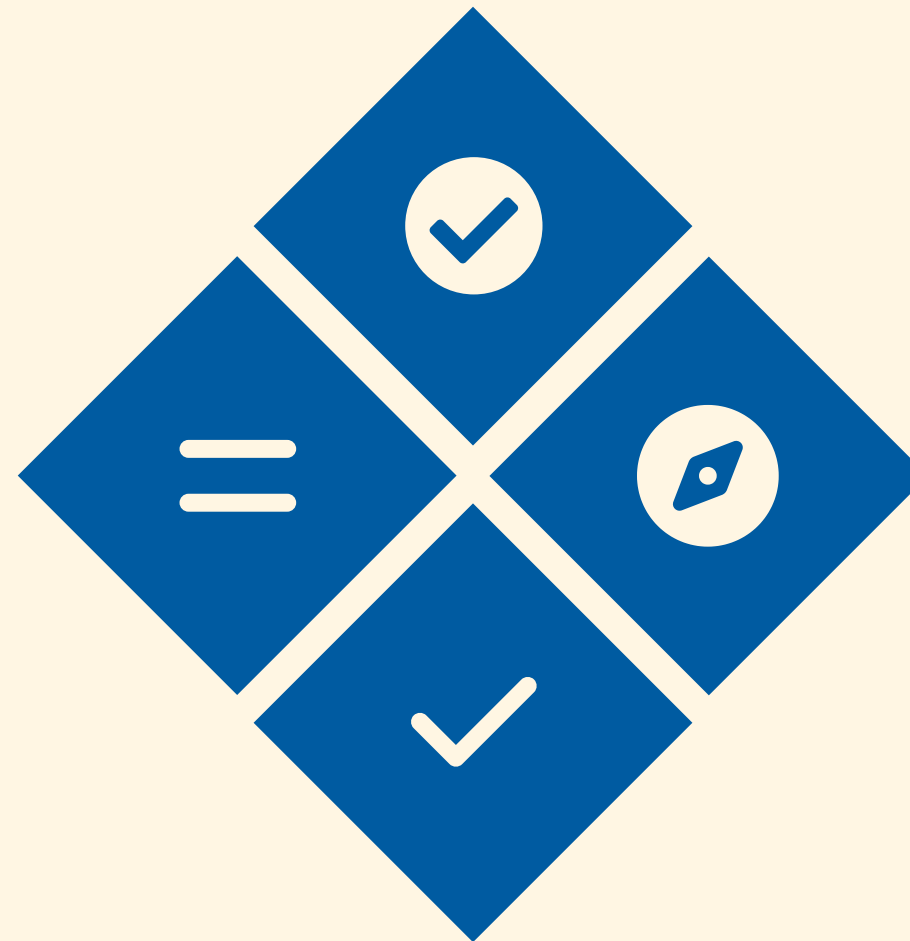
# Равные дуги и равные углы

Свойство равенства дуг и углов помогает решать задачи без лишних измерений. Достаточно увидеть связь между центром окружности, радиусами и дугой.

## Удобство в задачах

### Равные углы

Если центральные углы равны, то и соответствующие им дуги тоже равны. Это позволяет сравнивать части окружности, не измеряя их длину по чертежу.



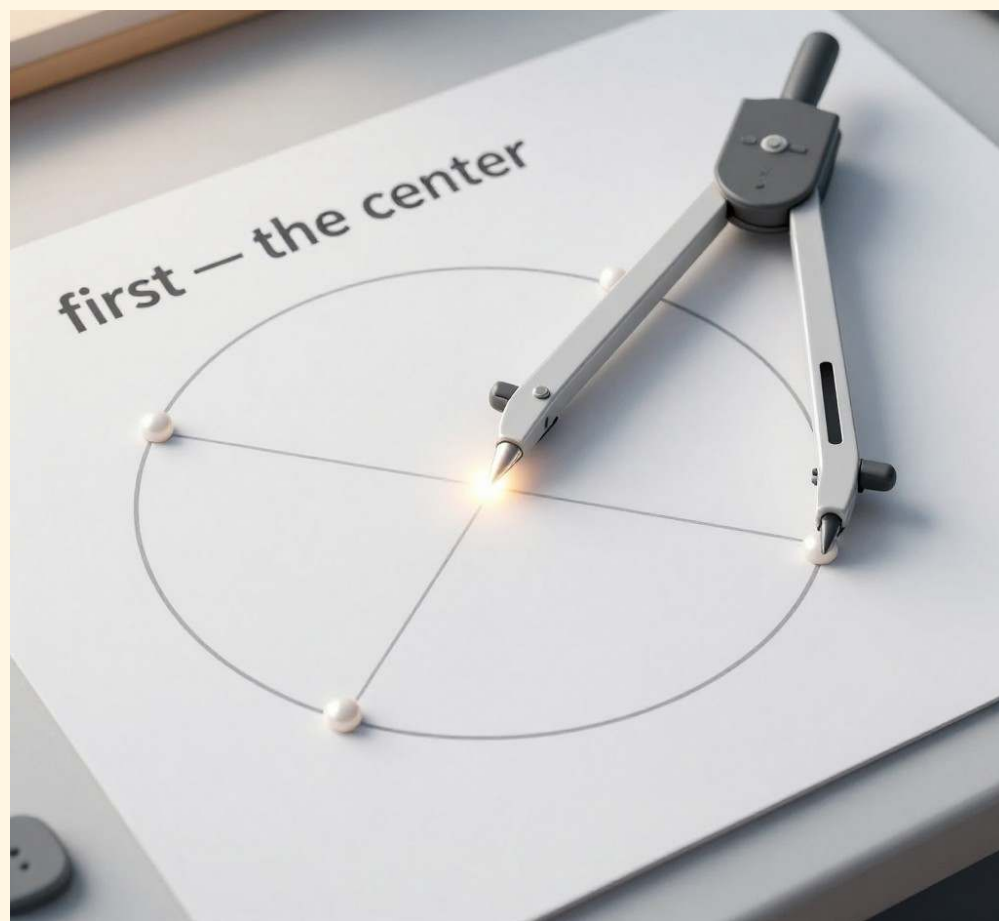
### Радиусы равны

Все радиусы одной окружности имеют одинаковую длину. Поэтому при сравнении дуг часто используют и равенство радиусов, чтобы обосновать построения и выводы.

### Равные дуги

Если две дуги равны, значит, равны и центральные углы, которые их стягивают. Такое соответствие помогает быстро делать выводы в задачах на доказательство.

# Отметки на чертеже: как увидеть дугу



## Сначала — центр

На аккуратном чертеже первым делом находят центр окружности и отмечают точки, между которыми лежит дуга. Затем к этим точкам проводят радиусы, чтобы увидеть центральный угол. Такая разметка помогает сразу понять, какая часть окружности рассматривается.



## Дуга не равна хорде

Дугу легко спутать с хордой, если смотреть только на внешний контур. Но дуга — это изогнутая часть окружности, а хорда — прямой отрезок между двумя точками. В школьных задачах это различие часто становится ключом к верному ответу.



## Сектор подсказывает ответ

Если на рисунке изображён сектор, его боковые стороны всегда являются радиусами. А дуга образует внешнюю границу сектора и показывает, какой угол выделен внутри круга. По этой схеме удобно проверять построение и измерение в задаче.



Это число помогает находить  
неизвестную дугу по оставшимся  
частям и быстро проверять  
вычисления в любой задаче.

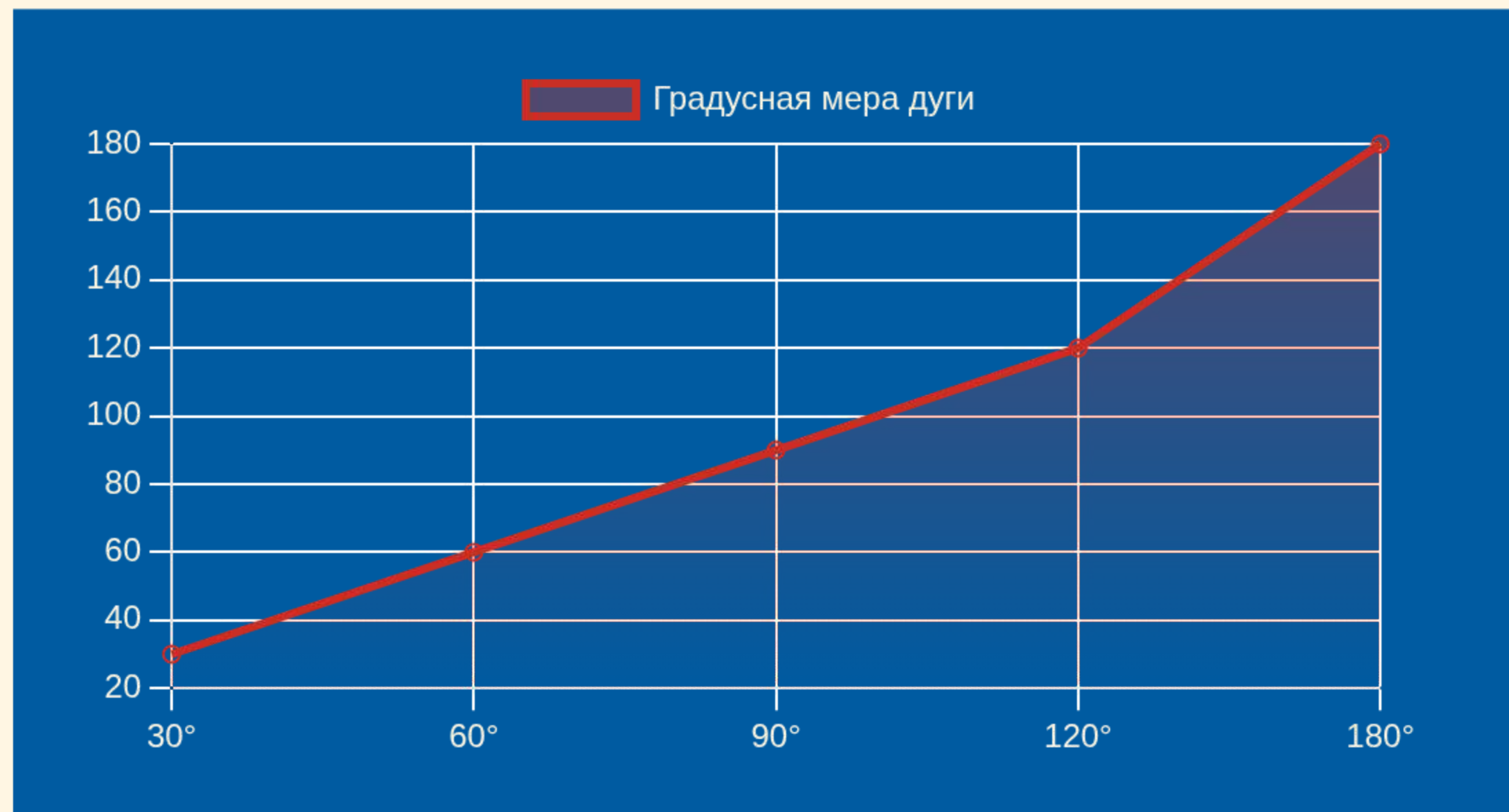
**$360^\circ$**   
**— именно столько**  
**составляют вместе все**  
**дуги одной окружности.**

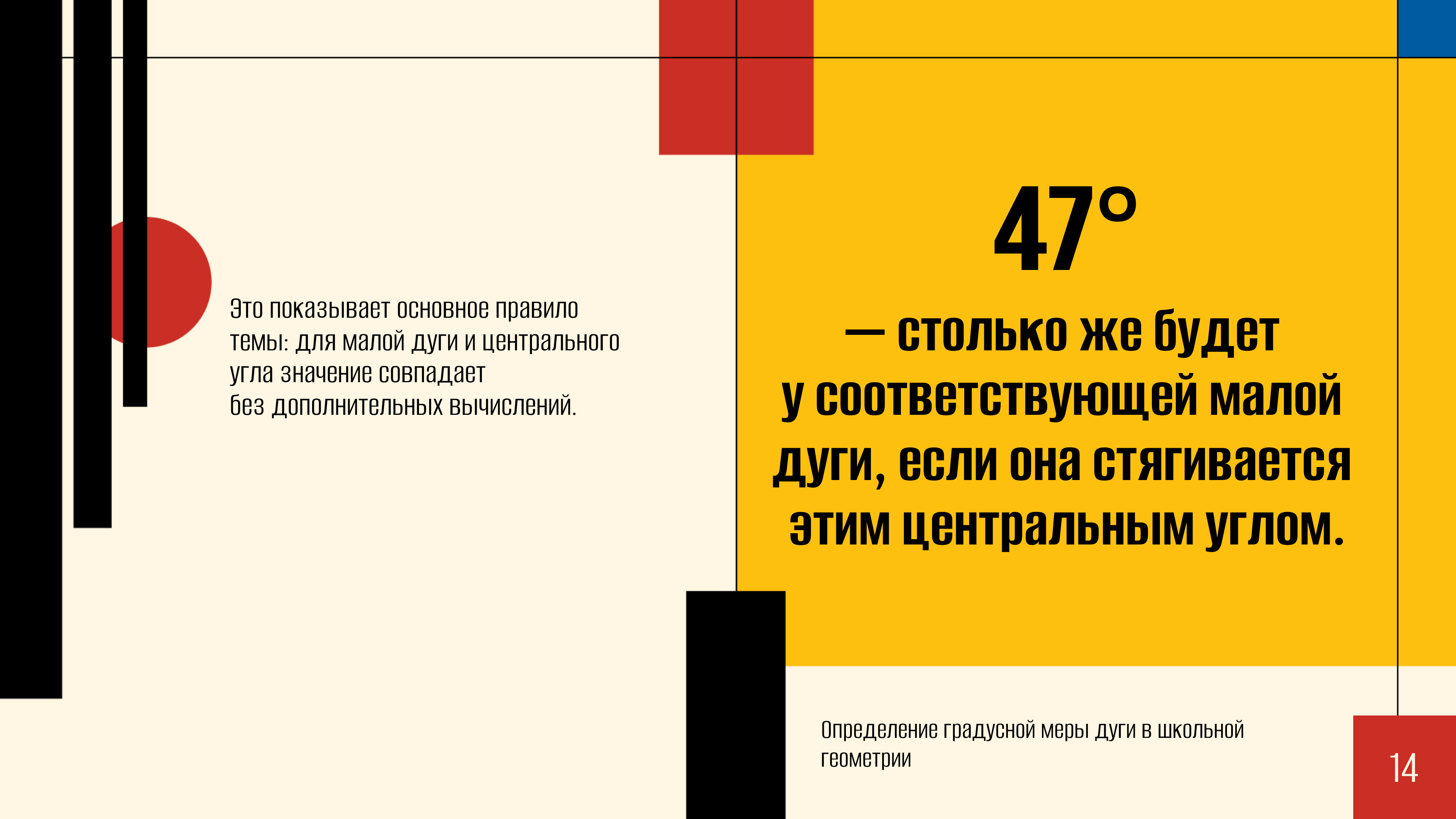
Свойства градусной меры окружности, курс геометрии  
9 класса

# Как меняется мера дуги при изменении угла

На графике показаны только базовые значения, которые чаще всего встречаются в школьных задачах и помогают быстро сравнивать части окружности.

Чем больше центральный угол, тем больше соответствующая дуга; зависимость прямая и однозначная.





Это показывает основное правило  
темы: для малой дуги и центрального  
угла значение совпадает  
без дополнительных вычислений.

**$47^\circ$**

**— столько же будет  
у соответствующей малой  
дуги, если она стягивается  
этим центральным углом.**

# Пример вычисления большой дуги

## 1 Найдите малую дугу

Сначала определите, какая часть окружности дана как меньшая дуга. Если она равна  $68^\circ$ , именно это значение нужно использовать как основу для дальнейшего вычисления.

## 2 Вычтите из полного круга

Большая дуга находится по правилу  $360^\circ - \text{малая дуга}$ . Поэтому из  $360^\circ$  вычитают  $68^\circ$  и получают  $292^\circ$ , что и будет ответом.

## 3 Проверьте смысл ответа

Полученное число должно быть больше  $180^\circ$  и меньше  $360^\circ$ . Такая проверка помогает убедиться, что выбрана именно большая дуга, а не меньшая часть окружности.



# Проверка ответов в задачах

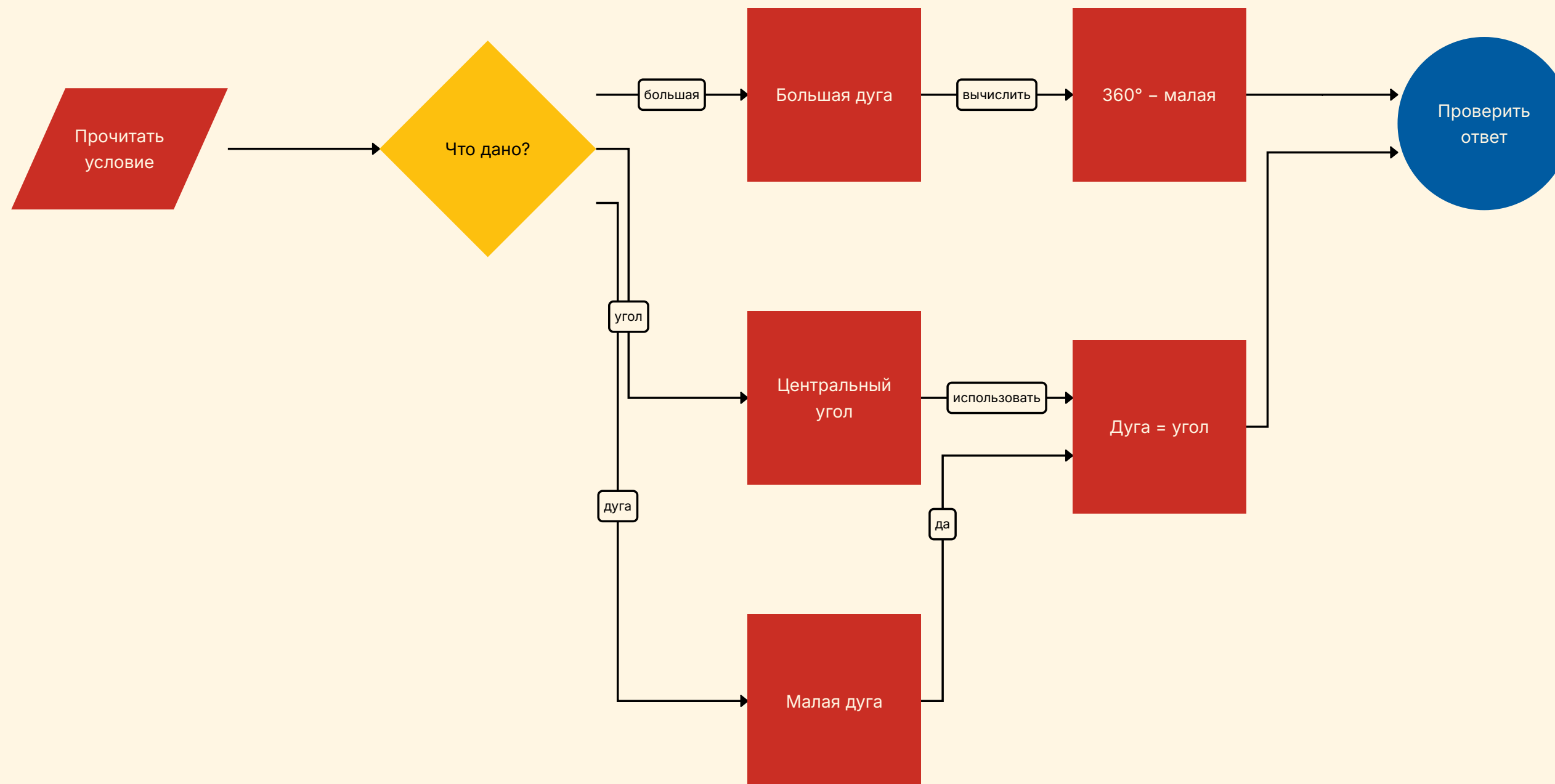
Сопоставьте пары значений и проверьте, согласуются ли они с полным кругом и его частями.

Если значение дуги не укладывается в  $360^\circ$  или не соответствует части круга, ответ нужно пересчитать.

| Дуга           | Значение    | Проверка               |
|----------------|-------------|------------------------|
| Малая          | $70^\circ$  | $+290^\circ=360^\circ$ |
| Малая          | $95^\circ$  | $+265^\circ=360^\circ$ |
| Полуокружность | $180^\circ$ | половина круга         |
| Четверть       | $90^\circ$  | четверть круга         |

# Алгоритм решения задач на дугу

Последовательность действий по свойствам дуги и центрального угла.



# Связь с жизненными примерами

## Циферблат часов

Стрелки на часах образуют центральные углы, а весь круг циферблата удобно делится на 12 равных частей. Поэтому по положению стрелок можно наглядно видеть доли окружности и оценивать их в градусах.

## Школьный транспорт

Полукруг на транспорте соответствует  $180^\circ$ , а каждая отметка показывает часть полного разворота. Это делает измерение углов понятным и помогает связать чертёж с реальной геометрической моделью.

## Спортивные сектора

На стадионах и аренах круг часто делят на сектора, чтобы показать направления, зоны или углы поворота. Здесь градусная мера дуги помогает точно описать часть круга без измерения её длины.

## Круговые диаграммы

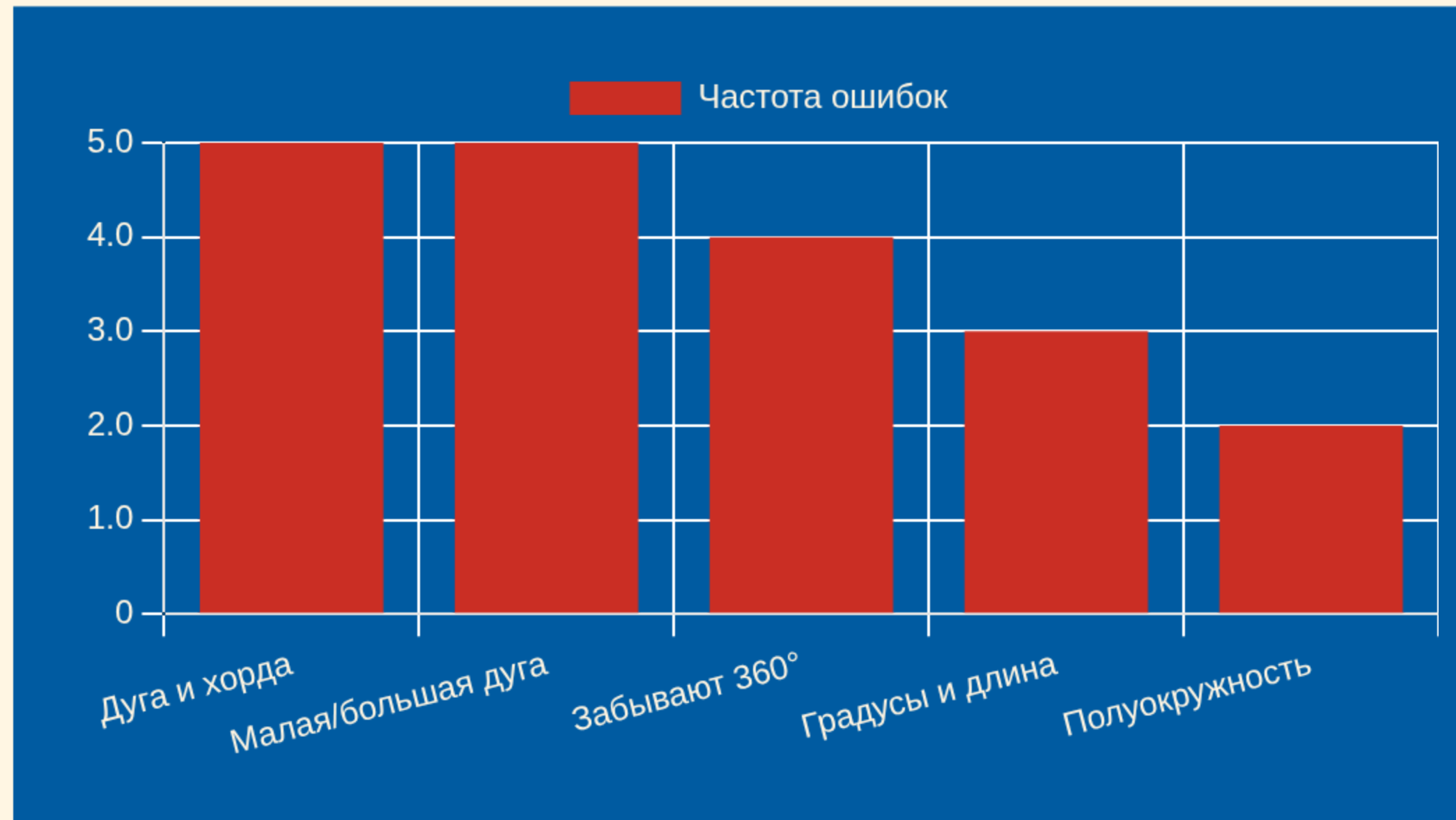
В диаграммах доли целого переводятся в угловые величины, чтобы сравнение было заметным сразу. Чем больше часть данных, тем больше соответствующая дуга на круге, и тем легче увидеть соотношения.



# Типичные ошибки при работе с дугами

Диаграмма показывает не точную статистику, а учебное ранжирование наиболее частых затруднений, которое помогает заранее обратить внимание на сложные места.

Чаще всего ошибки связаны с выбором вида дуги и путаницей между изогнутой частью окружности и прямым отрезком.



Схематическое ранжирование типичных ошибок по теме «градусная мера дуги окружности»

# Главное о градусной мере дуги окружности

Градусная мера дуги всегда связана с центральным углом и помогает быстро работать с окружностью. Если помнить про  $360^\circ$ , половину, четверть и выбор малой или большой дуги, задачи становятся заметно проще.