

Системы двух уравнений с двумя неизвестными

Как найти пару чисел тремя способами и проверить ответ?





Где помогают два уравнения

Системы уравнений встречаются там, где нужно найти две неизвестные сразу: цену, количество, скорость или точку на плоскости. Одного условия часто мало, а два дают точный ответ или показывают, что его нет.



Что такое система из двух уравнений

1

Два условия

Система состоит из двух уравнений, в которых используются одни и те же неизвестные. Чаще всего это x и y . Оба равенства должны выполняться одновременно.

2

Пара-решение

Решением системы считается не одно число, а пара чисел. Она должна подходить сразу в оба уравнения. Если пара подходит, система решена верно.

3

Разное число ответов

Иногда подходит только одна пара чисел — тогда решение одно. Если подходящих пар нет, решений нет. Если подходят все точки одной прямой, решений бесконечно много.

4

Запись ответа

Ответ записывают в виде пары значений, например $(x; y)$. Это удобно, потому что оба неизвестных связаны между собой и проверяются вместе, а не по отдельности.

Графический смысл решения

- **Каждое уравнение — прямая**

Линейное уравнение с двумя неизвестными задает прямую на координатной плоскости. Поэтому систему можно представить как две линии, которые нужно сравнить между собой.

- **Точка пересечения**

Решением системы является точка, где графики пересекаются. Ее координаты подходят обоим уравнениям сразу, поэтому именно она и становится ответом.

- **Три возможных случая**

Если прямые пересекаются, решение одно. Если они совпадают, решений бесконечно много. Если прямые параллельны, общих точек нет, значит, система не имеет решений.



Способ подстановки

1

Выразить переменную

Сначала в одном из уравнений удобно выразить одну переменную через другую, например y через x . Лучше выбрать тот вид, в котором выражение получается коротким и без лишних дробей.

2

Подставить во второе

Полученное выражение подставляют в другое уравнение вместо выбранной переменной. Так система превращается в одно уравнение с одной неизвестной, которое уже легче решить.

3

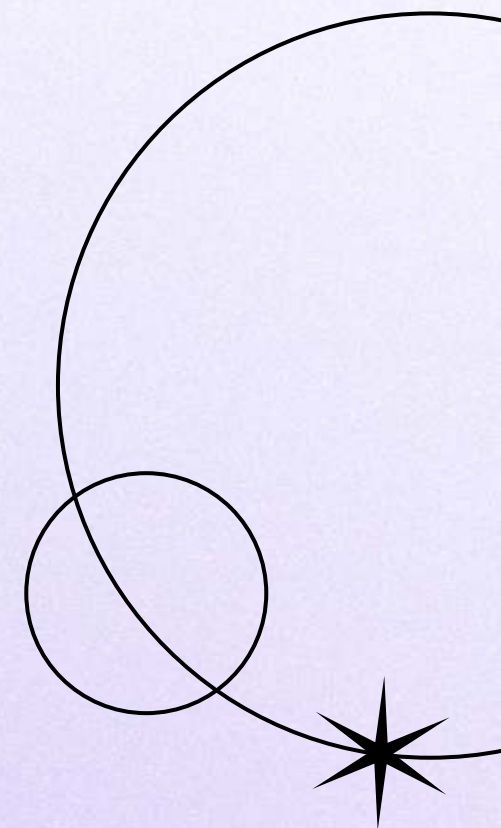
Найти вторую переменную

После нахождения первой переменной ее значение подставляют обратно в удобное уравнение. Так получают вторую переменную и записывают найденную пару чисел как ответ.

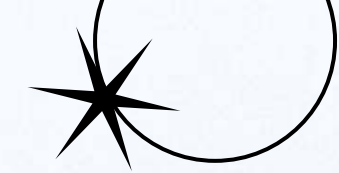
4

Когда способ удобен

Подстановка особенно хороша, если одна переменная уже почти выражена или это можно сделать быстро. Тогда вычисления становятся короче, а решение — понятнее.



Способ сложения



Уравнять коэффициенты

Сначала оба уравнения преобразуют так, чтобы коэффициенты при одной переменной стали одинаковыми или противоположными. Для этого иногда одно уравнение умножают на число.

Сложить или вычесть

Потом уравнения складывают или вычитают. Одна из переменных исчезает, и остается простое уравнение с одной неизвестной, которое можно решить сразу.

Вернуться ко второй переменной

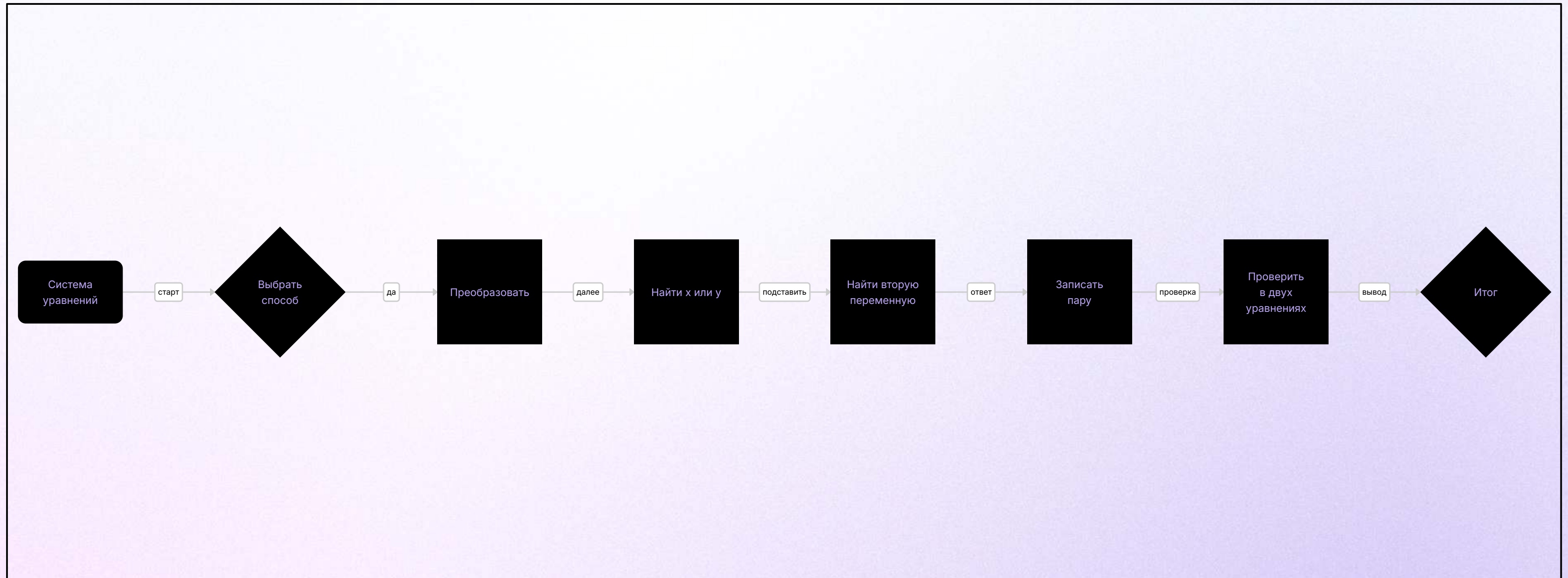
Когда первая переменная найдена, ее подставляют в любое исходное уравнение. Так находят вторую переменную и получают полную пару значений для ответа.

Почему его выбирают

Этот способ удобен, когда коэффициенты легко привести к нужному виду. Тогда лишних действий меньше, а вычисления получаются быстрее, чем при длинной подстановке.

Порядок решения системы

Последовательность действий при решении системы двух линейных уравнений



Сколько решений может иметь система

- **Одно решение**

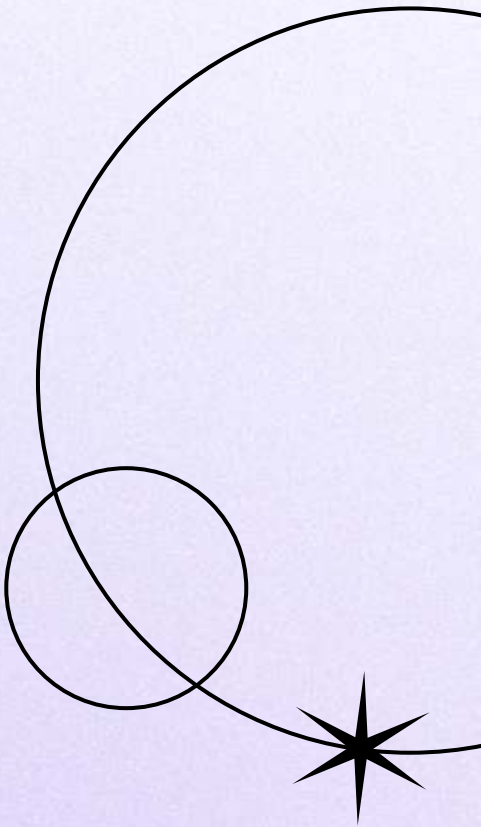
Если прямые пересекаются в одной точке, система имеет единственную пару значений. Это самый частый случай в школьных задачах с линейными уравнениями.

- **Нет решений**

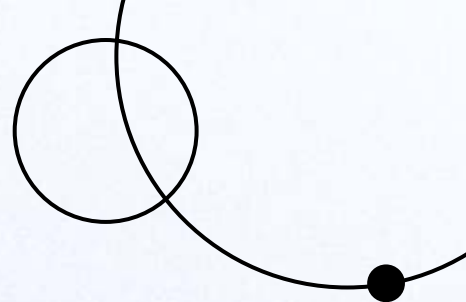
Когда прямые параллельны, они не имеют общих точек. Тогда никакая пара чисел не подходит сразу обоим уравнениям, и решений нет.

- **Бесконечно много решений**

Если оба уравнения задают одну и ту же прямую, каждая ее точка подходит системе. В этом случае решений бесконечно много.



Виды систем и их признаки

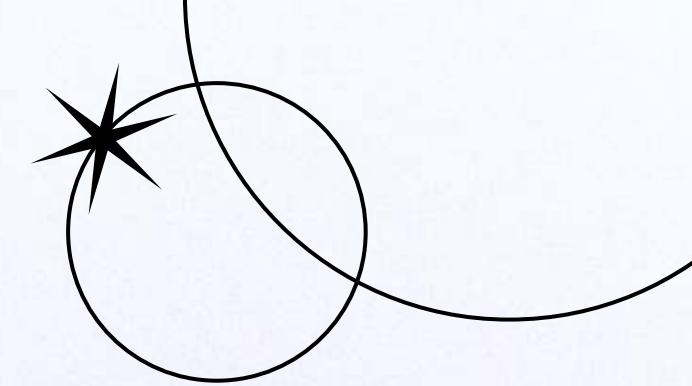


По виду графиков можно быстро понять, сколько решений имеет система.

Вид системы	Графики	Решений	Признак
Одно решение	пересекаются	1	общая точка
Бесконечно много	совпадают	бесконечно	одна прямая
Нет решений	параллельны	0	общих точек нет

Форма графиков напрямую показывает число решений и помогает быстро сделать вывод без вычислений.

Проверка найденного решения



Подстановка

Найденные значения подставляют в оба уравнения системы. Если после замены получаются верные равенства, решение подходит и можно считать его правильным.



Сравнение частей

При проверке отдельно считают левую и правую части каждого уравнения. Совпадение значений показывает, что пара чисел удовлетворяет обоим условиям одновременно.



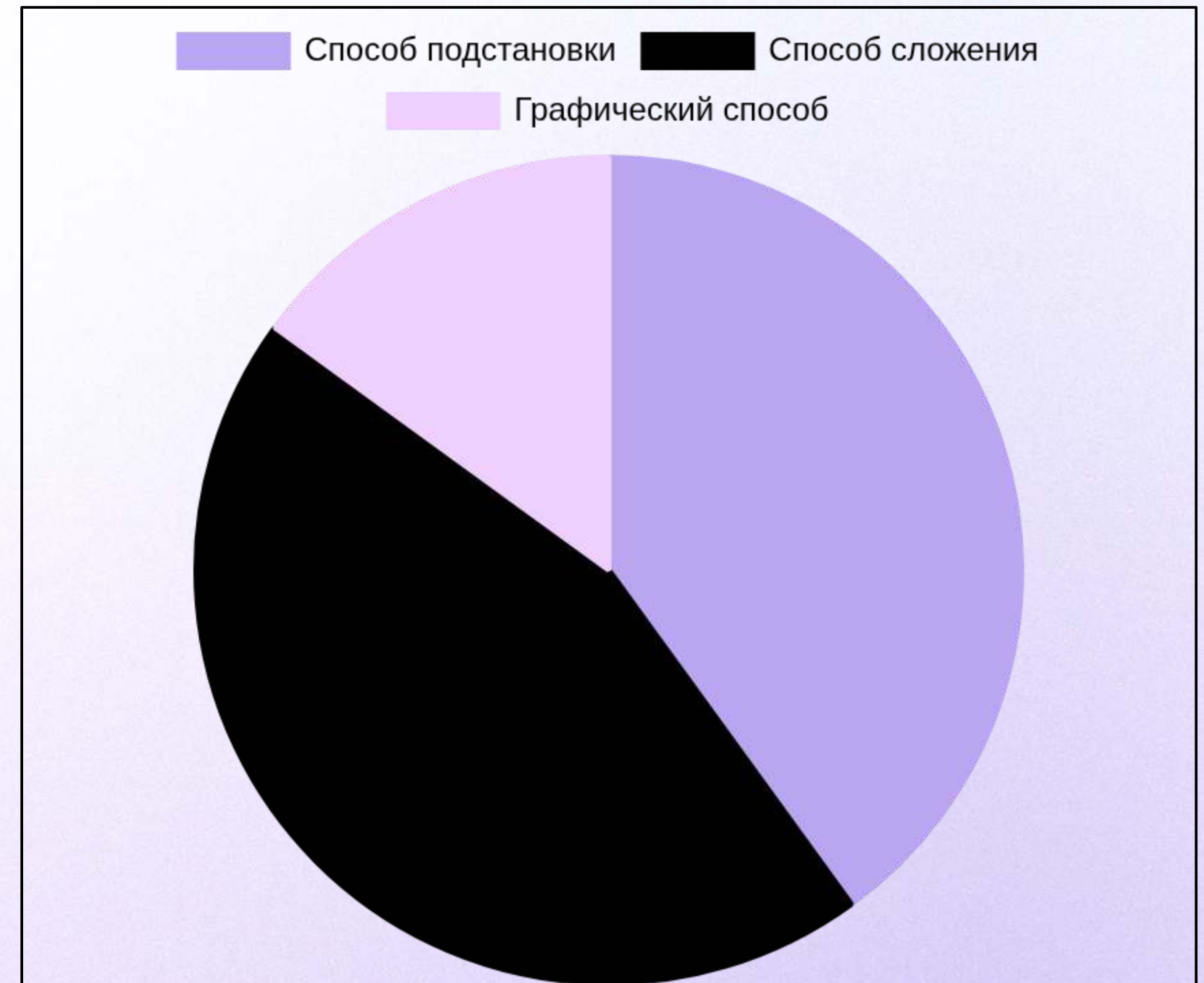
Зачем проверять

Проверка особенно полезна при отрицательных числах, дробях и длинных вычислениях. Она помогает заметить ошибку в знаке, переносе или подстановке еще до записи ответа.

Какие способы решения чаще используют

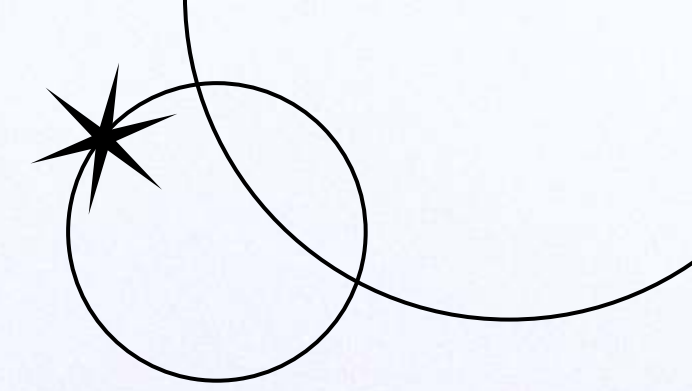
В школьных задачах чаще выбирают алгебраические способы: они дают точный ответ без построения графика и подходят для проверки вычислений.

Подстановка и сложение вместе составляют основную часть практики; графический способ чаще служит для наглядности и контроля результата.



★ По учебному описанию темы, слайдовая сводка:
подстановка — 40%, сложение — 45%, графический способ — 15%.

Системы в магазине и в жизни



Тетради и ручки в одной покупке

В магазине часто нужно узнать цену каждого товара, если известны общая сумма и количество покупок. Например, можно составить систему для тетрадей и ручек, когда часть данных дана в рублях, а часть — в штуках. Такой способ помогает найти стоимость каждого предмета отдельно.



Сумма есть, а цены неизвестны

Если ученик знает, сколько всего заплатили за несколько одинаковых товаров, но не знает цену каждого вида, одна формула не поможет. Два условия позволяют записать два уравнения и получить точный ответ. Именно поэтому системы уравнений удобны в бытовых задачах с покупками.

Линейная система в общем виде

1

Запись двух условий

Линейная система состоит из двух уравнений с одними и теми же неизвестными x и y . В каждом уравнении числа стоят рядом с переменными и задают одно условие задачи.

2

Что обозначают коэффициенты

Коэффициенты a, b, c, d, e, f — это известные числа, которые могут быть любыми, кроме случаев, когда уравнение теряет смысл. Они показывают связь между x и y .

3

Почему это удобно

Такая запись подходит для решения подстановкой или сложением, потому что уравнения можно преобразовывать, не меняя их смысла. Подобные системы часто встречаются в заданиях 7 класса.

Типичные ошибки при решении

1

Сбившийся знак

При переносе слагаемого легко забыть сменить знак или неверно раскрыть скобки. Из-за одной такой ошибки дальнейшие вычисления становятся неправильными, хотя метод выбран верно.

2

Неточный коэффициент

При подстановке часто пропускают множитель перед выражением или неверно переносят число. Тогда одно из уравнений превращается в другое, и ответ уже не подходит системе.

3

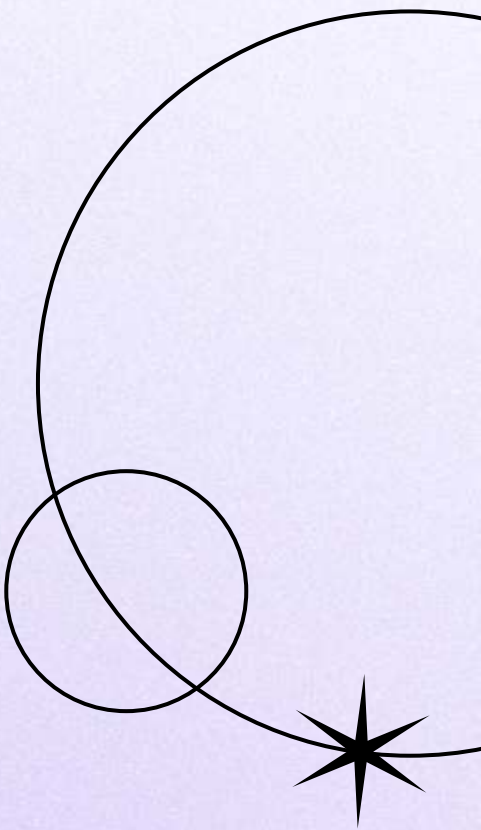
Потеря пары чисел

Ответом системы всегда является пара значений, а не одно число. Нужно записывать x и y вместе и не путать их порядок, иначе решение будет оформлено неверно.

4

Отсутствие проверки

Даже при аккуратных вычислениях можно ошибиться в действиях с отрицательными числами или дробями. Проверка подстановкой в оба уравнения помогает быстро заметить неточность.



Графический способ: сильные и слабые стороны

Понятный рисунок

График сразу показывает, где пересекаются прямые, и помогает увидеть смысл решения. Это удобно, когда важно не только посчитать, но и понять связь между уравнениями.

Видно число решений

По взаимному положению прямых легко определить, есть ли одна общая точка, нет ли её совсем или совпадают ли линии полностью. Такой вывод получается почти без вычислений.

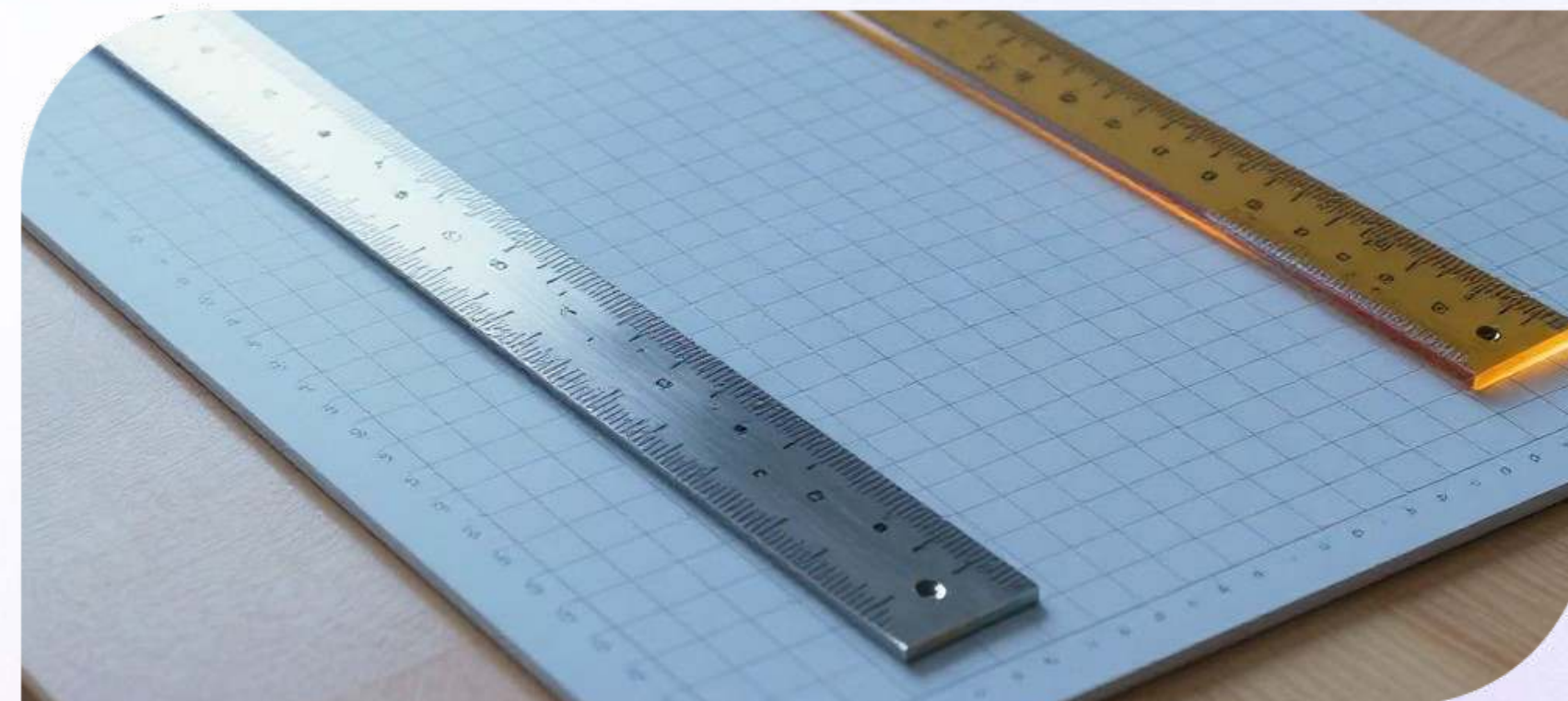
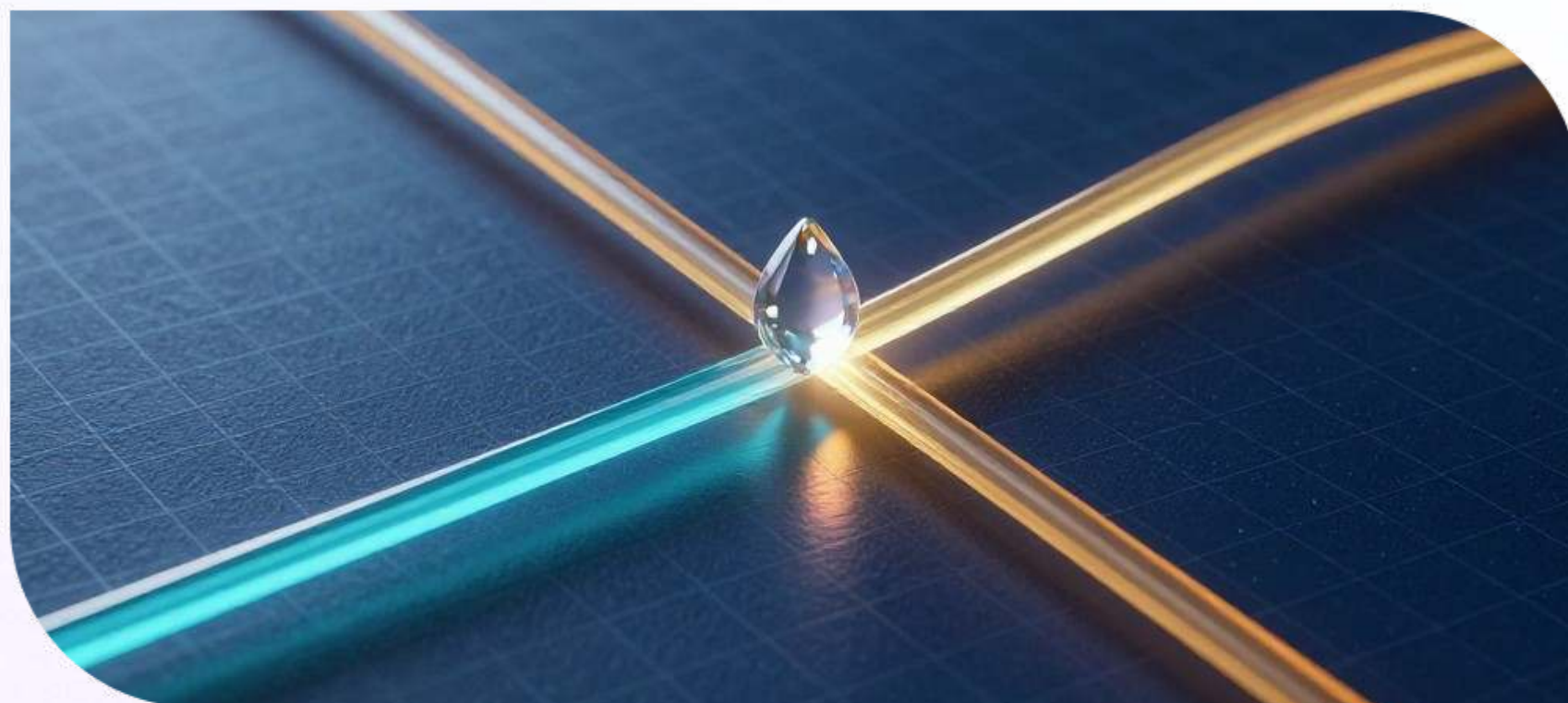
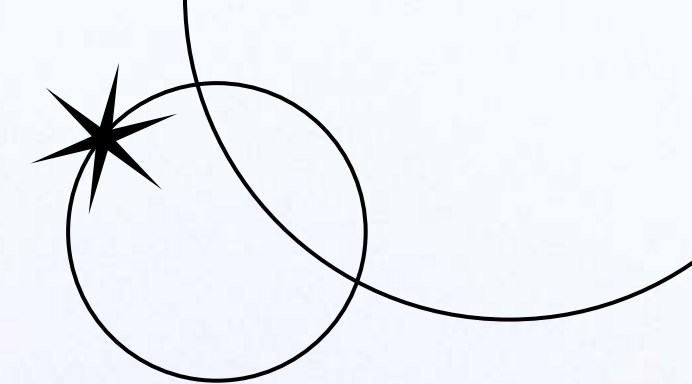
Точность зависит от построения

Если координаты точки пересечения дробные, найти их точно по рисунку трудно. Даже небольшая неточность в масштабе или разметке может изменить ответ.

Не всегда быстро

При сложных коэффициентах построение прямых занимает время, а расчёты остаются обязательными. Поэтому графический способ чаще используют для простых систем и проверки решения.

Координатная плоскость и пересечение прямых



Точка, где встречаются линии

На координатной плоскости каждая прямая показывает своё уравнение, а их пересечение обозначает общее решение системы. Если линии пересекаются в одной точке, именно её координаты подходят обоим уравнениям одновременно. Так алгебра соединяется с геометрией и становится наглядной.

Геометрический смысл задачи

Когда нужно найти координаты точки, расположение прямых или неизвестную величину в чертеже, система уравнений помогает связать числа с рисунком. Поэтому такие задания развивают умение читать координатную сетку и понимать, как формулы описывают фигуры на плоскости.

Как выбрать удобный способ решения

1

Сначала посмотри на запись

Если одно из неизвестных уже выражено через другое, подстановка обычно даёт самый короткий путь. Тогда не нужно дополнительно преобразовывать оба уравнения.

2

Проверь коэффициенты

Когда числа при x или y легко сделать одинаковыми или противоположным и, выгоднее использовать сложение. Этот способ часто сокращает вычисления и убирает одну переменную сразу.

3

Оцени необходимость рисунка

Если важно увидеть смысл задачи или быстро проверить ответ, помогает графический способ. Он особенно полезен, когда система простая и прямые легко построить.

4

Выбирай по удобству

Не существует одного лучшего метода для всех случаев. Удачный выбор зависит от вида уравнений, аккуратности вычислений и того, нужен ли точный или наглядный результат.

Сравнение способов решения системы

Способ	Когда удобен	Что быстро	Недостаток
Подстановка	Есть выражение	Точный ответ	Могут быть дроби
Сложение	Легко уравнивать	Исключение переменной	Нужно преобразование
График	Нужна наглядность	Точка пересечения	Ответ может быть неточным

Три способа решения помогают по-разному: одни дают точный алгебраический ответ, другие — наглядное представление.

Подстановка и сложение лучше подходят для точного ответа, а график — для понимания и проверки. Выбор зависит от вида уравнений и цели решения.

Задания для тренировки



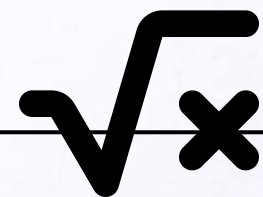
Покупки в магазине

Составляй систему по цене двух товаров, если известны общая сумма и количество. Такие задачи учат переводить текст в уравнения и аккуратно проверять найденные значения.



Движение навстречу

В задачах на движение обычно неизвестны скорость, время или расстояние. Здесь важно правильно связать данные условиями и выбрать способ решения, который даст короткие вычисления.



Два числа

Задачи на нахождение двух чисел помогают отрабатывать составление уравнений по сумме и разности. Они хорошо показывают, как одна пара значений удовлетворяет сразу двум условиям.



Координаты точек

При работе с координатной плоскостью полезно находить точки пересечения прямых и читать их координаты. Это помогает лучше понять связь между рисунком и алгебраической записью.

Системы уравнений: от записи к ответу

Система двух уравнений помогает найти одну общую пару значений x и y . Подстановка, сложение и график дополняют друг друга, а проверка делает ответ надёжным.