



# Графическое решение системы уравнений с двумя неизвестными

Две прямые на одной плоскости могут скрывать одно общее решение.

# Как графики помогают решать системы

Координатная плоскость соединяет рисунок и вычисления. Линейные уравнения удобно изображать прямыми, а их взаимное расположение сразу показывает, будет ли у системы одно решение, нет решений или их бесконечно много.



# Что такое система уравнений

## 1 Два уравнения

Система состоит из двух уравнений с одними и теми же неизвестными, чаще всего  $x$  и  $y$ . Оба равенства должны выполняться одновременно для одной пары чисел.

---

## 2 Одна пара чисел

Решением системы называют упорядоченную пару, которая подходит сразу к обоим уравнениям. Если хотя бы одно равенство нарушается, такая пара не является решением.

---

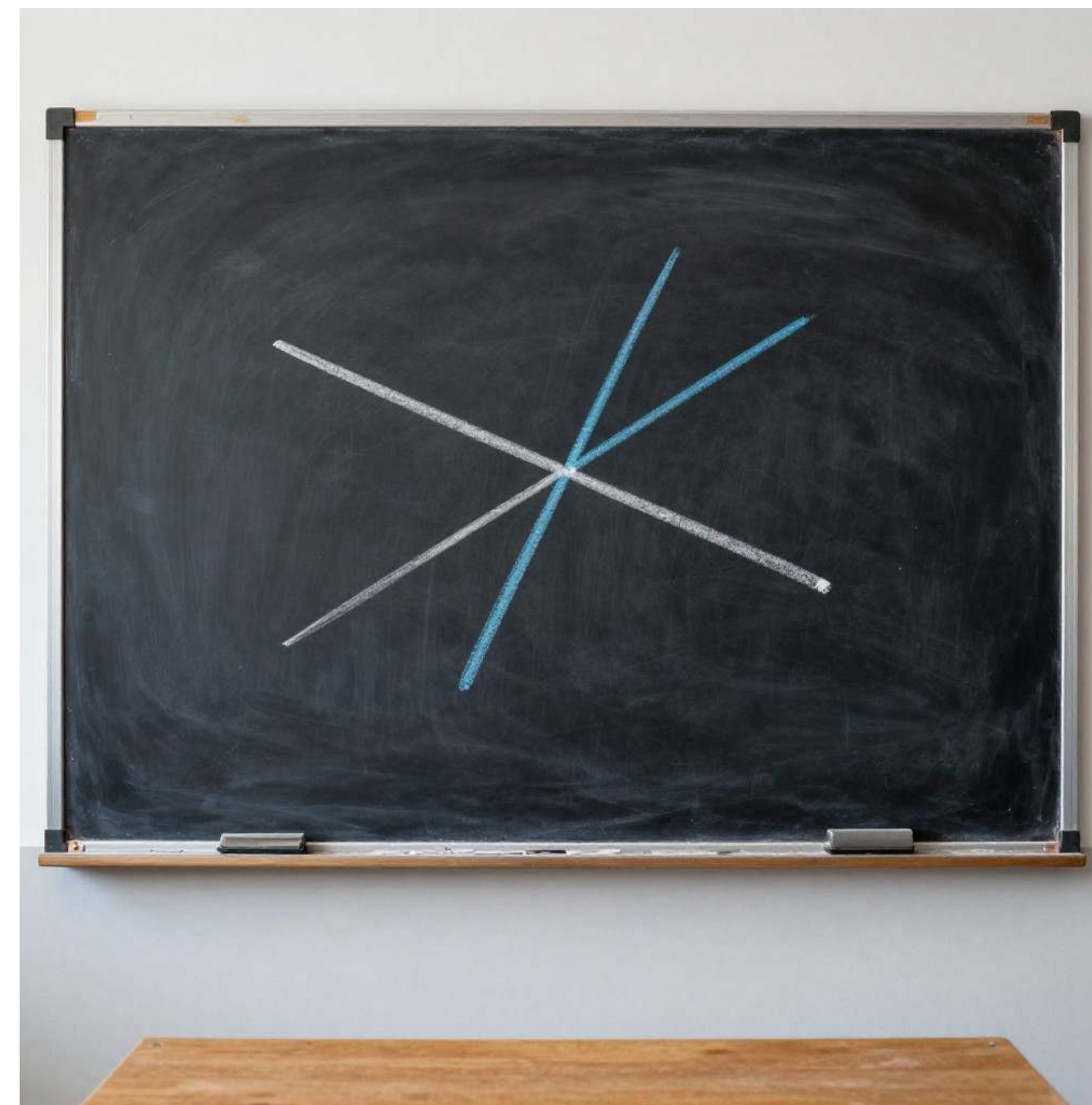
## 3 Графический смысл

Для линейных уравнений удобно строить графики на координатной плоскости. Тогда искомая пара чисел находится в точке, где две прямые пересекаются.

---

## 4 Проверка ответа

После нахождения точки пересечения её координаты обязательно подставляют в оба уравнения. Это помогает убедиться, что решение найдено верно и без ошибок вычисления.



# Координатная плоскость и прямая как график уравнения

## Две оси

Точка на плоскости задаётся парой координат  $(x; y)$ . Ось  $x$  называют осью абсцисс, а ось  $y$  — осью ординат; по ним удобно читать положение точки.

## Линия вместо формулы

График линейного уравнения обычно представляет собой прямую. Одно уравнение задаёт одну линию, поэтому по чертежу можно сразу видеть его зависимость между  $x$  и  $y$ .

## Что важно на чертеже

Для точного построения нужны подписи осей, одинаковый масштаб и аккуратная сетка. Без этого легко ошибиться в положении точки и получить неверное пересечение прямых.

## Общая точка

Когда на одной плоскости изображены два графика, их общая точка показывает решение системы. Именно её координаты нужно записать после построения.



# Алгоритм графического решения системы

## 1. Записать уравнения

Сначала рассматривают обе части системы и определяют, можно ли привести каждое уравнение к виду  $y = kx + b$ .

## 2. Построить прямые

Затем для каждого уравнения строят свою прямую в одной и той же системе координат, чтобы графики можно было сравнить.

## 3. Найти пересечение

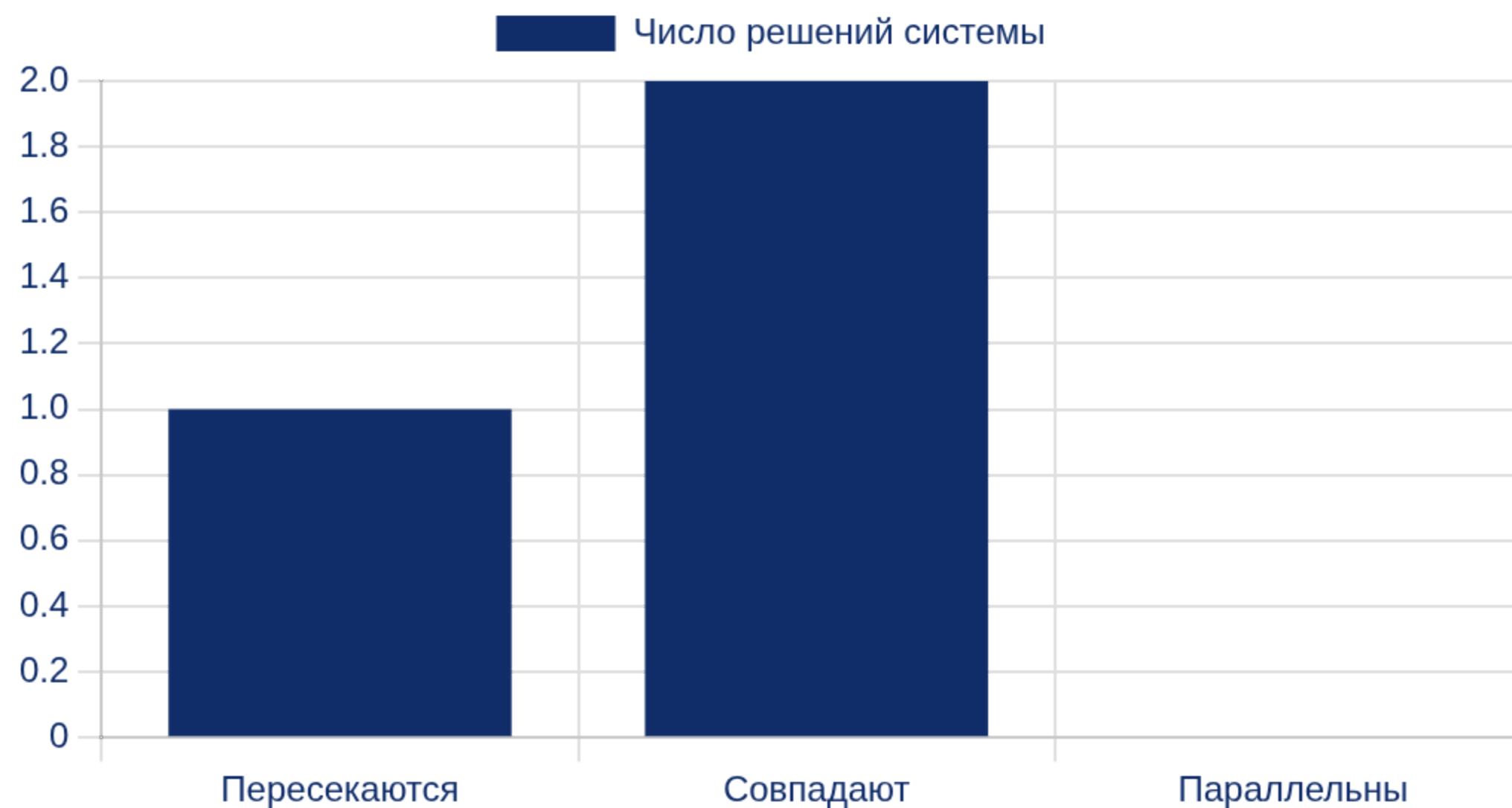
После построения определяют точку, в которой прямые пересекаются. Если точки нет или прямые совпали, это тоже важно для ответа.

## 4. Проверить ответ

Наконец, координаты найденной точки подставляют в оба уравнения. Если оба равенства верны, решение записано правильно.



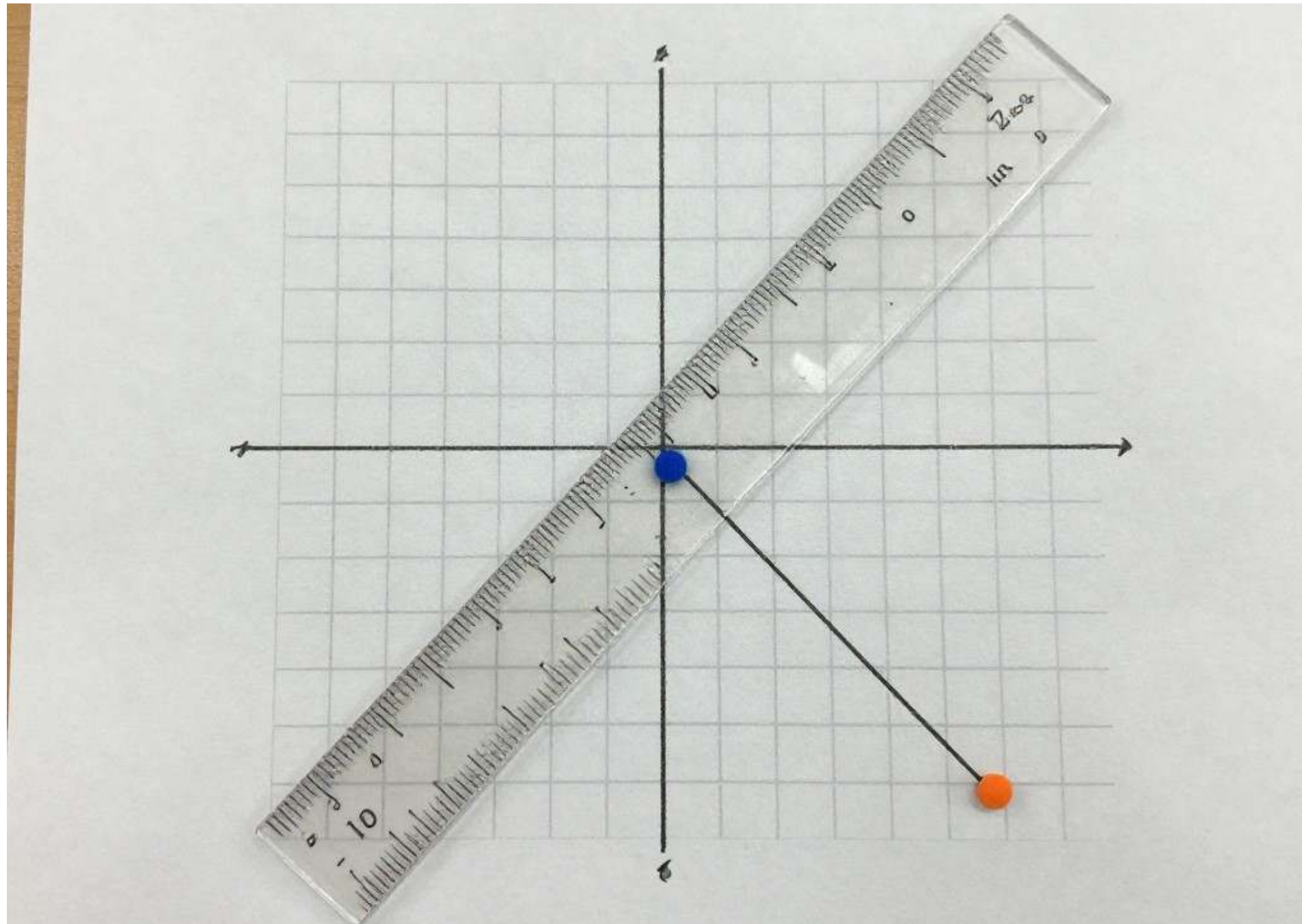
# Сколько решений может иметь система



В графическом методе важна не только точка, но и форма самих прямых. Она сразу подсказывает, какой ответ возможен.

Одна общая точка означает одно решение, совпадение прямых — бесконечно много решений, а параллельность — отсутствие решений.

# Как строят прямую по двум точкам



**1**

## Выбрать удобные $x$

Сначала подставляют простые значения  $x$ , например 0, 1 или 2. Так быстрее находят соответствующие значения  $y$  и получают первые точки.

**2**

## Найти координаты точек

Для каждого выбранного  $x$  вычисляют  $y$  по формуле уравнения. Полученные пары записывают аккуратно, чтобы не перепутать порядок координат.

**3**

## Отметить на плоскости

Точки наносят на координатную сетку с учётом масштаба. Чем точнее расположены отметки, тем надёжнее получится график.

**4**

## Соединить прямой

После этого две точки соединяют линейкой. Полученная линия и есть график уравнения, который затем используют для решения системы.

# Взаимное расположение прямых и число решений

| Вид          | Общие точки | Ответ |
|--------------|-------------|-------|
| Пересекаются | 1           | одно  |
| Совпадают    | беск.       | много |
| Параллельны  | 0           | нет   |

Положение двух прямых на плоскости полностью определяет ответ системы линейных уравнений.

Если прямые пересекаются, решение одно; если совпадают — их бесконечно много; если параллельны — общих точек нет.

# Как найти решение на графике

Последовательность действий при графическом решении системы линейных уравнений



В примере  $y = 2x + 1$  и  $y = -x + 4$  прямые пересекаются только один раз, поэтому система имеет ровно одно решение.

Пример из условия

# 1

**общая точка у двух прямых  
означает единственное  
решение системы.**

# Почему иногда решений нет

## Параллельные прямые

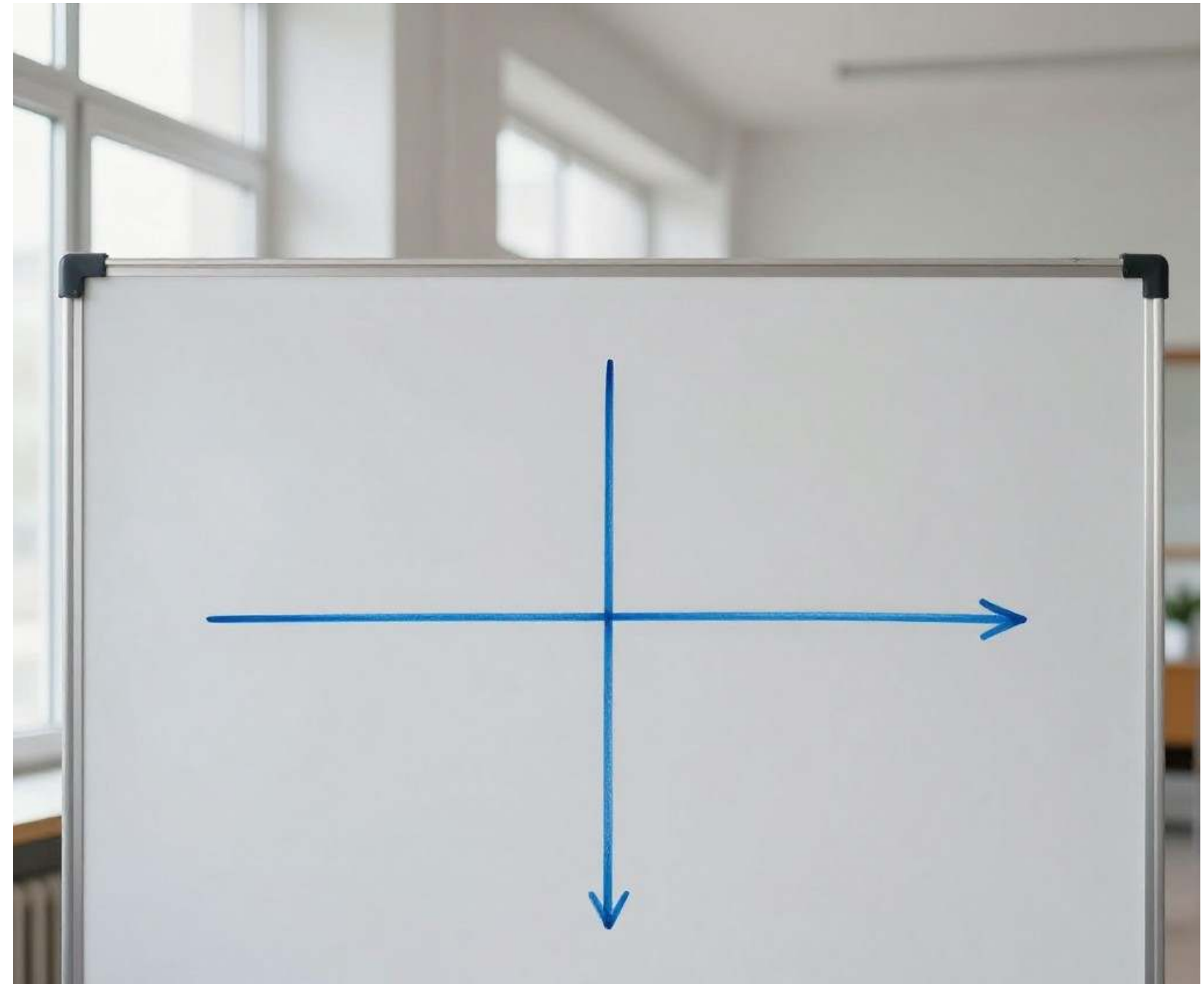
Если графики двух линейных уравнений имеют одинаковый наклон, но разные свободные члены, они идут рядом и не пересекаются. Тогда нельзя найти одну пару  $x$  и  $y$ , подходящую сразу обоим уравнениям.

## Нет общей точки

Отсутствие пересечения на координатной плоскости означает, что у системы нет решения. Это удобно видеть сразу: две прямые могут быть красивыми и ровными, но ни в одной точке не совпадают.

## Разные уравнения — разные линии

Даже небольшая разница в свободном члене сдвигает прямую вверх или вниз. Из-за этого графики остаются параллельными, а общий ответ для системы не появляется.

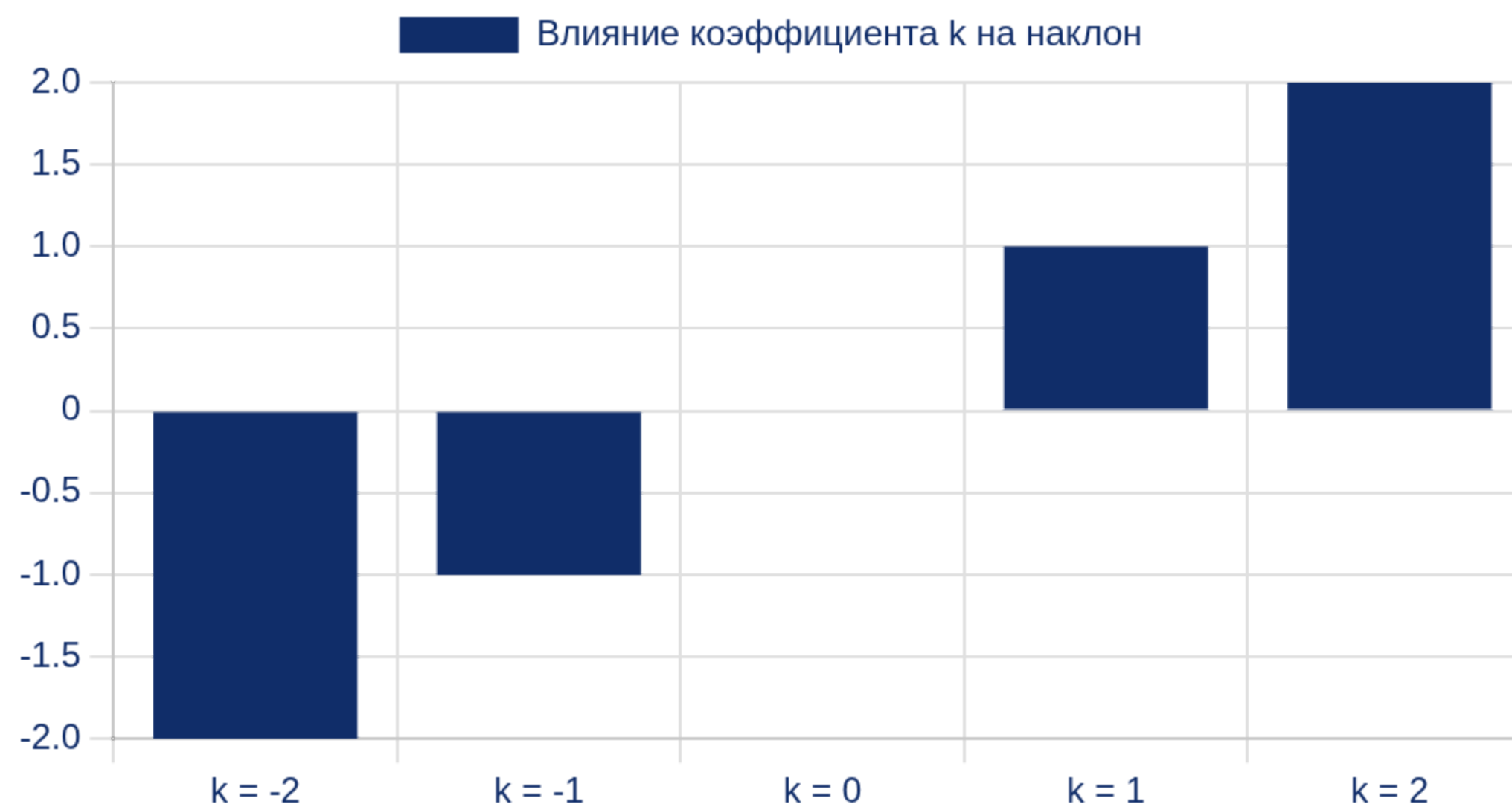


Совпадающие графики дают бесконечно много решений: любой их общий пункт можно считать ответом.



**означает, что каждая точка  
общей прямой подходит  
для системы.**

# Как коэффициент $k$ влияет на наклон прямой



Для построения важно не только направление, но и масштаб: при больших значениях  $|k|$  прямая выглядит более крутой.

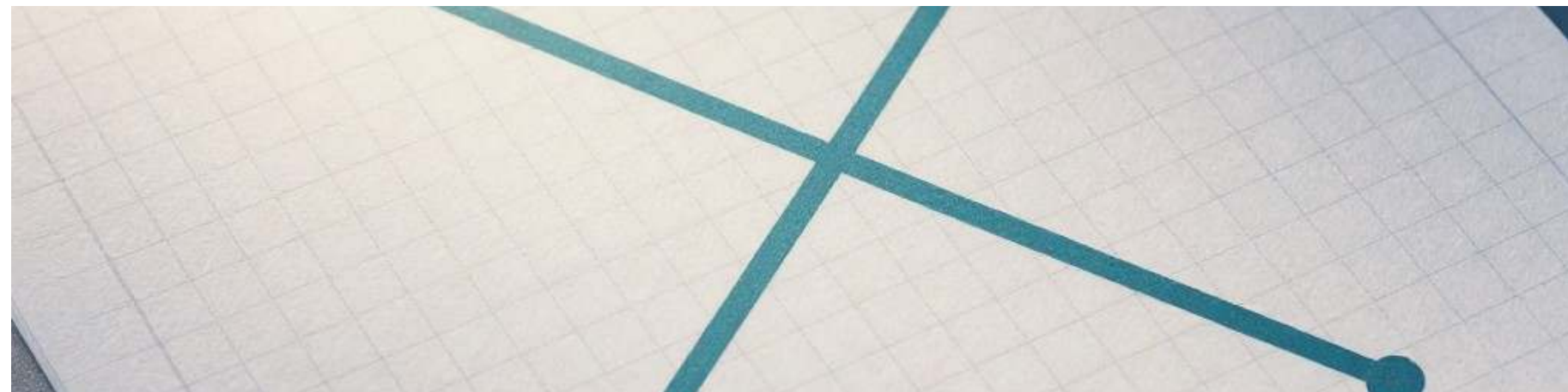
Знак  $k$  задаёт направление наклона, а модуль  $k$  — его крутизну; это помогает быстро представить вид графика до построения.

Иллюстративные значения по формуле  $y = kx + b$

# Как не ошибиться при построении

## Оси перепутаны местами

На черновике ученик иногда подписывает горизонтальную ось как  $y$ , а вертикальную — как  $x$ . Из-за этого все точки оказываются не там, где должны, и пересечение прямых на рисунке уже не соответствует уравнениям.



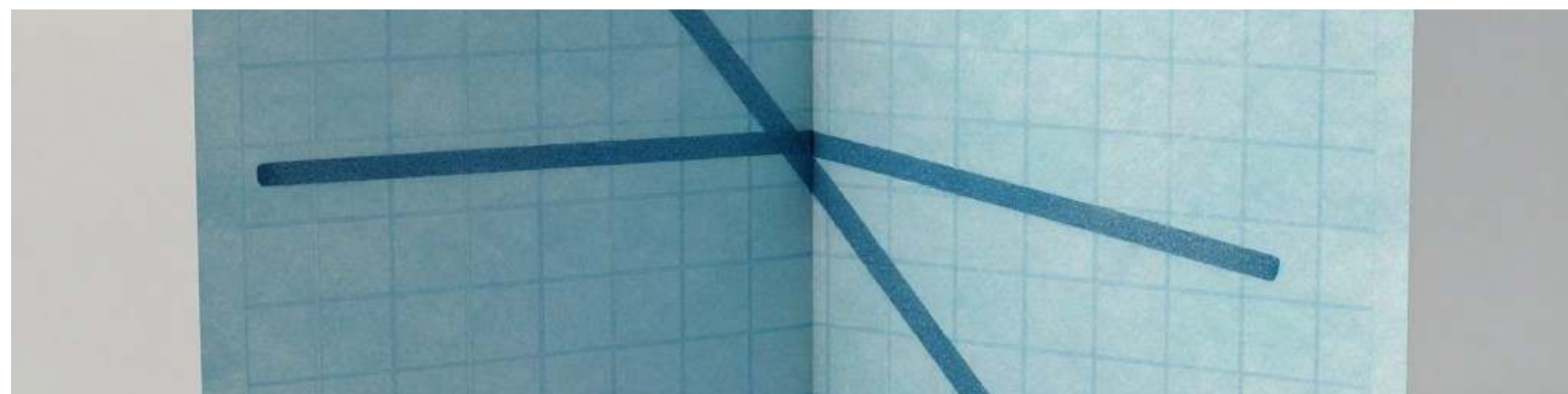
## Слишком грубый масштаб

Если деления на осях выбраны неаккуратно, точки с координатами трудно отметить точно. Тогда даже верное уравнение может выглядеть неправильно, а линия получится смещённой или слишком резко наклонённой.



## Ошибки со знаком

Самая частая путаница возникает при вычислении значений  $y$  для отрицательных  $x$  или при переносе числа через знак равенства. На рисунке это сразу заметно: прямая уходит в неверную сторону и даёт ложную точку пересечения.



# Проверка найденного решения

## 1 Записать координаты

Сначала аккуратно выпишите координаты точки пересечения. Лучше сверить их по клеткам и убедиться, что не перепутаны  $x$  и  $y$ , потому что именно эта пара будет проверяться в обоих уравнениях.

---

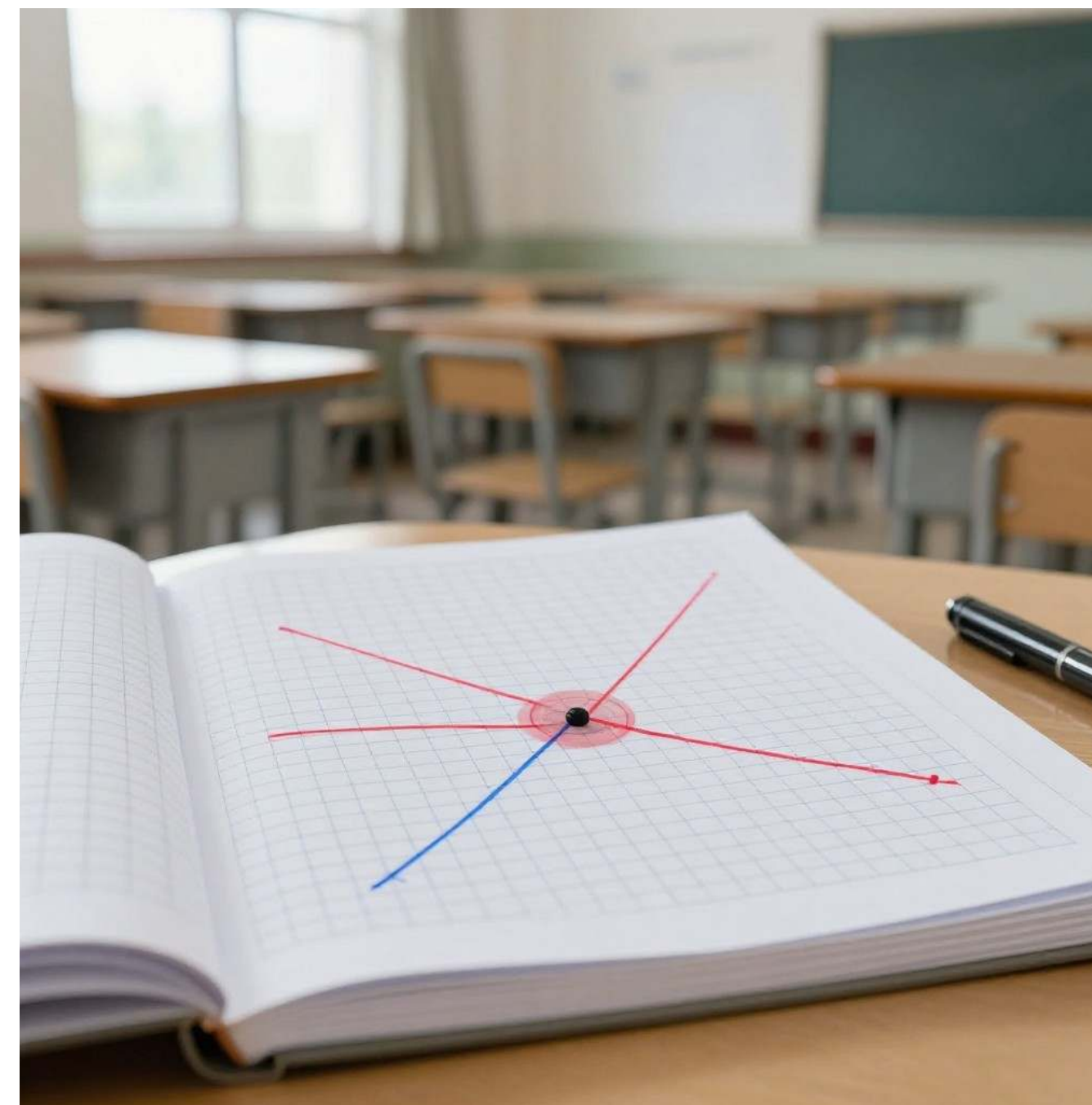
## 2 Подставить в оба уравнения

Затем замените  $x$  и  $y$  найденными числами в каждом уравнении системы. Если после вычислений получаются верные равенства, значит, точка действительно принадлежит обоим графикам.

---

## 3 Сделать вывод

Когда проверка пройдена, ответ можно смело записывать как решение системы. Если хотя бы одно равенство не выполняется, значит, при построении или чтении координат допущена ошибка.



# Сравнение графического и алгебраического способов

Оба метода решают одну задачу, но делают это по-разному: один показывает картину на плоскости, другой даёт точный вычислительный ответ.

Графический способ полезен для понимания смысла решения, а алгебраический — для точного ответа; вместе они помогают и увидеть, и проверить результат.

| Критерий    | Графический        | Алгебраический     |
|-------------|--------------------|--------------------|
| Наглядность | высокая            | средняя            |
| Точность    | зависит от чертежа | высокая            |
| Лучше для   | линейных задач     | сложных вычислений |

# Как выбрать способ решения

Схема помогает понять, когда для линейной системы удобнее график, а когда лучше вычисления.



# Применение в практических задачах

## Пересечение маршрутов



Если два пути описываются разными уравнениями, их общая точка показывает место встречи или пересечения. На графике сразу видно, совпадают ли направления движения и где именно они соединяются.

---

## Встреча объектов



Системы помогают определить момент, когда два человека, машина или поезд оказываются в одном месте. Координаты точки пересечения дают и время, и значение второй величины.

---

## Сравнение расходов



При разных способах оплаты можно сравнить зависимость стоимости от количества покупок. Общая точка графиков показывает, при каком значении расходы становятся одинаковыми.

---

## Зависимости в науке



В задачах с измерениями графики позволяют увидеть, как одна величина связана с другой. Пересечение прямых помогает найти одинаковый результат в двух разных моделях.

# Что нужно запомнить о графическом решении



## 1

### Общая точка

Решение системы — это точка, которая одновременно принадлежит обоим графикам. Если графики не имеют общей точки, то и решения у системы нет.

---

## 2

### Две прямые

Для линейных уравнений каждое уравнение изображается прямой на одной координатной плоскости. Именно поэтому графический метод так удобен для сравнения двух зависимостей.

---

## 3

### Один, ноль или бесконечно много

Пересекающиеся прямые дают одно решение, параллельные — ни одного, а совпадающие — бесконечно много. Вид графиков сразу подсказывает ответ без долгих вычислений.

---

## 4

### Проверка обязательна

Даже если точка найдена по рисунку, её нужно подставить в оба уравнения. Это помогает избежать ошибки из-за неточного чтения координат или построения.

# Пересечение графиков — это ответ системы

Графический метод превращает систему уравнений в понятный рисунок на координатной плоскости. Он помогает увидеть число решений, найти общую точку и убедиться, что ответ действительно подходит обоим уравнениям.