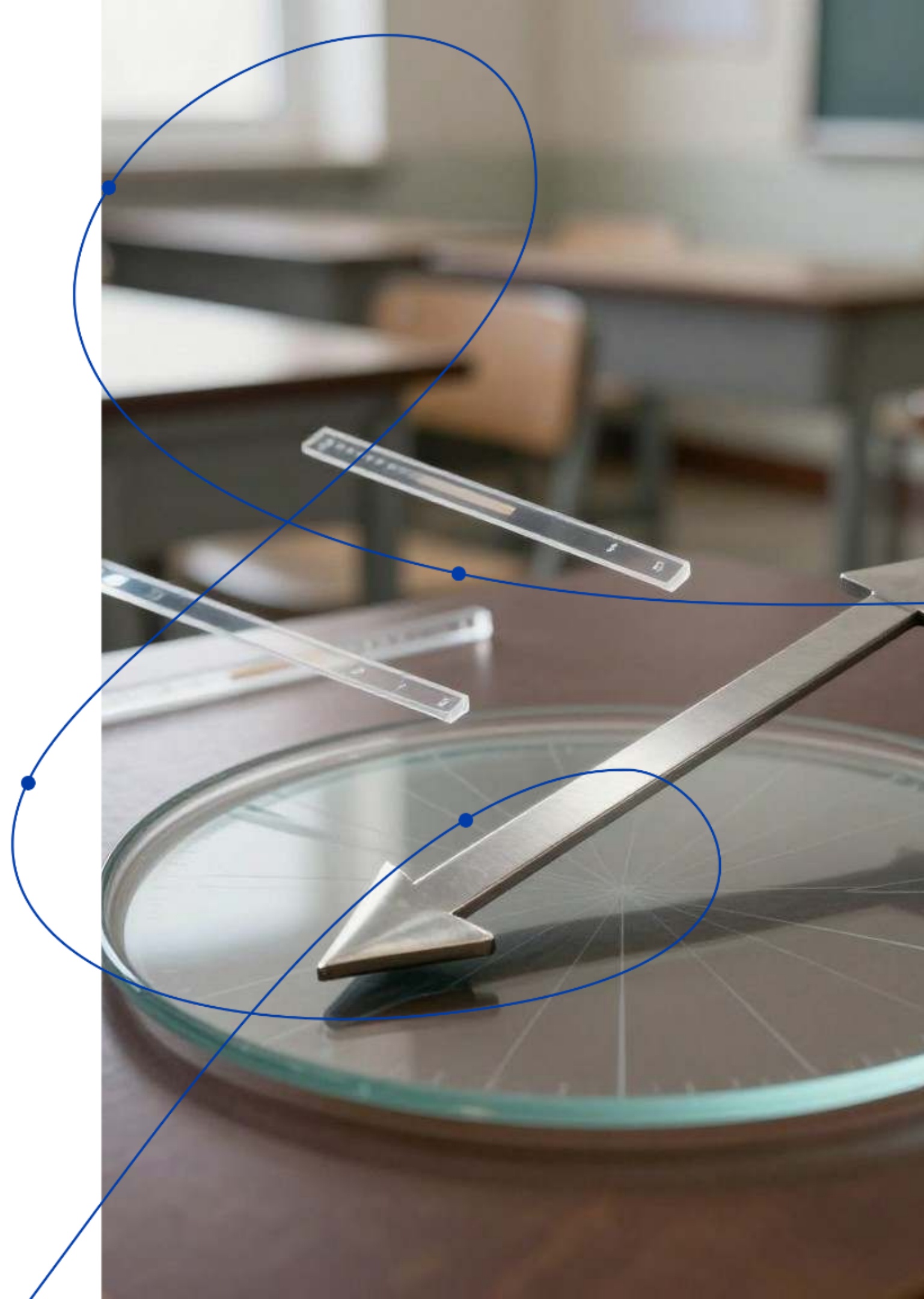


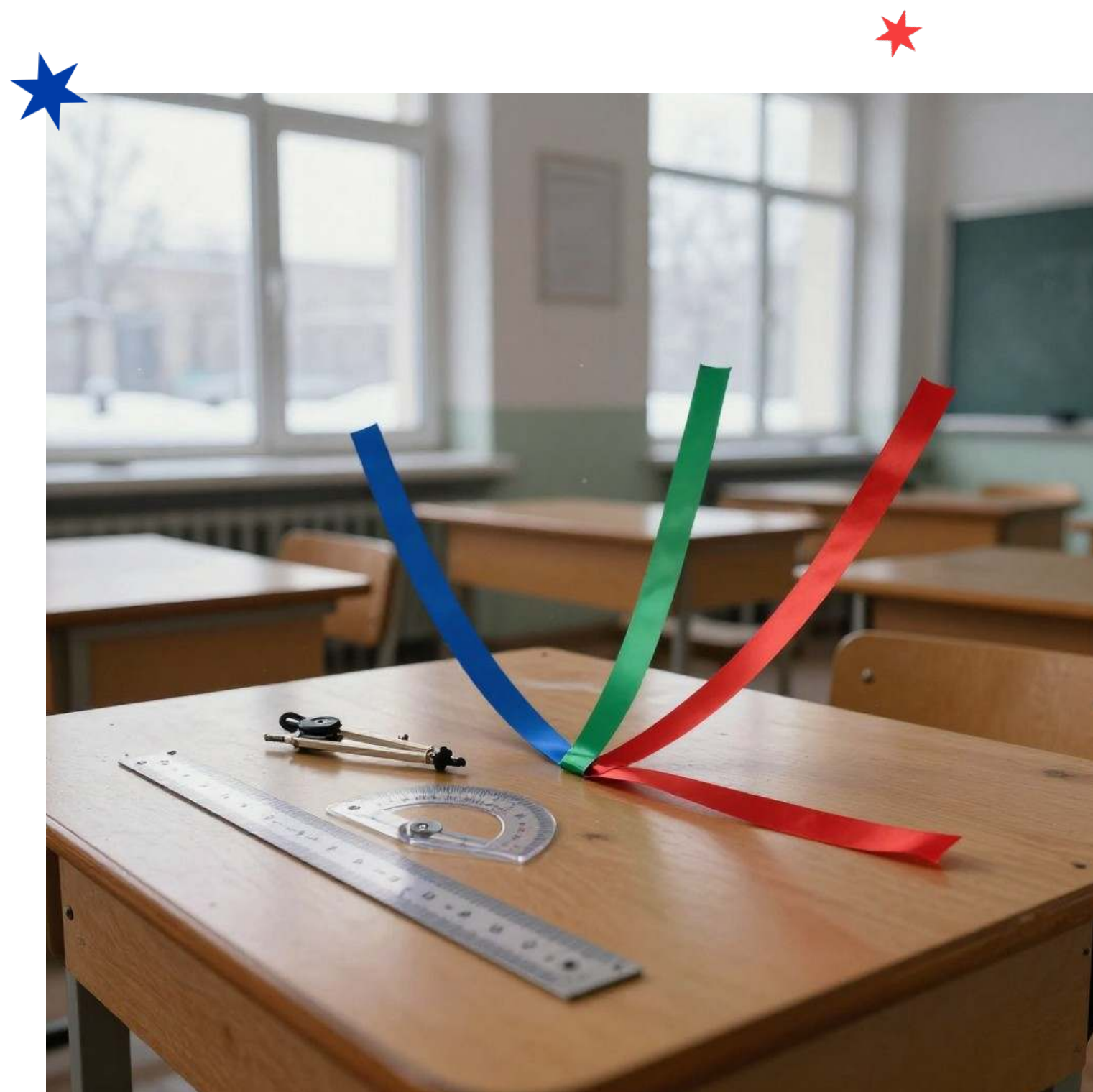
# Понятие вектора: от направленного отрезка к вычислениям

Вектор объединяет длину и направление и превращает рисунок в точные вычисления.



# Почему тема векторов особенно важна в 11 классе

Векторы — базовый инструмент курса: они помогают связывать планиметрию, координатный метод и подготовку к стереометрии. На векторном языке компактно записывают перемещения, силы и скорости, а также решают задачи на расстояния и углы.



# Что называют вектором

Вектор — это направленный отрезок, у которого есть начало и конец. Характеристики задаются с ориентацией: длина показывает величину, а направление — куда именно направлен перенос или действие.

---

Длину вектора называют модулем и обозначают  $|a|$  или  $|AB|$ . Такая запись позволяет переходить от наглядного рисунка к кратким утверждениям о величинах и сравнениях.

---

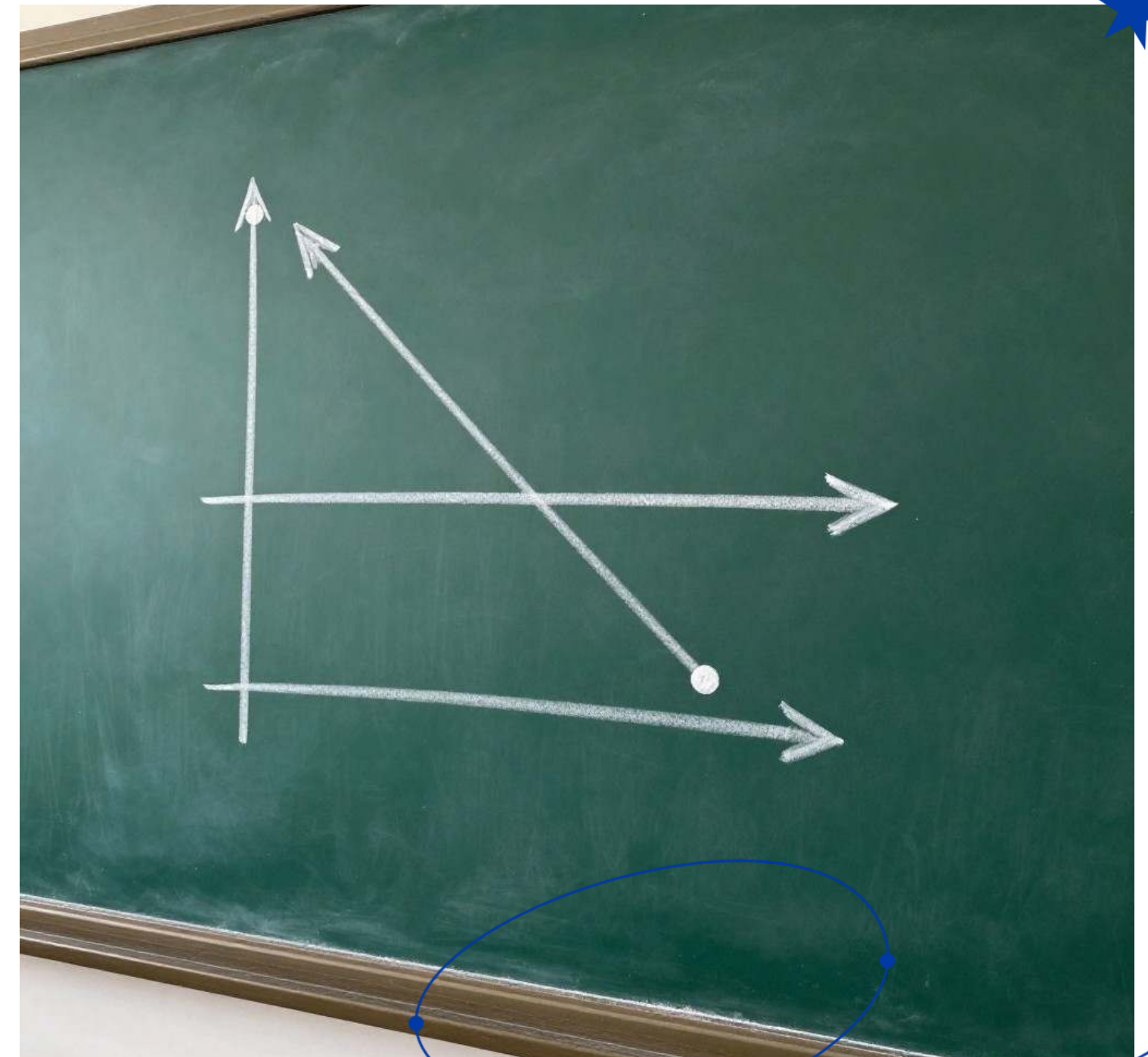
В школьных задачах векторные величины встречаются постоянно: перемещение точки, скорость движения, сила, направленная на тело. Они отражают не только «сколько», но и «в какую сторону».



# Геометрическое изображение вектора



- Вектор изображают стрелкой: начало стрелки соответствует началу, наконечник — направлению к концу. Длина стрелки на чертеже служит наглядным показателем модуля, хотя масштаб часто условный.
- На координатной плоскости удобно рассматривать векторы  $AB$ , а также направленные вправо и вверх, или лежащие на горизонтальной прямой. Такой выбор примеров помогает понять, как направление «читается» с рисунка.



# Основные обозначения и их смысл



Сопоставление символов и того, что они означают, ускоряет чтение условия задачи.

Одни и те же символы позволяют различать сам объект-вектор, его модуль и противоположное направление, а также фиксировать случаи нулевого вектора.

| Обозначение | Смысл            | Пример            |
|-------------|------------------|-------------------|
| $a$         | вектор           | $a$               |
| $AB$        | вектор по точкам | $A \rightarrow B$ |
| $ a ,  AB $ | модуль           | $ AB $            |
| $0$         | нулевой вектор   | $ 0 =0$           |
| $-a$        | противоположный  | $-a$              |

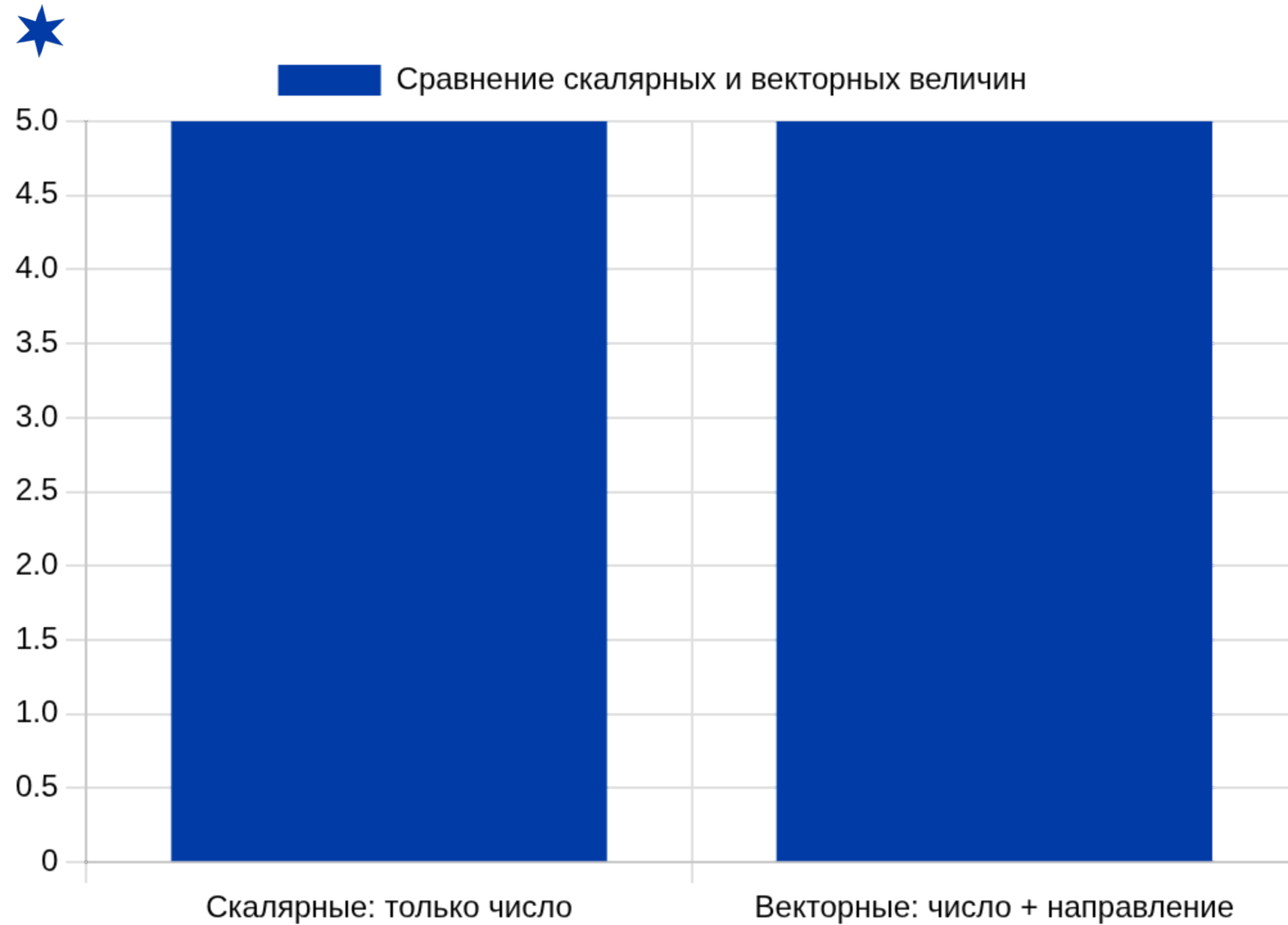


# 0

**Для нулевого вектора  
модуль равен нулю, но  
направление не  
задаётся.**

Модуль отражает длину и всегда неотрицателен. Направление определяется ориентацией от начальной точки к конечной, а для нулевого вектора оно не определено.

# Скалярные и векторные величины



Скаляр задают без указания «куда», а вектор нельзя полностью описать одним числом — нужно направление.

Различие «только величина» и «величина вместе с направлением» определяет, как мы записываем и решаем задачи.

# Равные, сонаправленные и противоположные векторы

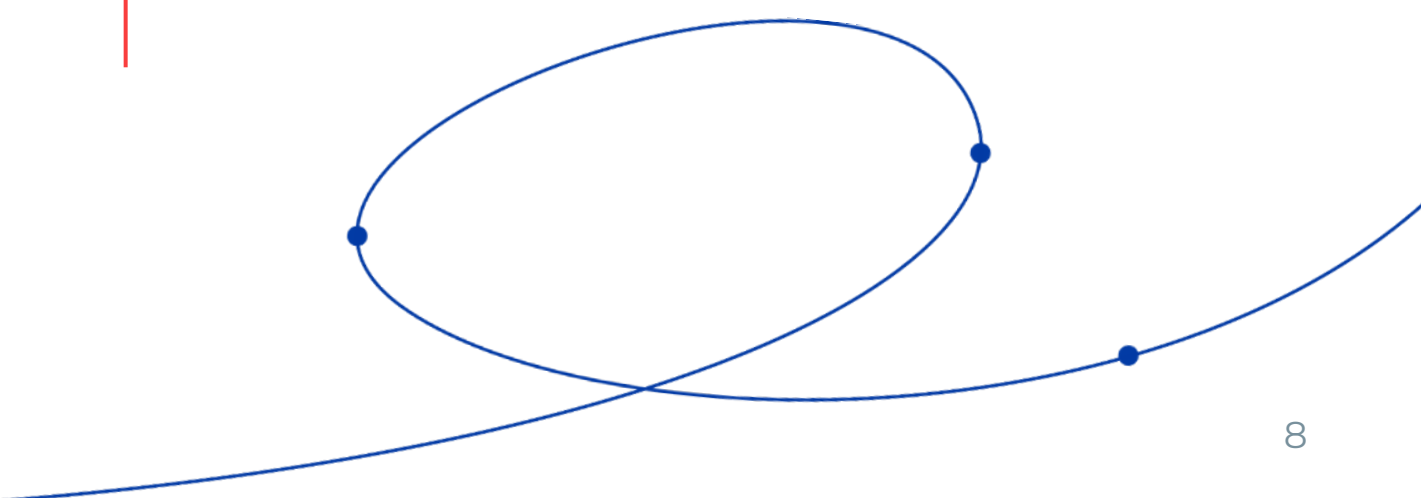


Равные векторы имеют одинаковые модуль и направление, даже если их начало и конец находятся в разных местах чертежа. Поэтому для равенства важны не координаты точки приложения, а характеристики направления.



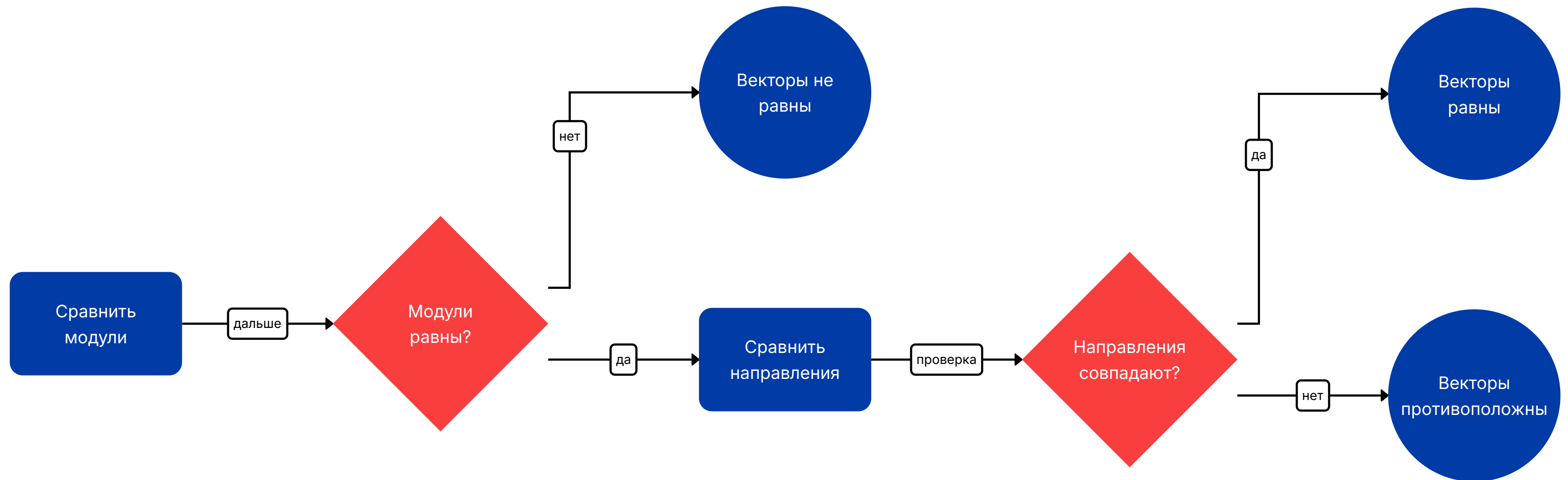
Сонаправленные векторы лежат на параллельных (или совпадающих) прямых и направлены одинаково. Их можно «переносить» вдоль плоскости, не меняя ориентацию.

Противоположные векторы обладают равными модулями, но направлены в разные стороны. Это различие особенно заметно в задачах на переносы, сравнение векторов и построения с диагоналями.



# Как установить равенство векторов

Пошаговая логика проверки по модулю и направлению.



# Координаты вектора на плоскости

Чтобы задать вектор на координатной плоскости, используют пару чисел  $(x; y)$ . Здесь  $x$  показывает изменение по оси  $Ox$ , а  $y$  — изменение по оси  $Oy$ .

---

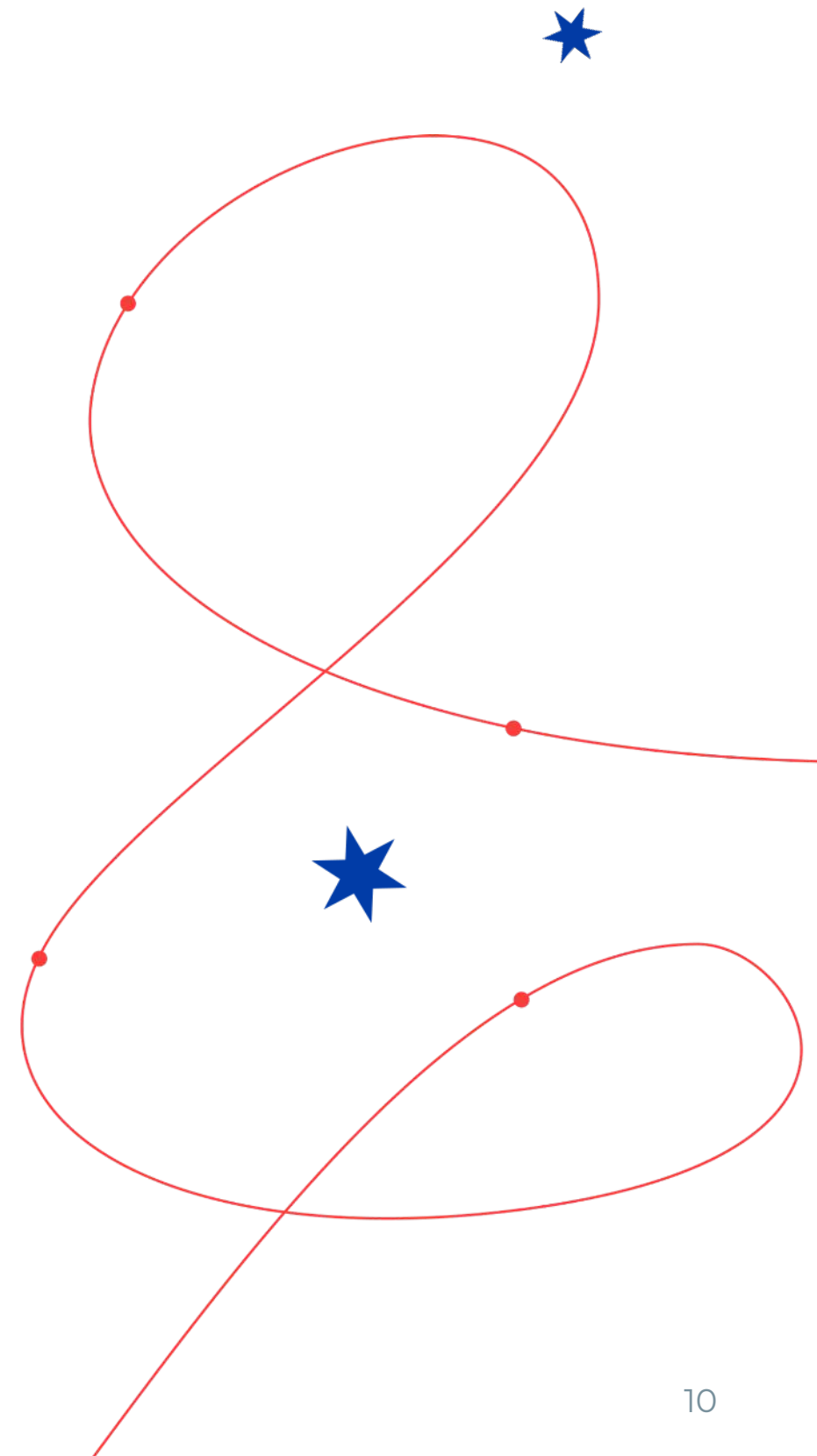
Если известны координаты точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ , то координаты вектора  $AB$  находятся как  $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$ . Это связывает рисунок с вычислениями.

---

Такое представление позволяет контролировать направление: знак разности по каждой оси сразу подсказывает, в какую сторону направлен вектор по горизонтали и по вертикали.

---

Координатная запись особенно удобна в задачах, где нужно быстро перейти к формулам для длины, углов и для дальнейших операций с векторами.



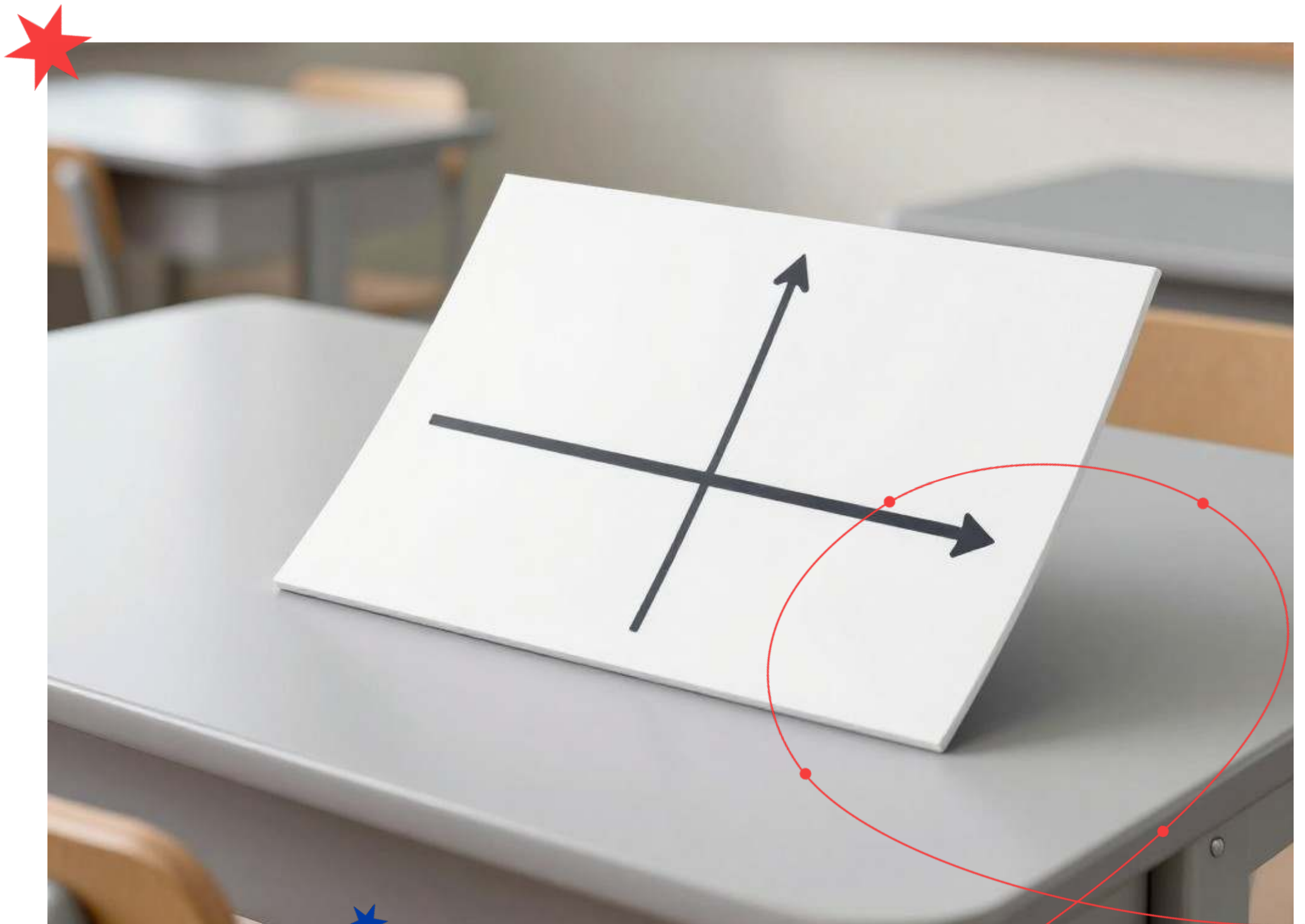
# Вектор и его проекции на координатные оси

## Разложение на горизонтальную и вертикальную составляющие

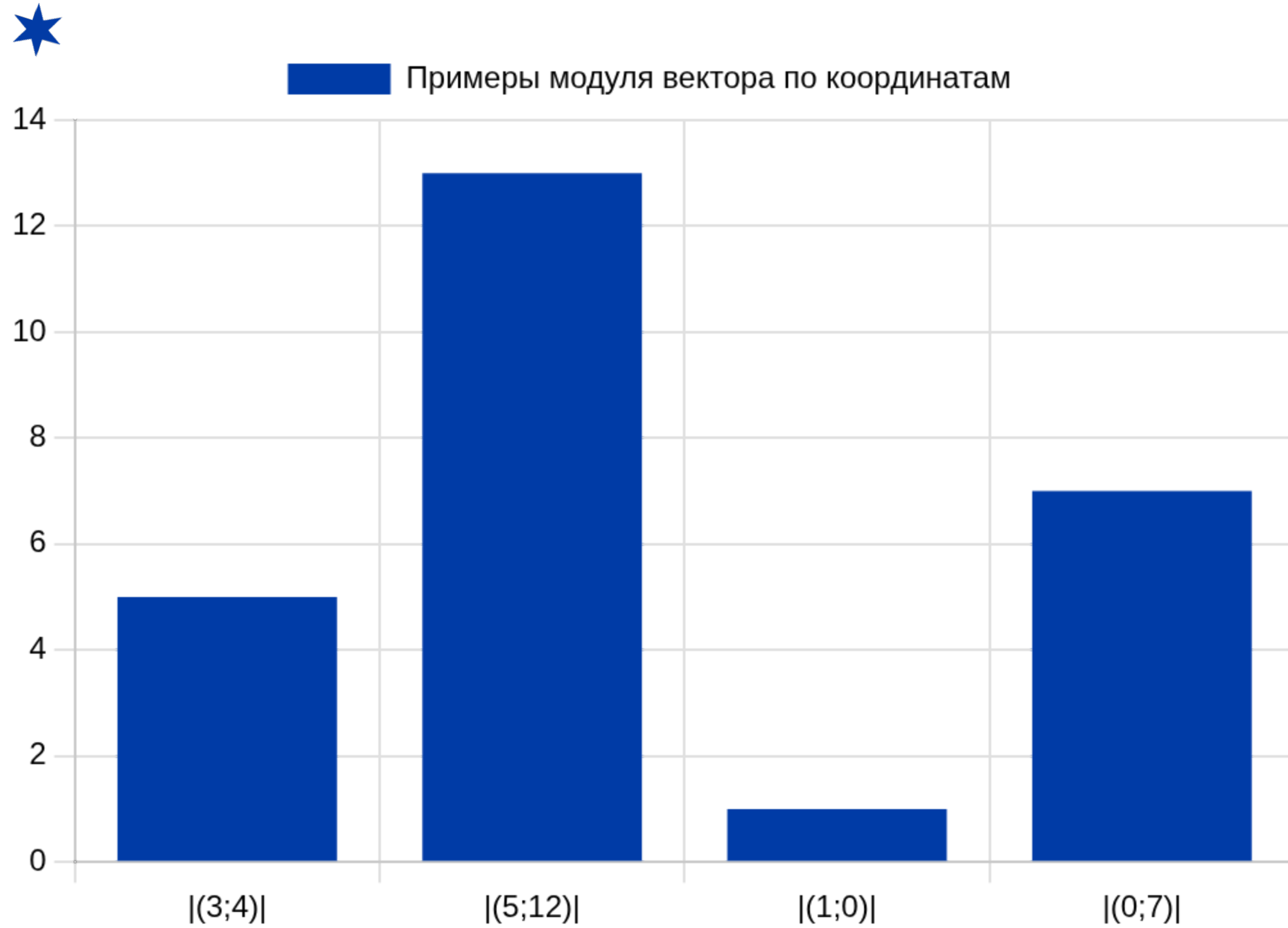
На координатной плоскости вектор удобно мысленно разложить по осям  $Ox$  и  $Oy$ . Начальная точка остаётся фиксированной, а конец соединяют с точками на осях, получая горизонтальную и вертикальную составляющие.

## Проекции как мост от рисунка к вычислениям

Проекция на ось  $Ox$  показывает изменение по горизонтали, а проекция на ось  $Oy$  — по вертикали. Такой чертёж помогает связать геометрию с координатами и лучше понимать, что именно «складывается» в исходный вектор.



# Длина вектора по координатам



Примеры вычислены по формуле  $|(x;y)|=\sqrt{(x^2+y^2)}$  (следствие теоремы Пифагора).

Если вектор задан координатами  $(x;y)$ , то его модуль равен  $\sqrt{(x^2+y^2)}$ , поэтому две координаты выступают как катеты прямоугольного треугольника.

Числа на диаграмме подтверждают: чем больше модуль координат, тем длиннее вектор; решения часто сводятся к извлечению квадратного корня.

# Ключевая идея сложения по правилу треугольника



## Сдвиг конец–начало

Чтобы сложить векторы, конец первого вектора мысленно или на чертеже совмещают с началом второго. Тогда вторая стрелка стартует там, где завершилась первая, без потери направления.



## Результирующий вектор

Сумма изображается вектором, который идёт от начала первого вектора к концу второго. Именно эта крайняя стрелка показывает общее смещение при последовательных перемещениях.



## Интерпретация как двухшаговое движение

Если сначала выполнено одно перемещение, а затем другое, результирующий вектор характеризует итоговый переход между начальной и конечной точками. Поэтому правило работает как «суммирование перемещений».



# Правило параллелограмма и вычитание векторов



Если два вектора заданы из одной точки, их сумма рисуется как диагональ параллелограмма. Строится фигура так, чтобы стороны были параллельны данным векторам, а диагональ соединяла начальную и противоположную вершины.



Параллелограмм наглядно объясняет, почему порядок сложения не меняет результат: диагонали дают одно и то же суммарное смещение. Это полезно при построениях и при поиске векторных связей в задачах.

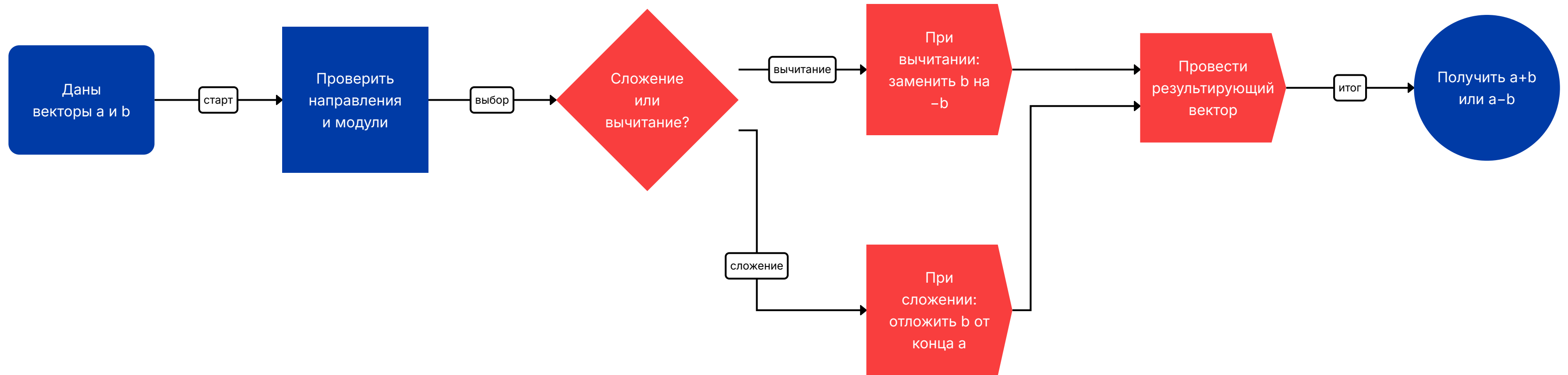
Вычитание вектора  $b$  из вектора  $a$  сводится к сложению  $a$  и противоположного вектора  $-b$ . На рисунке  $-b$  имеет тот же модуль, но направлен в сторону, противоположную  $b$ , сохраняя точность направления.

Эти приёмы применяют для результирующих действий нескольких сил и перемещений. Они также помогают находить разность векторов при сравнении направлений и при преобразованиях в координатных задачах.



# Как построить сумму или разность векторов

Геометрический алгоритм на чертеже: модуль и направление задают построение результирующего вектора.



# Умножение вектора на число



Если вектор умножают на положительное число  $k$ , направление сохраняется. Модуль становится больше или меньше в  $k$  раз: длина стрелки на чертеже меняется пропорционально.



При умножении на отрицательное число  $-k$  направление меняется на противоположное. По модулю длина всё так же умножается на  $|k|$ , но стрелка «переворачивается» относительно точки начала.

Особый случай — умножение на ноль: получается нулевой вектор. В геометрическом смысле он не имеет направления, поэтому на практике часто используется для «сведения» части выражения.



# Основные операции с векторами

Операции с векторами имеют геометрический смысл и позволяют перейти от направленных отрезков на чертеже к вычислениям без потери ориентации.

Разные операции отличаются тем, что меняется либо направление, либо длина. Поэтому для правильного построения достаточно фиксировать модуль и ориентацию результирующей стрелки.

| Операция     | Геометрический смысл                  | Пример                       |
|--------------|---------------------------------------|------------------------------|
| $a+b$        | Суммарное смещение двух направлений   | по диагонали параллелограмма |
| $a-b$        | Вектор, который компенсирует $b$      | $a+(-b)$                     |
| $2a$         | Удвоение длины при том же направлении | стрелка вдвое длиннее        |
| $-1 \cdot a$ | Получение противоположного вектора    | та же длина, но другой знак  |

# Разложение вектора по осям



## Шаг 1. Выбираем оси

На плоскости определяют оси  $Ox$  и  $Oy$  и мысленно проводят прямые, параллельные осям, через точки начала и конца вектора. Это задаёт направление для будущих составляющих.



## Шаг 2. Находим составляющие

Горизонтальная составляющая направлена вдоль  $Ox$ , вертикальная — вдоль  $Oy$ . Их длины равны изменениям координат по соответствующим осям и не зависят от способа построения.

## Шаг 3. Записываем сумму

Итоговое разложение записывают как сумму двух перпендикулярных векторов. Такая форма упрощает вычисление модуля, координат и помогает анализировать движение и силы.



# Где используются векторы



- В физике векторы описывают не только «сколько», но и «куда»: силу, скорость, ускорение, а также перемещение. Это делает формулы более наглядными, потому что направление влияет на результат движения.
- В навигации и географии векторные модели помогают задавать курс и смещение относительно точки старта. В компьютерной графике векторные данные применяют при перемещении объектов, построении траекторий и корректной прорисовке изображений.



# Почему вектор — ключевая идея школьной математики

Вектор объединяет длину, направление и координаты в одном объекте. Он переводит геометрию в вычисления и обратно, а операции с ним имеют ясный смысл, применимый в задачах, физике и моделировании.

