

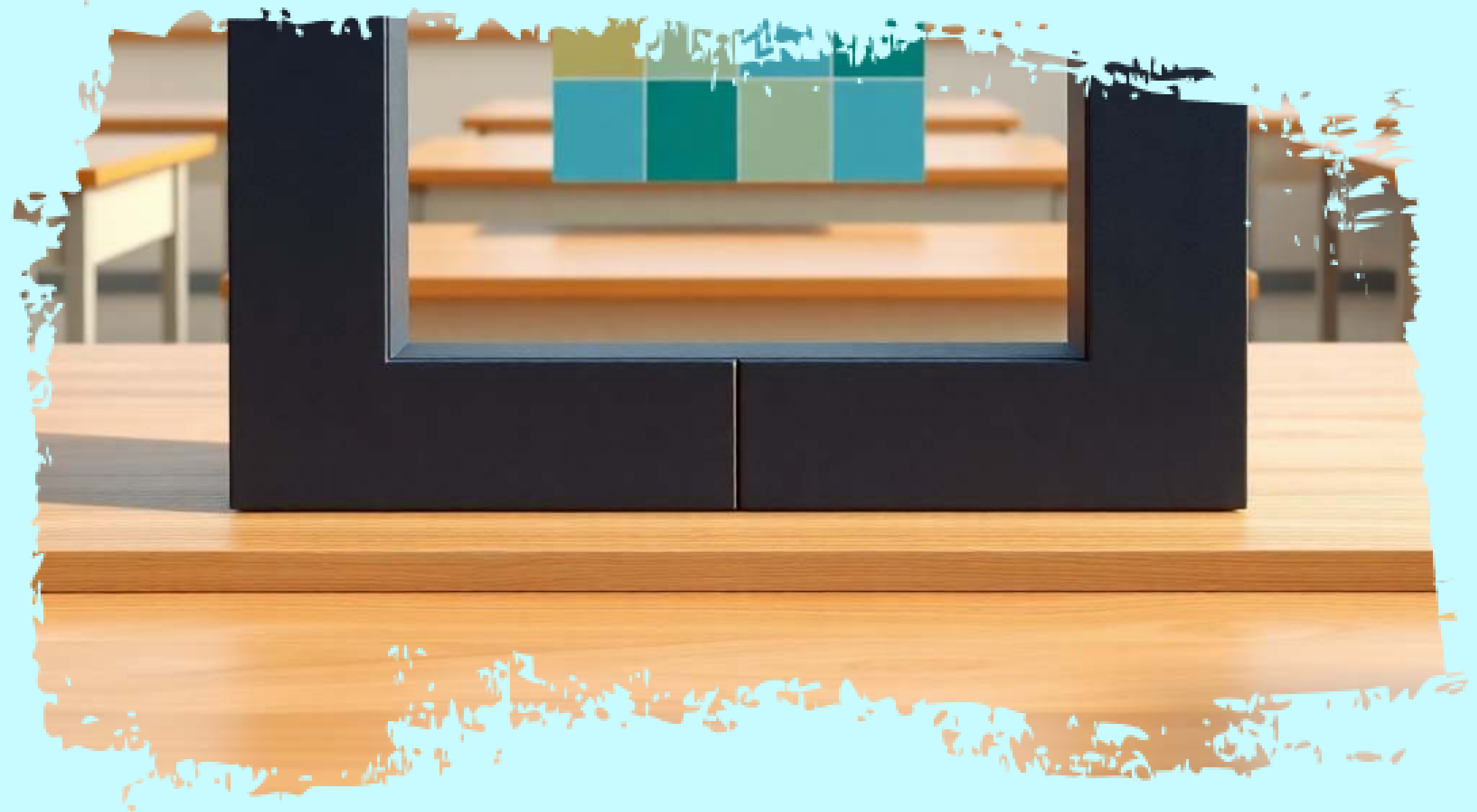


Формула разности квадратов: быстрый способ превращать разность в произведение

Разность квадратов превращается
в произведение за одну формулу.

Где в алгебре встречается разность квадратов

Эта формула помогает упрощать выражения, раскладывать многочлены и быстрее считать в задачах 7 класса.



Что такое квадрат числа и разность квадратов

1

Квадрат — это умножение на себя

Квадрат числа или выражения получается при умножении его самого на себя: 5^2 равно 25, а x^2 означает $x \cdot x$. Это основа для дальнейших преобразований.

2

Разность двух квадратов

Разность квадратов имеет вид $a^2 - b^2$. Оба слагаемых здесь — полные квадраты, а между ними стоит знак минус, который и делает возможным разложение.

3

Отличие от суммы квадратов

Важно не путать разность квадратов с суммой квадратов. Выражение $a^2 + b^2$ по этой формуле не раскладывается, потому что здесь нет нужного знака минус.

4

Буквы и числа одинаково работают

Формула подходит и для чисел, и для буквенных выражений: $49 - 16$, $x^2 - 9$, $9a^2 - 4$. Главное — увидеть, что каждый член действительно является квадратом.

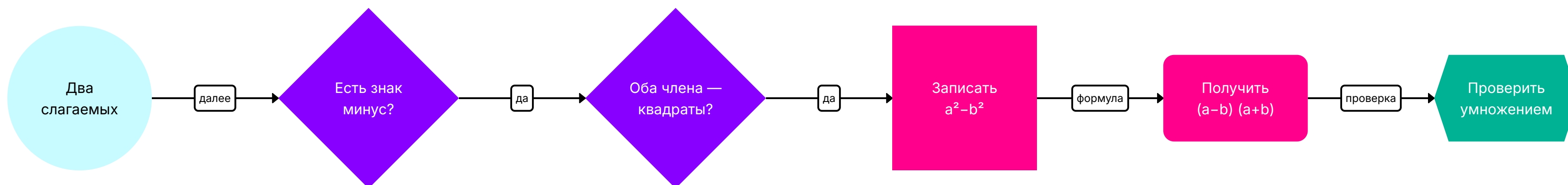
5

Почему это удобно

Зная шаблон, можно сразу заменить длинное умножение короткой записью. Это экономит время при вычислениях, упрощении выражений и проверке ответа.

Как распознать разность квадратов

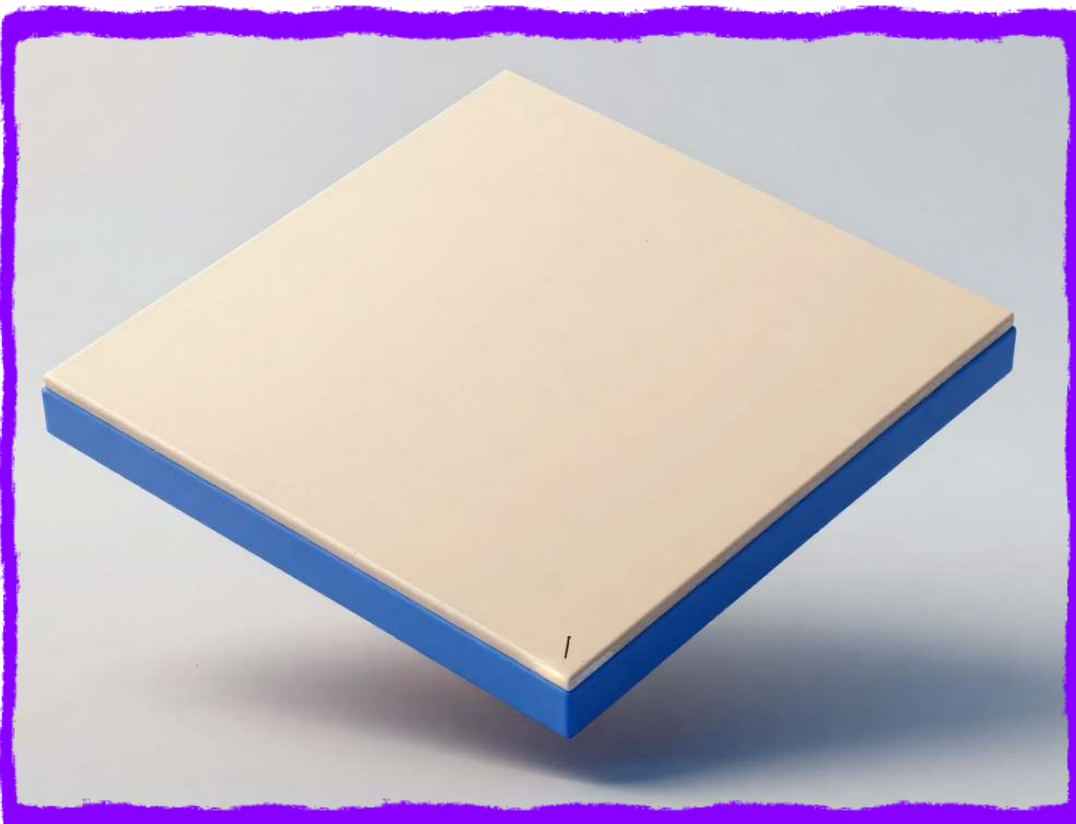
Последовательность шагов, которая помогает быстро выбрать нужную формулу.



Геометрический смысл через площади фигур

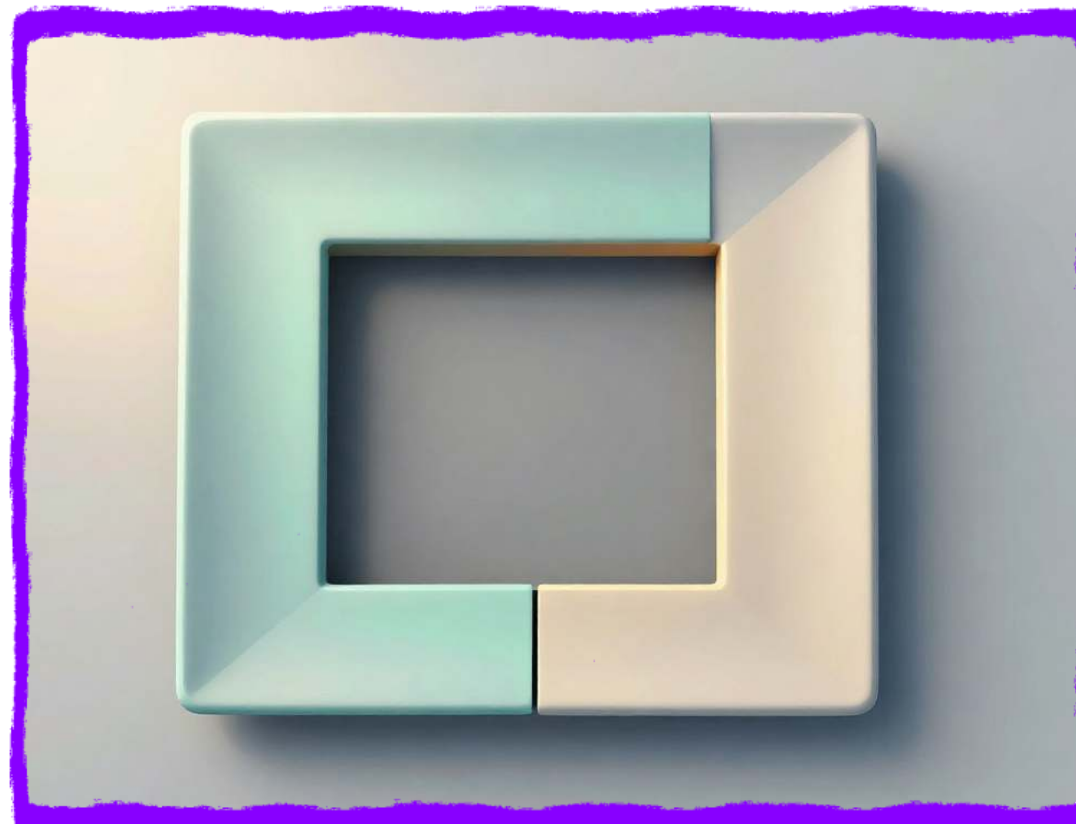
Большой квадрат

Если сторона большого квадрата равна a , его площадь составляет a^2 . На рисунке удобно выделить эту фигуру одним цветом и подписать сторону, чтобы сразу увидеть исходную величину.



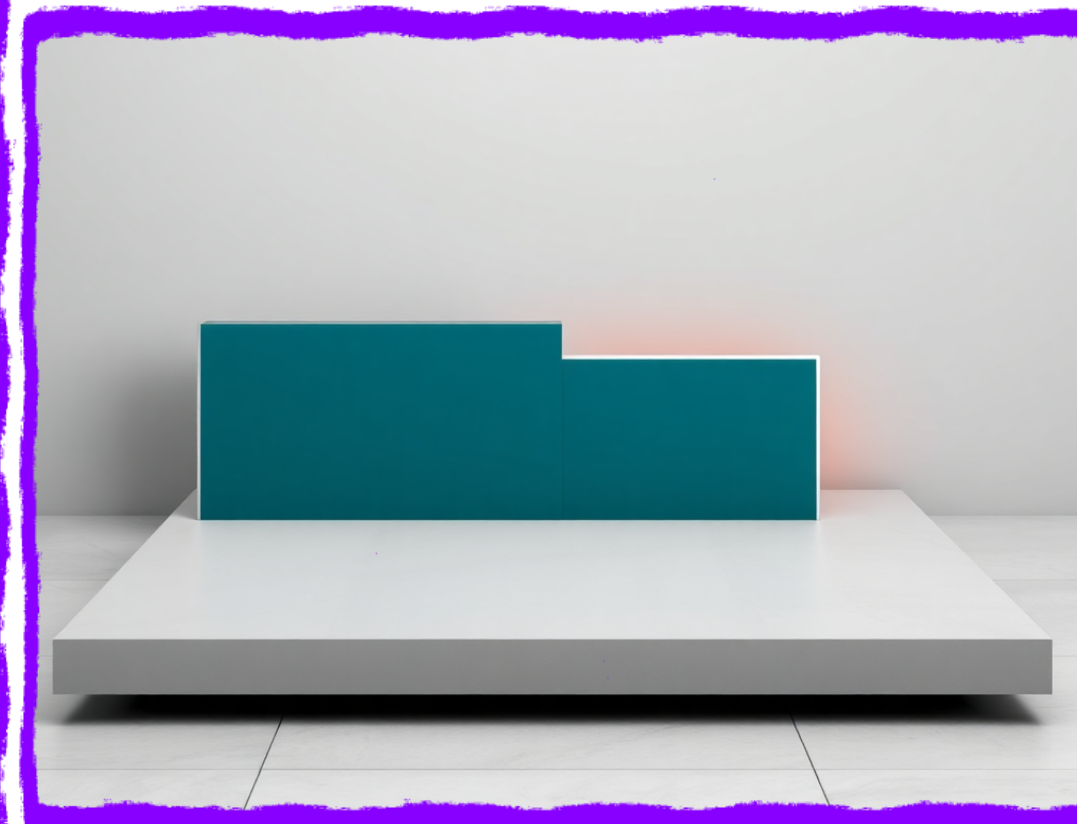
Маленький квадрат внутри сравнения

Квадрат со стороной b имеет площадь b^2 . Когда его площадь вычитают из площади большого квадрата, остаётся часть, которую можно разложить на два прямоугольника.



Два прямоугольника вместо одной разности

После разбиения видна наглядная связь: разность площадей превращается в сумму площадей двух прямоугольников. Именно так становится понятным выражение $(a-b)(a+b)$ без лишних вычислений.



Примеры разложения по формуле разности квадратов

В таблице показано, как из выражения с двумя квадратами получить два множителя и быстро проверить результат умножением.

Сначала выделяются корни квадратов, затем записываются две скобки с одинаковой средней частью и разными знаками.

Примеры по теме «Формула разности квадратов», алгебра 7 класса

Выражение	a и b	Разложение	Проверка
25–9	5 и 3	(5–3) (5+3)	16
x^2-16	x и 4	(x–4) (x+4)	x^2-16
$49a^2-1$	7a и 1	(7a–1) (7a+1)	$49a^2-1$
$4y^2-81$	2y и 9	(2y–9) (2y+9)	$4y^2-81$

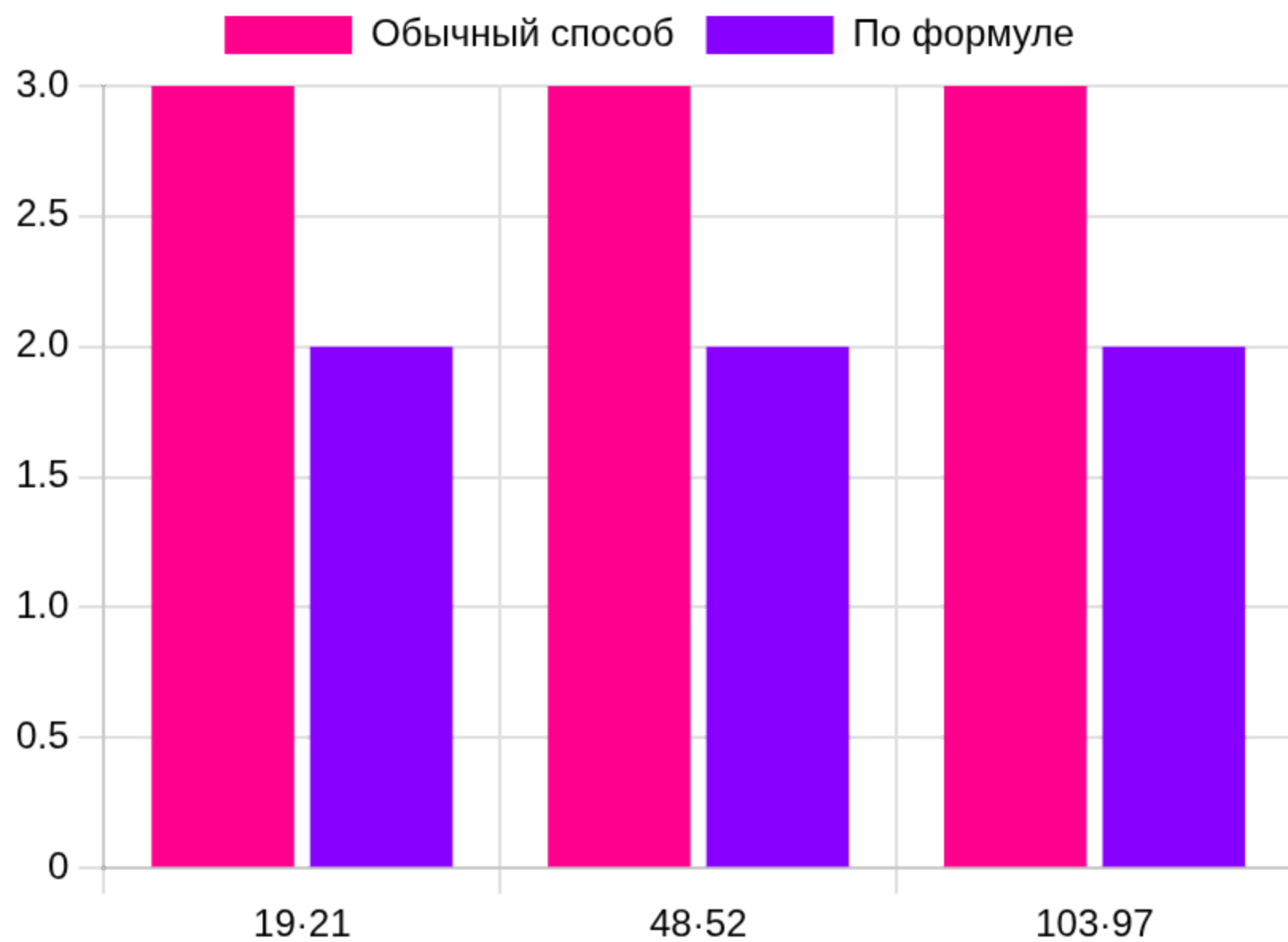
2

множителя появляются после разложения выражения по этой формуле.

При раскрытии скобок средние слагаемые взаимно уничтожаются, и остаётся разность квадратов — поэтому формула работает всегда одинаково.

Правило раскрытия скобок в алгебре

Сравнение способов вычисления на примерах



Во всех примерах формула убирает лишние действия и помогает считать от удобного круглого числа.

Чем ближе числа к 20, 50 или 100, тем заметнее выигрыш в скорости и удобстве счёта.

Учебные примеры для устного счёта, тема 7 класса

Как применять формулу в устных вычислениях

1

Найти удобную середину

Сначала определите число, вокруг которого расположены множители. Для $19 \cdot 21$ это 20, для $48 \cdot 52$ — 50, а для $99 \cdot 101$ — 100.

2

Записать как разность и сумму

Представьте числа в виде $(a-b)(a+b)$. Тогда $19 \cdot 21$ превращается в $(20-1)(20+1)$, а $99 \cdot 101$ — в $(100-1)(100+1)$.

3

Использовать формулу

После записи сразу переходите к $a^2 - b^2$. Так $20^2 - 1$ даёт 399, а $100^2 - 1$ — 9999. Вычисление становится короче и понятнее.

4

Проверять удобство метода

Этот приём особенно полезен, когда оба числа находятся рядом с круглыми значениями 10, 50, 100 или 1000. Тогда устный счёт получается быстрее обычного.

Разложение многочленов на множители



Пара квадратов

Формула подходит только тогда, когда оба члена выражения являются полными квадратами. Это помогает быстро узнать, можно ли применять разложение.



Знак минус

Между квадратами обязательно должен стоять минус. Если вместо него стоит плюс, формула разности квадратов уже не работает.



Два множителя

После распознавания шаблона выражение сразу записывают в виде двух скобок: $(a-b)$ и $(a+b)$. Так многочлен становится произведением.

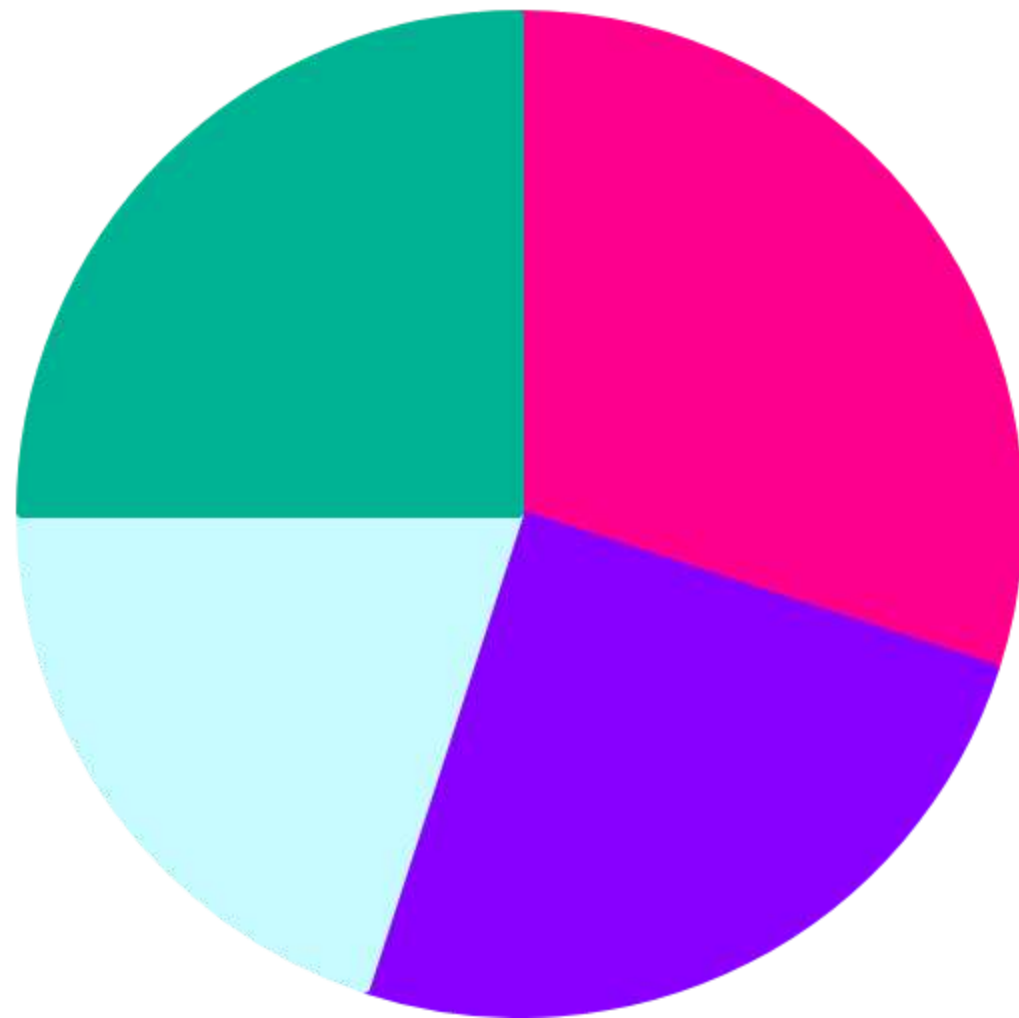


Польза в задачах

Такое преобразование помогает сокращать дроби, упрощать выражения и готовить уравнения к решению. Поэтому формулу важно узнавать без ошибок.

Типичные ошибки при применении формулы

Неверный знак Нет полного квадрата
Путаница с корнями Потерян коэффициент



Чаще всего ошибки возникают не в вычислениях, а в распознавании вида выражения и записи скобок. Особенно полезна самопроверка умножением.

Основные трудности связаны с неверным распознаванием структуры: знак, квадрат и коэффициент нужно проверять до разложения.

Учебный материал презентации

Связь с другими формулами сокращённого умножения

■ Единая система формул

Формула разности квадратов работает вместе с квадратом суммы и квадратом разности. Все три помогают преобразовывать выражения быстрее, чем при обычном раскрытии скобок и перемножении многочленов.

■ После преобразований

Разность квадратов часто появляется после вынесения общего множителя или приведения выражения к нужному виду. Поэтому полезно сначала упростить запись, а потом искать подходящую формулу.

■ Общий принцип

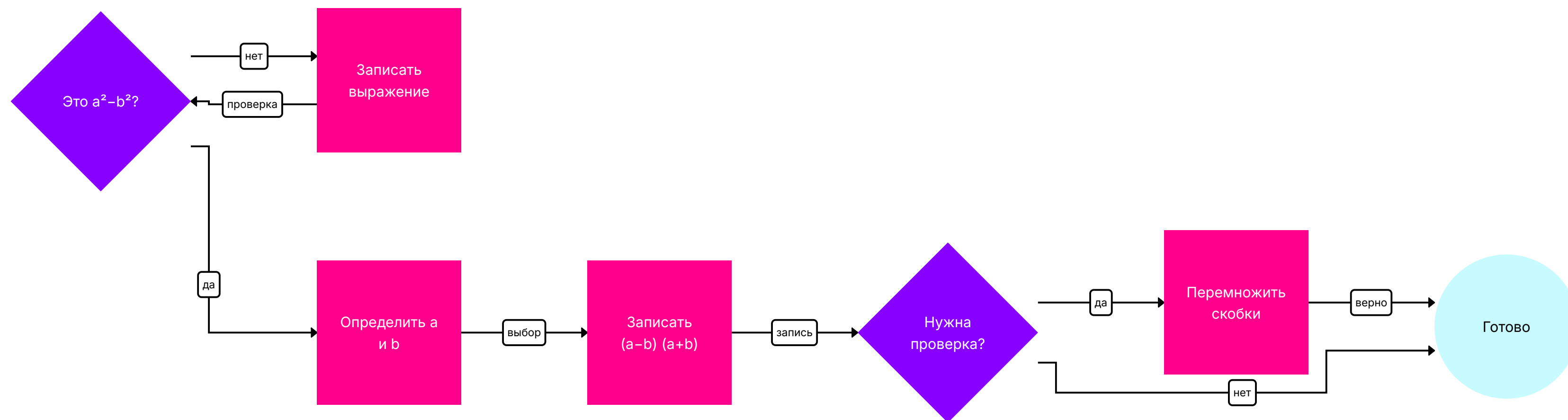
Во всех случаях важно узнавать знакомую структуру выражения. Если формула выбрана верно, можно избежать длинных вычислений и сразу получить удобную запись для упрощения или проверки.

■ Польза для проверки

Знание нескольких формул одновременно помогает сравнивать ответы и замечать ошибки. Если результат не совпадает при обратном умножении, значит, где-то нарушен знак или пропущен квадрат.

Алгоритм разложения выражения

Последовательность действий помогает быстро распознавать разность квадратов и проверять ответ обратным умножением.



Проверка формулы на нескольких примерах

Сравнение показывает, как из каждого выражения выделяются два квадрата и как по ним записываются множители.

Во всех примерах формула применяется одинаково: сначала выделяются корни квадратов, затем записываются два множителя с разными знаками.

Учебный материал презентации

Выражение	a и b	Результат
x^2-36	x, 6	$(x-6) (x+6)$
$16p^2-81q^2$	4p, 9q	$(4p-9q) (4p+9q)$
$100-y^2$	10, y	$(10-y) (10+y)$

Где формула встречается в учебных задачах

На странице с упражнениями

В тетради по алгебре рядом могут стоять обычные числовые примеры и буквенные выражения. Формула разности квадратов помогает быстро заметить, где нужно раскладывать на множители, а где достаточно просто вычислить разность. Это особенно видно в заданиях с $x^2 - 16$ и $25a^2 - 9b^2$.



Когда учебник просит упростить

В задачах на дроби и выражения формула часто сокращает запись. Например, вместо длинного раскрытия скобок ученик сразу видит разность квадратов и получает аккуратный ответ. Это удобно, когда нужно работать точно и не терять шаги преобразования.



Связь формулы с решением уравнений

1

Привести к нулю

Сначала уравнение приводят к виду $x^2 - a^2 = 0$. Тогда разность квадратов можно разложить на два множителя и перейти к более простой записи, где удобнее искать корни.

2

Разложить на скобки

После разложения получается $(x-a)(x+a)=0$. Это важный шаг: теперь видно, что произведение равно нулю только тогда, когда хотя бы один множитель обращается в ноль.

3

Найти корни

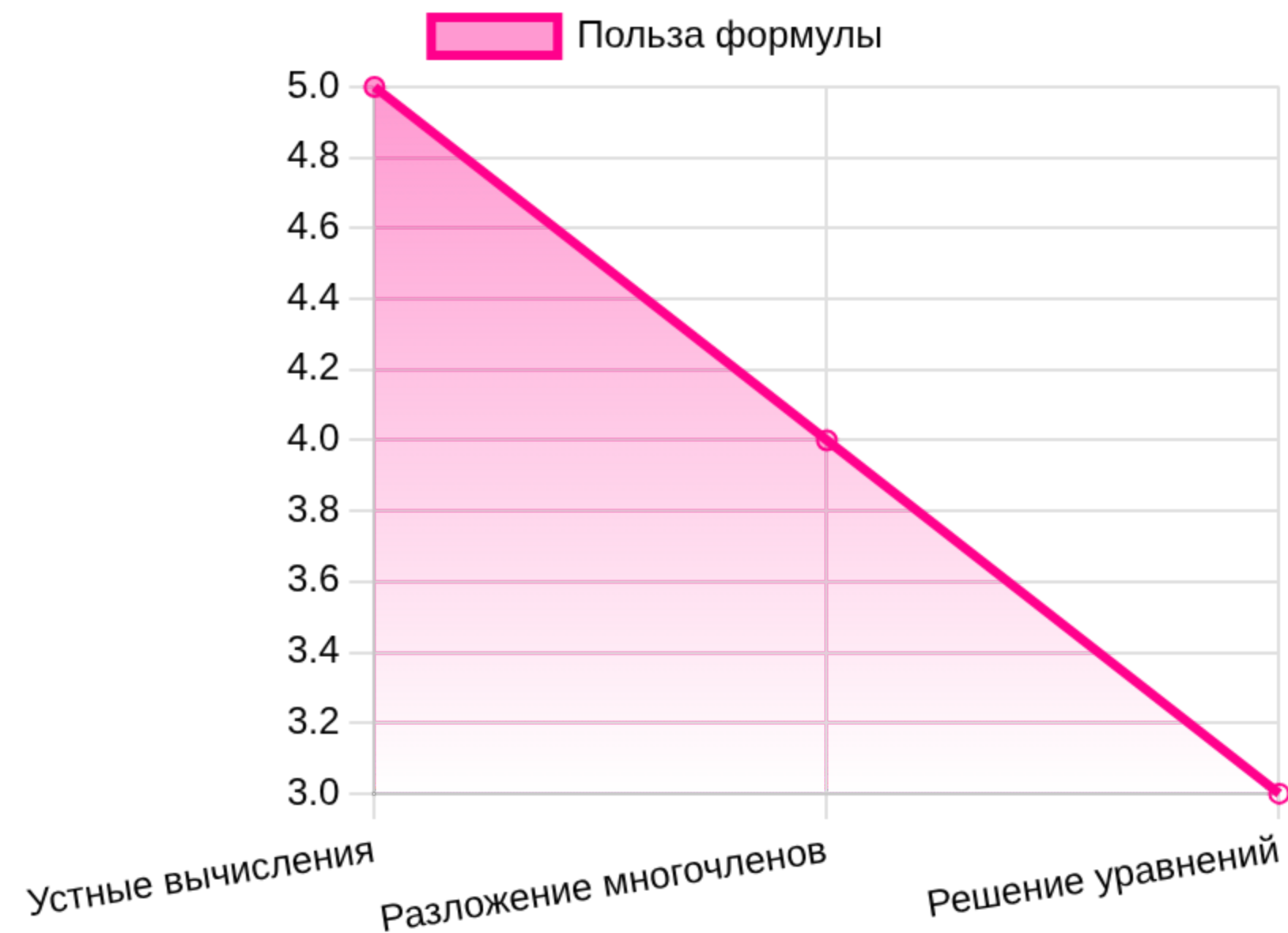
Из каждого множителя получают отдельное решение: $x=a$ и $x=-a$. Например, уравнение $x^2 - 9 = 0$ даёт ответы 3 и -3 без дополнительных сложных преобразований.

4

Проверить ответ

Найденные корни полезно подставить обратно в исходное уравнение. Такая проверка показывает, что формула не только сокращает решение, но и помогает избежать ошибки в знаках.

Где формула приносит наибольшую пользу



Чем ближе числа к удобному опорному значению, тем заметнее выигрыш в счёте. Формула особенно помогает при симметричных парах и проверке результата.

Наибольшая практическая польза заметна в устных вычислениях и преобразовании выражений, где важны скорость и точность.

Учебный материал презентации

Краткая памятка для запоминания

Главная запись

Запомни основную формулу: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Она показывает, как разность двух квадратов превращается в произведение суммы и разности тех же выражений.

Три признака

Чтобы узнать формулу, найди два квадрата, знак минус между ними и две скобки, в которых те же самые выражения стоят с разными знаками.

Проверка работает всегда

Если раскрыть скобки обратно, получится исходное выражение. Это удобный способ убедиться, что множители записаны верно и знак нигде не потерян.

Что важно не перепутать

Формула не применяется к сумме квадратов. Поэтому $a^2 + b^2$ нельзя заменить такой же записью в скобках: здесь работает только случай с минусом.

Задания для закрепления темы

1

Разложи выражения

Найди множители для $64-x^2$, $25m^2-9$ и $4a^2-49b^2$. Сначала определи, какие выражения являются полными квадратами, а затем запиши ответ по формуле.

2

Проверь умножением

После разложения раскрой каждую пару скобок обратно. Если получится исходное выражение, значит, знак и коэффициенты выбраны правильно и ответ можно считать верным.

3

Счёт в уме

Вычисли $39 \cdot 41$ и $98 \cdot 102$, используя формулу разности квадратов. Такие примеры удобно считать через число, которое находится ровно посередине между множителями.

4

Проверь условие

Не пытайся применять формулу к сумме квадратов. Перед решением каждый раз убеждайся, что между квадратами стоит именно минус, а не плюс.

Формула, которая экономит шаги

Формула разности квадратов помогает быстро упрощать выражения, считать в уме и решать уравнения. Главное — узнавать два квадрата с минусом и проверять ответ обратным умножением.