



Разложение на множители: несколько способов

Несколько приёмов помогают увидеть произведение там, где была сумма.

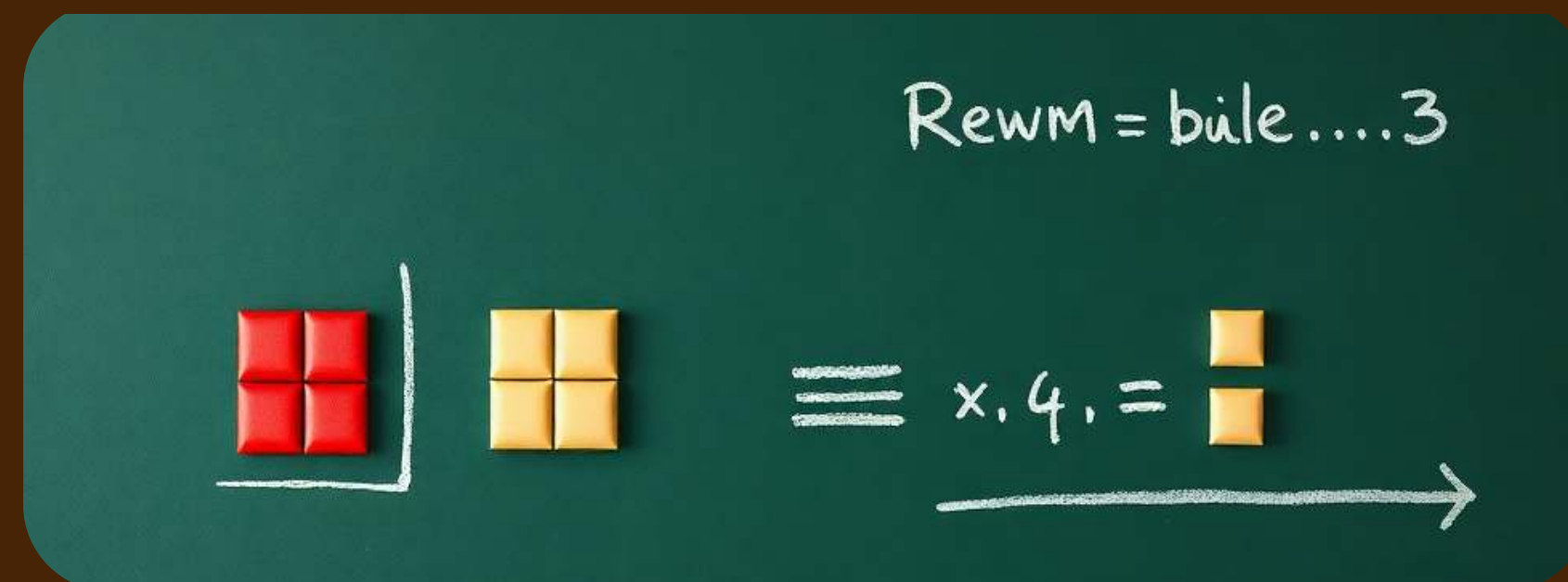


Зачем учиться раскладывать выражения

В 7 классе этот приём делает выражения короче, помогает проверять вычисления и готовит к новым темам алгебры. Главное — научиться видеть в записи скрытое произведение.



Идея разложения: из суммы в произведение



Общая часть

Если в каждом слагаемом повторяется одна и та же часть, её можно вынести за скобки. Это может быть число, буква или одинаковое выражение.



Запись меняется

При разложении значение выражения не меняется: меняется только форма записи. Сумма становится произведением, а выражение часто выглядит короче и удобнее для дальнейших действий.



Что важно заметить

Сначала ищут повторяющийся множитель, затем проверяют, можно ли представить выражение в виде более простого произведения. Такой взгляд помогает быстрее решать задачи и избегать лишних вычислений.

Основные способы разложения на множители

Сравним самые частые приёмы и случаи, когда они используются.

Один способ подходит для простых сумм, другой — для выражений с несколькими слагаемыми, а формулы и трёхчлены распознаются по особому виду записи.

Школьные правила разложения на множители

Способ	Когда используется	Пример
Общий множитель	Есть общий множитель	$6x+9=3(2x+3)$
Группировка	4 и более слагаемых	$ax+ay+bx+by$
Формулы	Стандартные виды	$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
Квадратный трёхчлен	Вид x^2+bx+c	$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$

Вынесение общего множителя



Что можно вынести

Общий множитель может быть числом, буквой или целым выражением. Например, в $8a+12$ общий множитель равен 4, а в $3x^2+6x$ — $3x$.

Как действует правило

После вынесения множителя каждое слагаемое внутри скобок должно получиться делением на него. Поэтому важно проверить, что все члены выражения делятся без остатка.

Зачем нужна схема

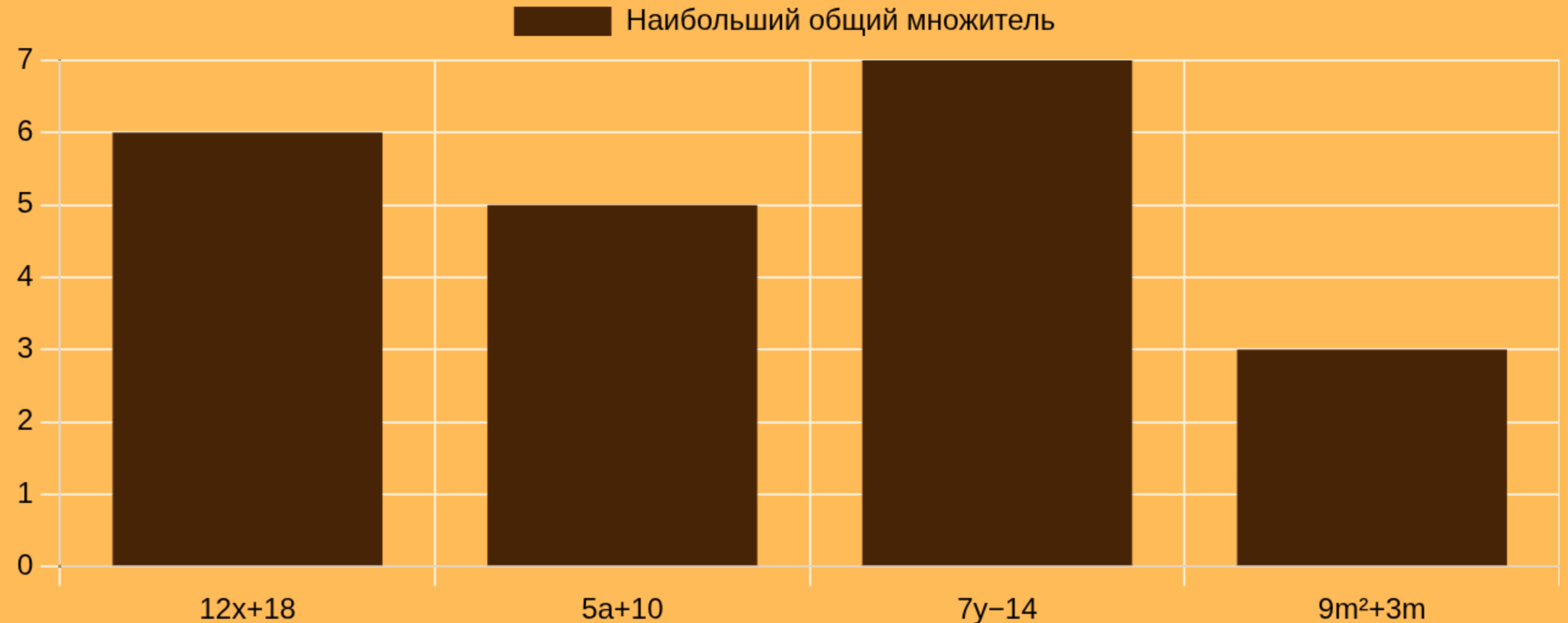
Схема показывает переход от суммы к произведению и помогает не потерять ни один множитель. Это особенно полезно, когда выражение кажется длинным на первый взгляд.

Нахождение наибольшего общего множителя

Сначала удобно смотреть на числовую часть, затем — на буквы. Именно так быстрее находится общий множитель в каждом примере.

Во всех случаях общий множитель находится по делимости чисел и общих буквенных множителей; это первый и самый надёжный шаг.

Примеры из курса алгебры 7 класса



Разложение группировкой



.1

Разбиваем на пары

Когда слагаемых четыре или больше, их удобно объединить в пары. Так проще заметить общие множители внутри каждой части выражения.

.2

Выносим в каждой группе

В каждой группе ищут свой общий множитель и выносят его за скобки. После этого в обеих частях часто появляются одинаковые скобки.

.3

Получаем общую скобку

Если скобки совпадают, их можно вынести за знак умножения. Тогда длинная запись превращается в более короткое произведение двух множителей.

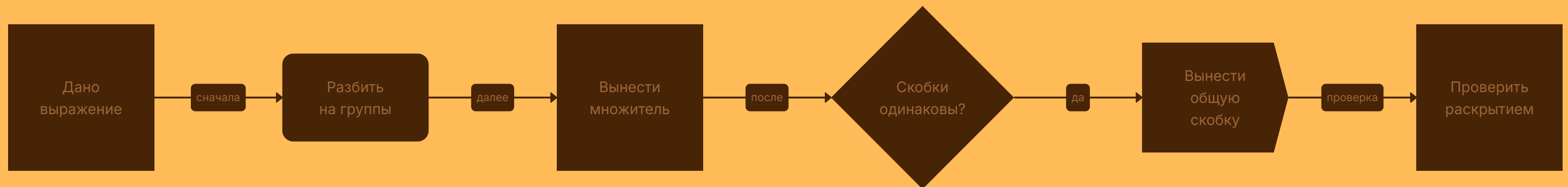
.4

Когда способ полезен

Группировка особенно удобна, если общий множитель всего выражения не виден сразу. Этот приём помогает работать с выражениями, где порядок слагаемых можно изменить.

Как разложить выражение группировкой

Последовательность действий на примере $2x+2y+3x+3y$



.1

Разность квадратов

Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ работает, когда из одного квадрата вычитают другой квадрат. Она сразу превращает разность в произведение двух скобок.

.2

Квадрат суммы и разности

Записи $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ и $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ помогают узнавать разложение по первому, среднему и последнему членам многочлена.

Формулы сокращённого умножения как готовые разложения

.3

Как распознать формулу

Для 7 класса важно замечать, какие выражения стоят в начале и в конце записи, и совпадают ли они с квадратами. Это ускоряет преобразования и проверку ответа.



Разность квадратов в простых примерах



Первый пример

В выражении $x^2 - 49$ оба слагаемых являются квадратами: x^2 и 7^2 . Поэтому можно сразу записать разложение $(x-7)(x+7)$ без дополнительных преобразований.

Другие случаи

По тому же правилу получаются $25a^2 - 4 = (5a-2)(5a+2)$ и $16m^2 - 81 = (4m-9)(4m+9)$. Везде сначала узнают квадраты, затем записывают две скобки.

На что смотреть

Если оба члена — квадраты, формула разности квадратов подходит сразу. Это помогает быстро разложить выражение и не перепутать его с квадратом суммы или разности.

Тренировка на узнавание формул

Определи, какая формула подходит в каждом случае, и запиши результат разложения.

Первый и последний члены помогают быстро узнать нужную формулу: если они являются квадратами, разложение обычно видно сразу.

Формулы сокращённого умножения, 7 класс.

Выражение	Формула	Результат
x^2-16	разность квадратов	$(x-4)(x+4)$
$a^2+10a+25$	квадрат суммы	$(a+5)^2$
y^2-6y+9	квадрат разности	$(y-3)^2$
$9p^2-12p+4$	квадрат разности	$(3p-2)^2$

Квадратный трёхчлен

.1

Вид трёхчлена

Квадратный трёхчлен вида x^2+bx+c раскладывают на множители через подбор двух чисел, если удаётся найти подходящую пару без лишних вычислений.

.2

Сумма и произведение

Эти числа должны в сумме давать b , а в произведении — c . Именно поэтому проверяют сразу два условия, а не одно.

.3

Простой пример

В выражении x^2+5x+6 подходят числа 2 и 3: их произведение равно 6, а сумма равна 5, значит получаем $(x+2)(x+3)$.

.4

Знак при $c < 0$

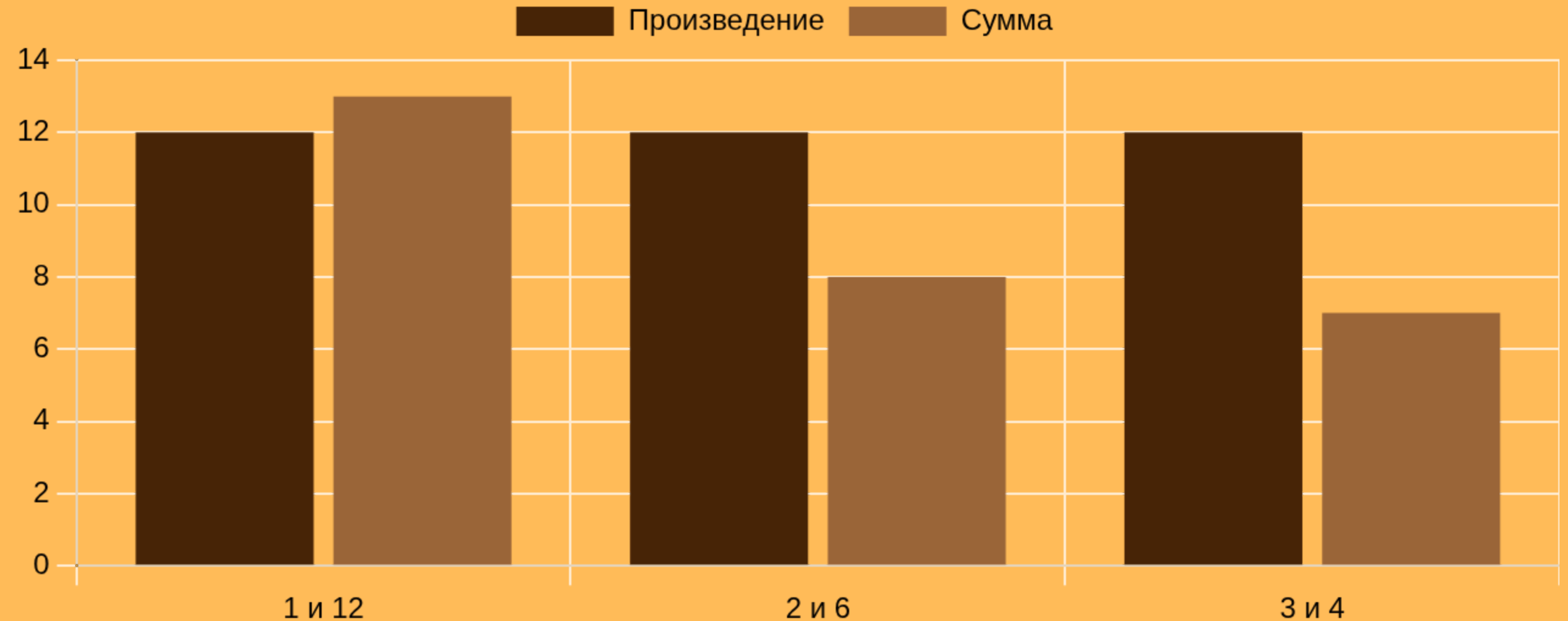
Если число c отрицательное, множители обязательно имеют разные знаки. Тогда один множитель положительный, а другой отрицательный, чтобы произведение получилось со знаком минус.

Подбор чисел для трёхчлена $x^2+7x+12$

Сравнение пар показывает, что одного произведения недостаточно: все варианты дают 12, но только одна пара подходит по сумме.

Подходит пара 3 и 4, потому что одновременно выполняются оба условия: $3 \cdot 4 = 12$ и $3 + 4 = 7$.

Подбор чисел по сумме и произведению, 7 класс.



.1

Сначала вынести минус

Если первое слагаемое отрицательное, удобно вынести минус за скобки. Тогда выражение становится более понятным и легче сводится к известной формуле.

.2

Сохранить равенство

Например, $-x^2+9$ можно записать как $-(x^2-9)$. Такое преобразование не меняет значение выражения, а только перестраивает его запись.

.3

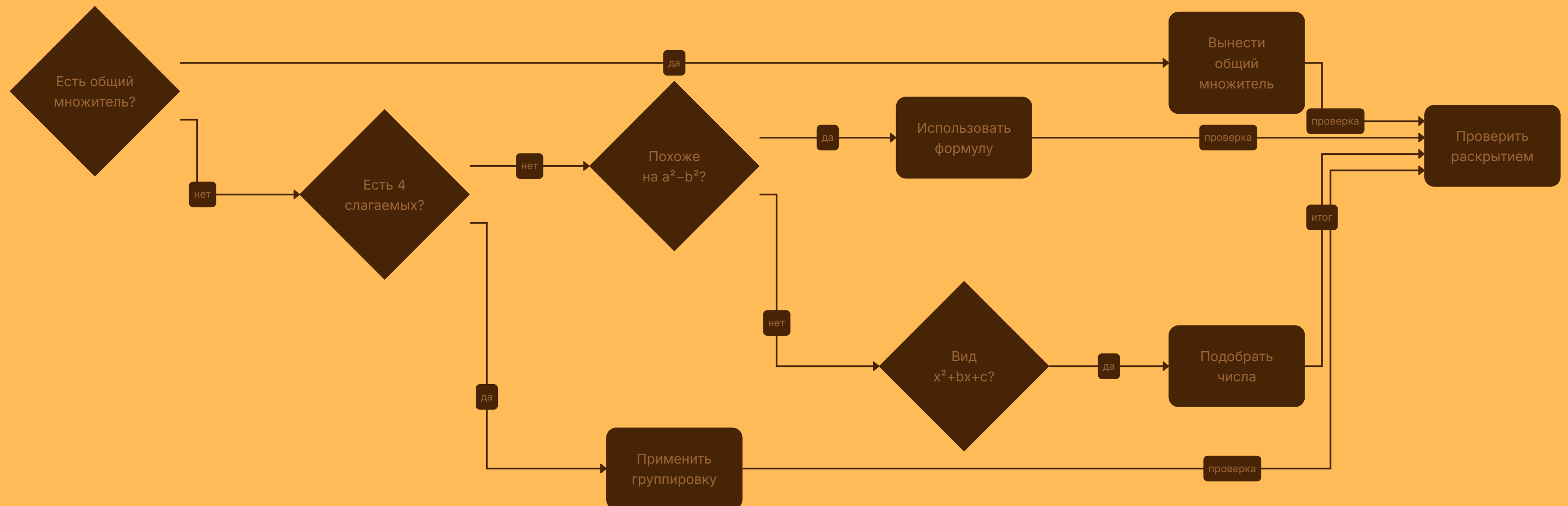
Дальше применить формулу

После вынесения минуса подходит разность квадратов: $x^2-9=(x-3)(x+3)$. Поэтому окончательно получаем $-(x-3)(x+3)$ и не путаем знаки.

Разложение при отрицательном первом коэффициенте

Выбор способа разложения

Последовательность проверки помогает выбрать подходящий приём без лишних ошибок.



Проверка разложения раскрытием скобок

.1

Раскрыть скобки

Чтобы проверить ответ, умножают каждый член первой скобки на каждый член второй. Это позволяет увидеть, совпадает ли полученный многочлен с исходным выражением.

.2

Сверить члены

Например, $(x+2)(x+3)=x^2+3x+2x+6=x^2+5x+6$.
Если хотя бы один коэффициент или знак не совпал, разложение нужно исправить.

.3

Найти ошибку

Проверка особенно полезна, когда легко ошибиться в знаке или пропустить один из членов. Она показывает, верна ли запись целиком, а не только внешне.



Типичные ошибки при разложении на множители

Сравни неверную запись с правильной и обрати внимание, где именно нарушено правило разложения.

Чаще всего ошибки связаны с невниманием к делению, выбором неподходящей формулы и проверкой суммы чисел в квадратном трёхчлене.

Типовые ошибки при разложении на множители, 7 класс.

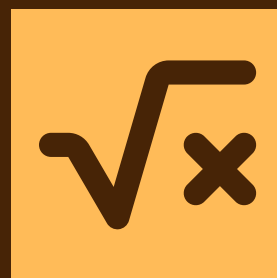
Ошибка	Почему неверно	Правильно
$6x+9=3(2x+9)$	9 не разделили на 3	$3(2x+3)$
$x^2-16=(x-4)^2$	не та формула	$(x-4)(x+4)$
$x^2+5x+6=(x+1)(x+6)$	сумма не 5	$(x+2)(x+3)$

Где разложение на множители помогает дальше



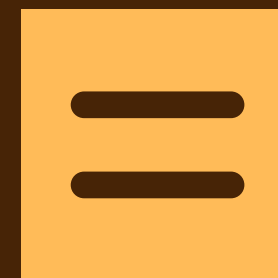
Сокращение дробей

Если числитель и знаменатель содержат общий множитель, его можно сократить после разложения. Так дробь становится короче и удобнее для дальнейших преобразований.



Решение уравнений

После разложения уравнение часто превращается в произведение. Тогда удобно использовать правило: если произведение равно нулю, хотя бы один множитель равен нулю.



Нахождение корней

Разложение помогает быстро увидеть значения переменной, при которых выражение обращается в ноль. Это важный шаг к пониманию корней уравнения и их проверке.



Подготовка к алгебре

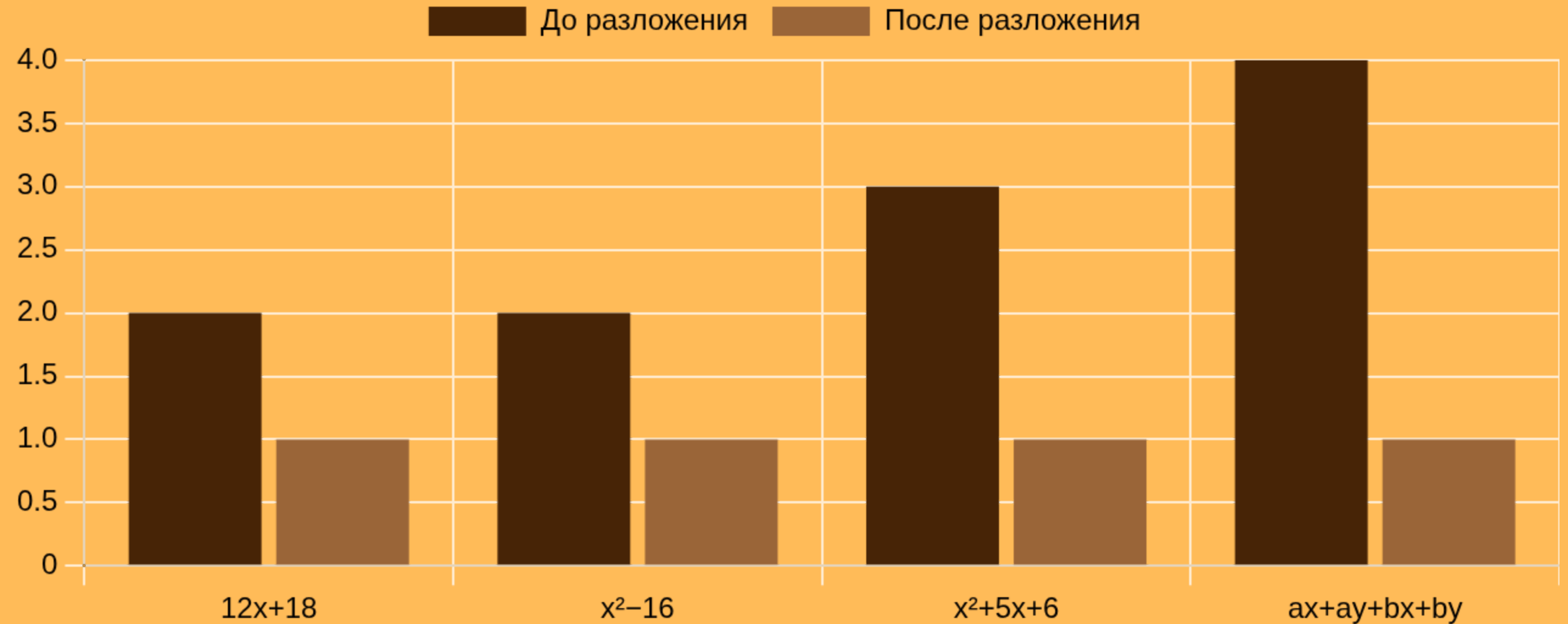
Приём связывает простые преобразования с более сложными темами. Он формирует привычку замечать общую часть, сравнивать выражения и выбирать короткий путь решения.

Сравнение записи до и после разложения

На диаграмме показано не значение выражения, а его структура: после разложения она становится заметнее и легче для дальнейших действий.

Разложение не меняет смысл выражения, но упрощает запись и помогает быстрее выполнять вычисления, сокращение дробей и решение уравнений.

Сравнительная схема преобразования выражений, 7 класс.



Главное о разложении на множители

Разложение на множители — это способ увидеть в выражении скрытое произведение. Если выбирать приём по порядку и каждый раз проверять результат, решения становятся точнее и понятнее.