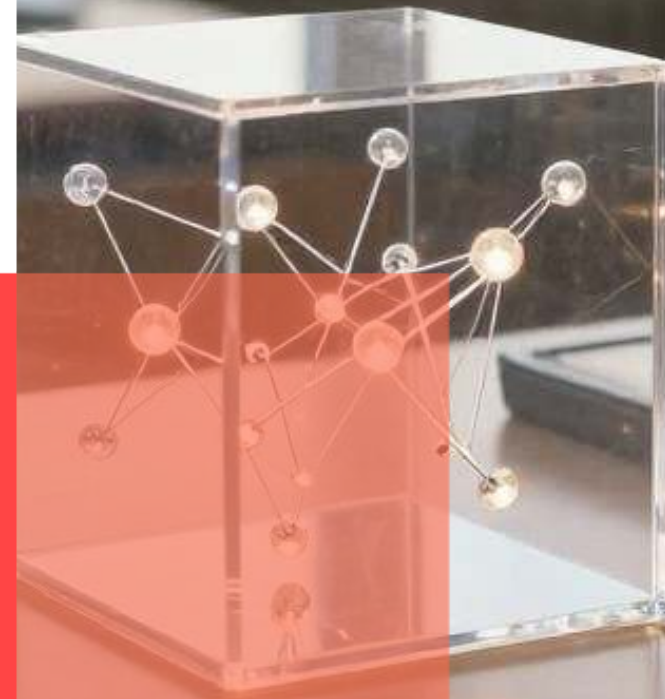


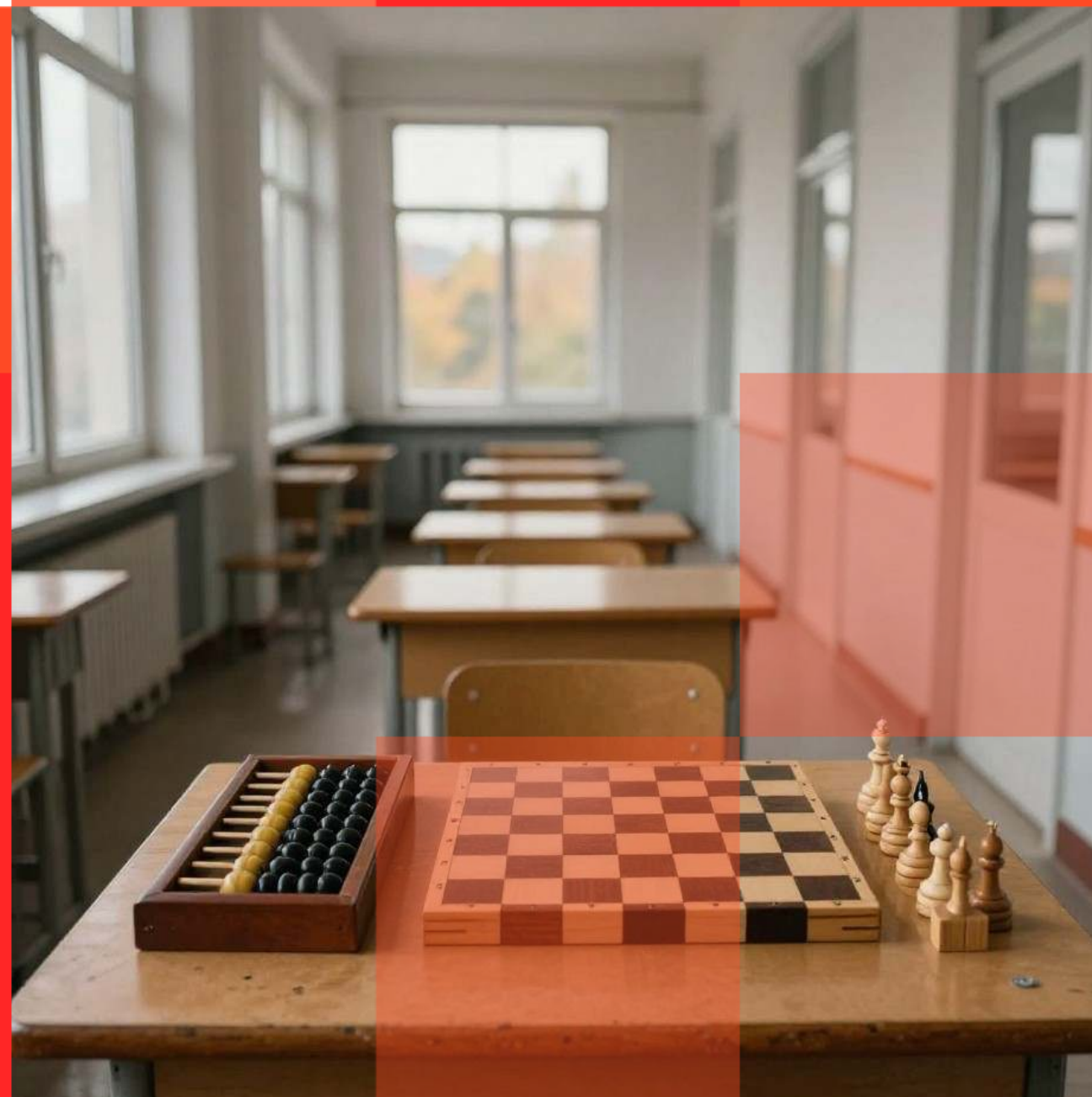
Логико-математические модели в информатике

Модели переводят задачи в точные переменные, условия и вычисления: от программ до проверки решений.



Зачем школьнику нужны логико-математические модели

Компьютер «понимает» формулировки только после формализации. Логико-математический аппарат помогает записывать условия «если..., то...», сравнивать варианты и проверять правила, что напрямую связано с программами, таблицами истинности, графами и оптимизацией в 10 классе.



Понятие логико-математической модели

Логико-математическая модель — это формализованное описание объекта или ситуации. Мы используем символы, формулы, логические высказывания и правила, чтобы отделить существенное от второстепенного и получить управляемую структуру для анализа.

В модели заранее фиксируются входные данные и ограничения. Они задают рамки, внутри которых допустимы рассуждения и вычисления, а связи между величинами описываются в виде правил, формул или логических условий.

Результат модели должен быть не просто «каким-то», а вычислимым и проверяемым. Модель позволяет либо сравнить полученный ответ с реальной ситуацией, либо оценить, выполняется ли правило при заданных параметрах.

Из каких элементов состоит модель



Переменные и отношения

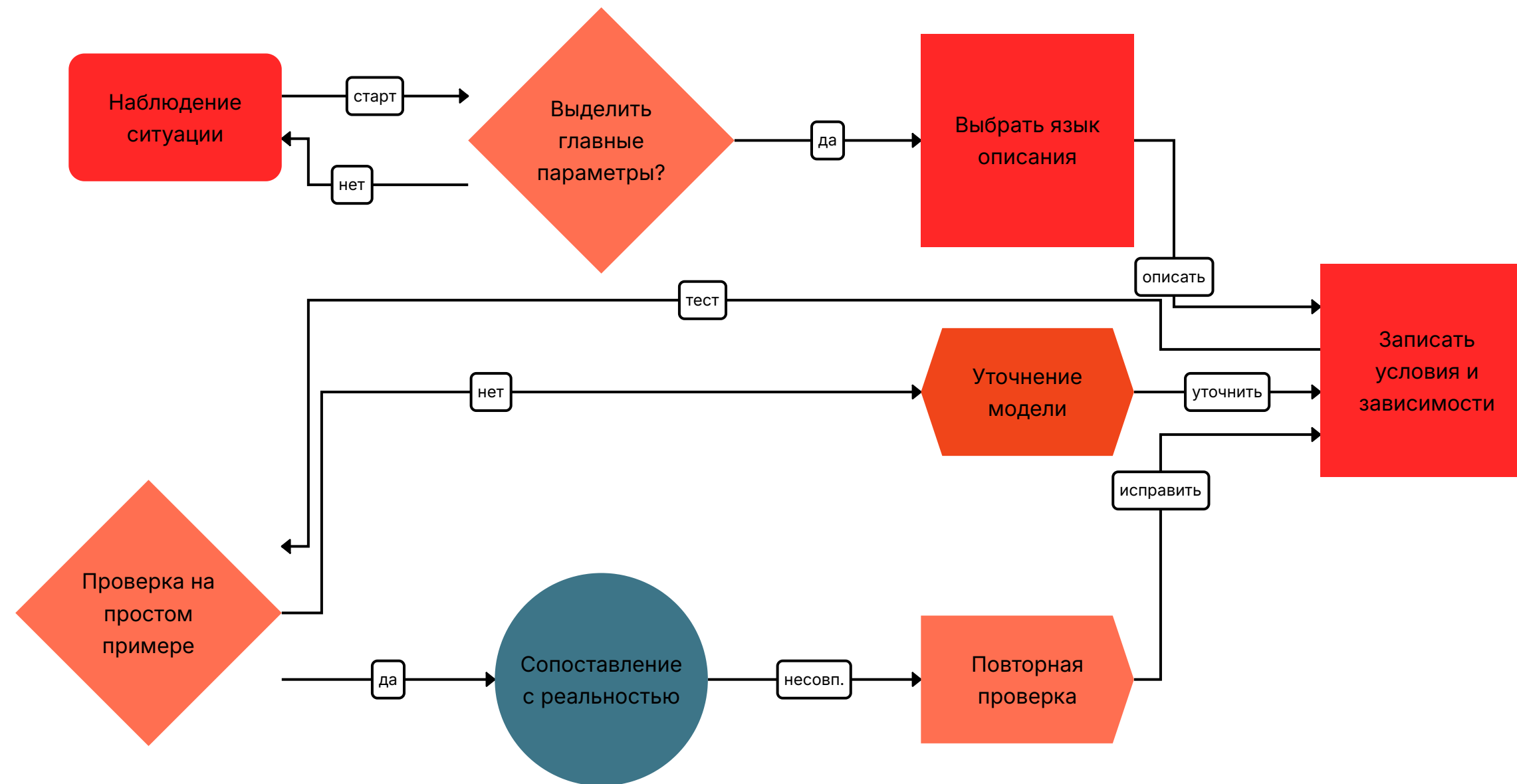
Переменные задают параметры объекта: что меняется и что можно подставлять в расчёт. Отношения связывают элементы между собой, показывая, как изменение одного параметра влияет на другие, без двусмысленности и «догадок».

Ограничения и критерий

Ограничения определяют допустимые значения: что можно, а что нарушает правила задачи. Критерий задаёт, какой итог считается нужным — например, минимальный, максимальный или «выбранный по условиям» результат.

Этапы построения модели

Итеративный путь от наблюдения к проверенному результату



Логика высказываний как основа формализации



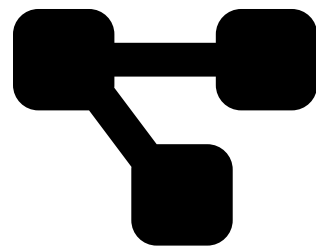
Высказывание

Высказывание — это предложение, для которого однозначно определимы истина или ложь. Такая «проверяемость» позволяет превратить текст в объект для строгих рассуждений.



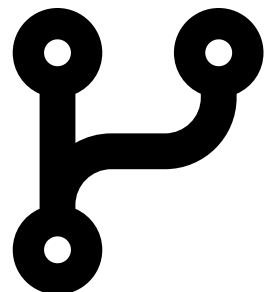
Отрицание «не»

Операция «не» меняет значение высказывания на противоположное. Благодаря этому можно аккуратно описывать запреты и условия «невыполнения» в задачах и программах.



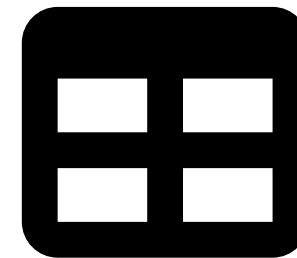
Составные условия «и/или»

Операции «и» и «или» объединяют несколько утверждений в одно правило выбора. «И» требует истинности всех частей, а «или» — хотя бы одной.



Импликации и эквивалентность

Связки «если..., то...» задают условие и следствие, а «тогда и только тогда, когда» фиксирует равенство истинностных значений. Так правила становятся точными и проверяемыми.



Таблицы истинности

Таблица истинности показывает, как меняется результат при разных исходных данных. Она помогает находить противоречия в правилах и проверять корректность логических выражений.

Основные логические операции

Сравните операции по обозначению и смыслу: так легче переводить бытовые условия в строгие формулы.

Точная запись логических операций уменьшает неоднозначность в правилах. Поэтому программы и алгоритмы корректно обрабатывают условия, а не «догадки» автора.

Учебный материал по логике высказываний (формы записи и смысл операций).

Операция	Обозначение	Смысл	Пример
Отрицание	$\neg A$	Только не А	Если «не опоздал» — значит А не выполняется
Конъюнкция	$A \sqcap B$	Оба условия верны	Успешно, если экзамен сдан и допуск получен
Дизъюнкция	$A \sqcup B$	Верно хотя бы одно	Проходишь, если есть баллы или выполнен норматив
Импликация	$A \rightarrow B$	А ведёт к В	Если есть пропуск, то проход разрешён
Эквиваленция	$A \leftrightarrow B$	Равенство значений	Понял правило тогда и только тогда, когда можешь объяснить

Сравнение основных типов логико-математических моделей

Значения на диаграмме условны: они отражают, какие типы чаще встречаются в школьных сюжетах (правила, связи, таблицы, алгоритмы, вычисления).

Чем сильнее задача про «выбор» или «проверку условий», тем логическая модель актуальнее. Когда важны связи и маршруты, выигрывают графовые модели.

Условная учебная оценка для наглядности (без привязки к статистике).



Множества и отношения в моделировании

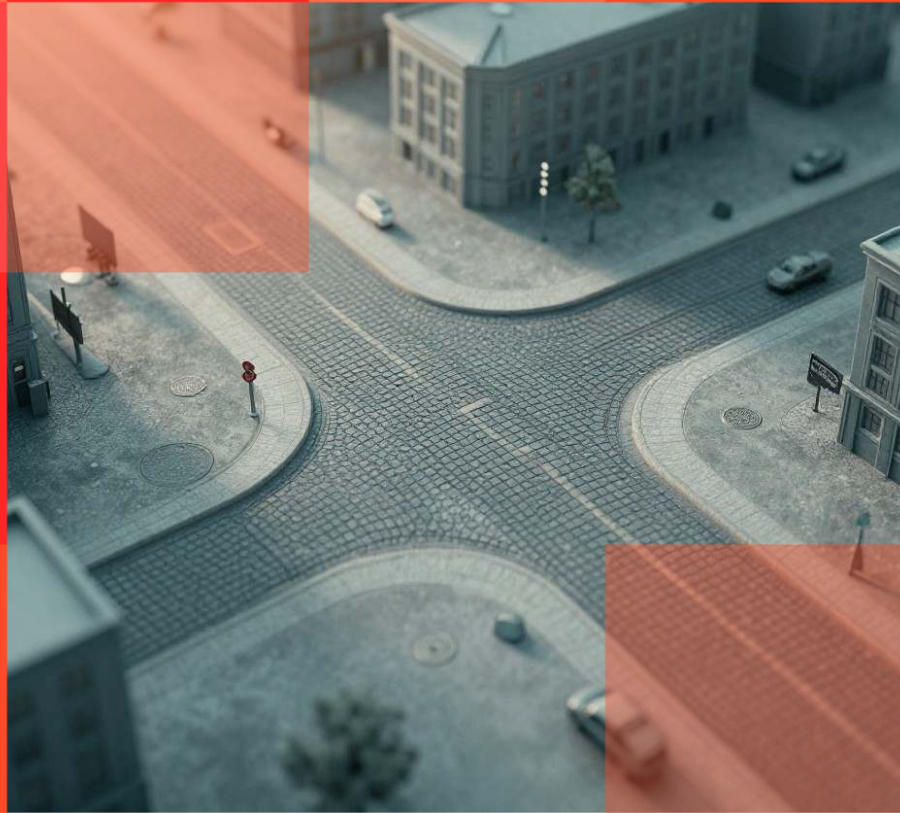
Множество задаёт совокупность объектов с общим признаком: например, ученики одного класса или заявки определённого типа. С помощью множеств удобно описывать «кто входит» в модель и как меняется состав при условиях.

Отношение показывает связь между элементами: принадлежность, сравнение, совместимость, равенство, упорядоченность или достижимость. Оно делает модель осмысленной, потому что важны не только объекты, но и характер их взаимодействия.

Такой язык подходит для расписаний, где пары «урок—кабинет» или «время—занятие» подчиняются правилам. В классификациях и группировках отношения помогают определить, почему объект попал в ту или иную категорию.

В более широких задачах множества и отношения применяются к сетям, структурам пользователей и даже к семейным связям. Это позволяет описывать правила переходов и проверять корректность структуры при изменениях данных.

Граф как модель связей между объектами



Сеть дорог: вершины и маршруты

Представьте город как набор перекрёстков и улиц. Вершины графа — это перекрёстки, а рёбра — дороги между ними. Если ребро несёт стоимость (например, время в пути), взвешенный граф помогает сравнить маршруты и выбрать самый выгодный.



Соцсвязи и зависимости задач

В учебном проекте можно изобразить, кто с кем взаимодействует и что от чего зависит. Ориентированный граф показывает направление связи: например, «задача В возможна после А». Тогда анализ путей помогает увидеть критические зависимости и логические цепочки выполнения.

Характеристики графа и их значение

Характеристика	Обозначение	Смысл	Практическая интерпретация
Вершина	V	объект в сети	узел локации, человека или задачи
Ребро	E	связь между вершинами	дорога, контакт, зависимость
Степень вершины	deg(v)	число инцидентных рёбер	сколько вариантов соединений у узла
Путь	P	последовательность переходов	маршрут в сети или цепочка действий
Цикл	C	возврат к исходной вершине	петля зависимостей, повторение маршрута
Вес ребра	w(e)	числовая характеристика связи	время, стоимость, расстояние

Граф описывает связи между объектами. Рассматривая его характеристики, можно понять структуру сети и перейти от «рисунка связей» к вычислимым выводам: какие элементы важнее и какие маршруты выгоднее.

Характеристики графа превращают задачу выбора маршрута в измеряемую: по путям и весам можно искать кратчайшие варианты, а по степени и структуре — выделять ключевые узлы сети.

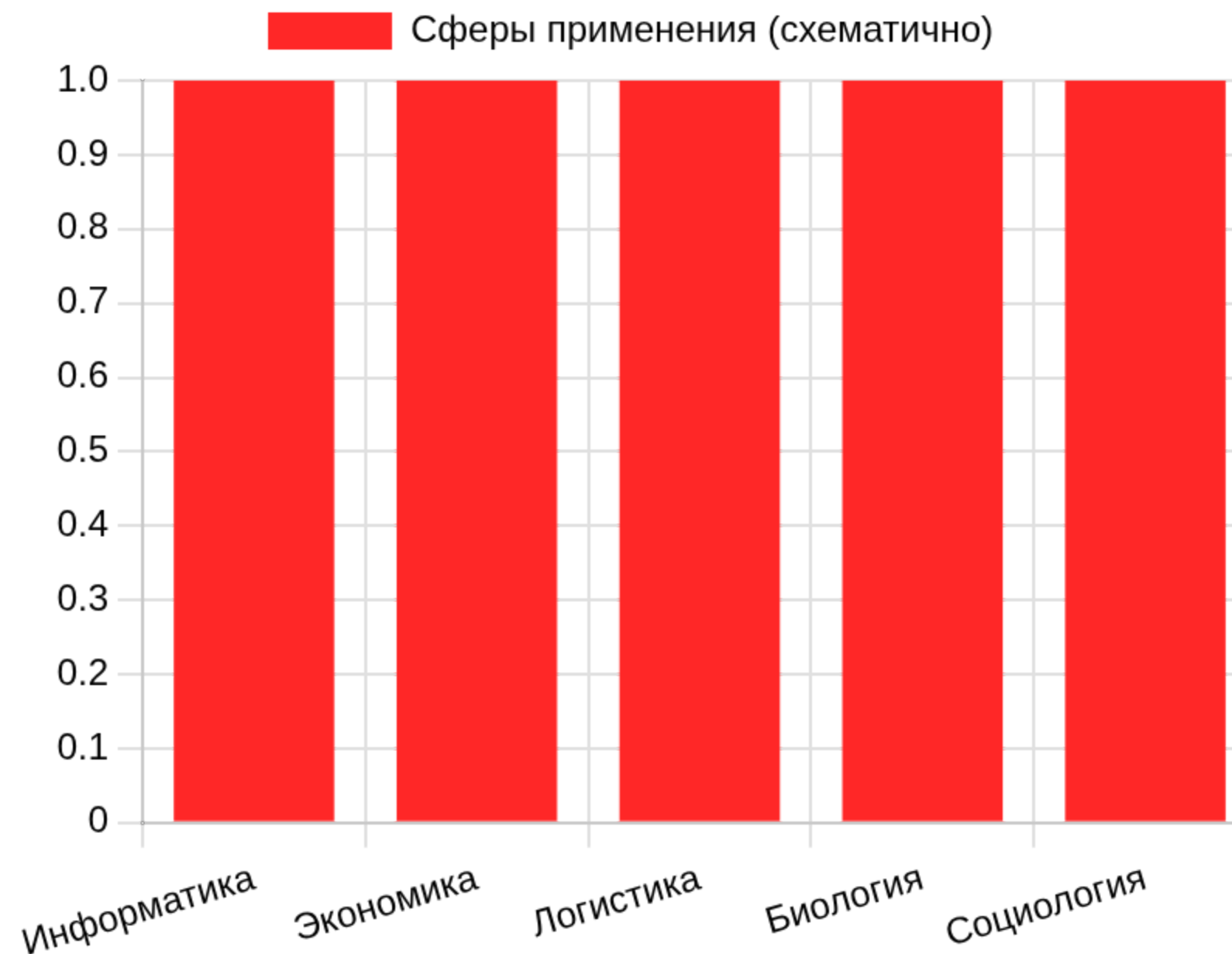
Материалы школьного курса по теории графов (обобщённое определение).

Где логико-математические модели применяются чаще всего

Во всех перечисленных областях модели служат для формализации условий и сравнения альтернатив: от вычислительных алгоритмов до анализа связей в данных.

Хотя области различаются, общий принцип один: там, где нужно сравнивать варианты и выбирать решение, логико-математические модели дают прозрачные правила и проверяемый результат.

Схематизация по учебной логике применения моделей (качественное сравнение, без числовой статистики), 2026.



Алгоритм как разновидность модели

Алгоритмическая модель описывает не только «какой ответ нужен», но и «как его получить»: шаги выбираются так, чтобы результат появлялся после конечного числа действий.

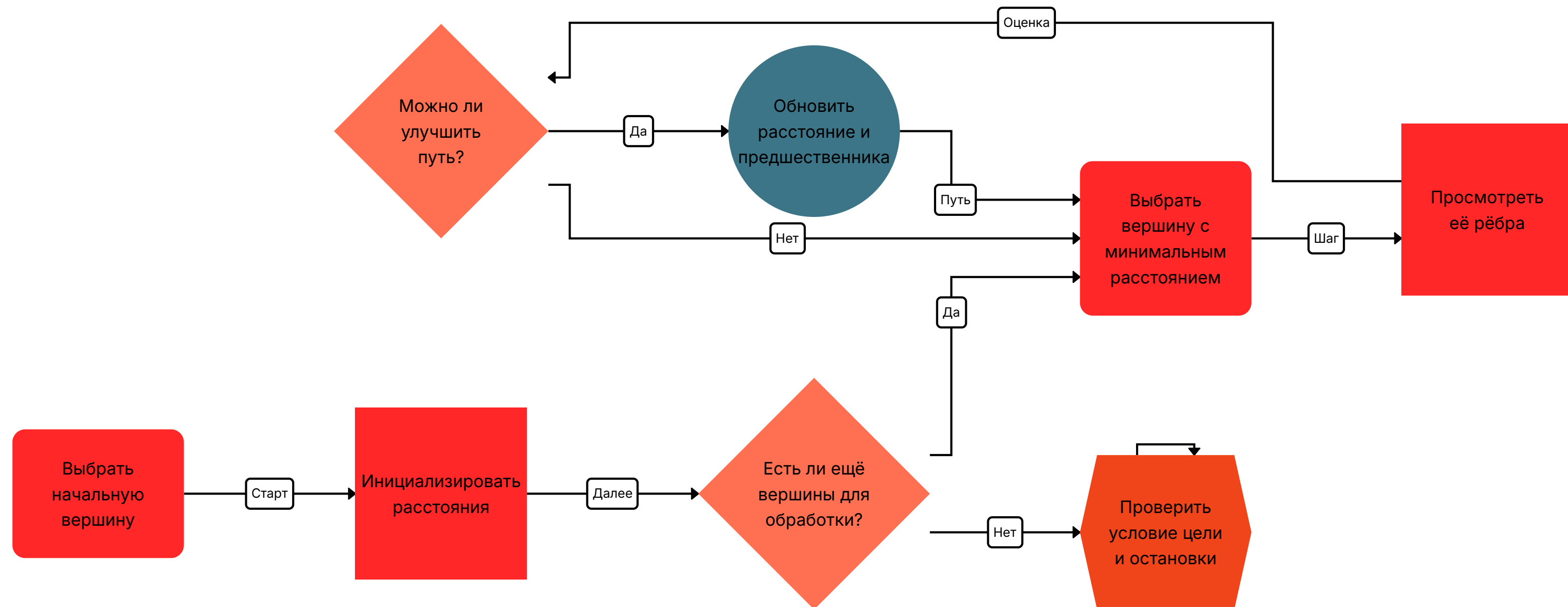
Свойство дискретности означает разбиение задачи на отдельные команды, а определённость — отсутствие двусмысленности: в каждом шаге ясно, что делать дальше.

Конечность и результативность обеспечивают завершение и выдачу результата, а массовость позволяет применять один и тот же алгоритм к разным входным данным в рамках условий задачи.

Поэтому алгоритм удобно проверять: можно проследить выполнение по шагам, повторить для другого набора входных параметров и найти ошибку в месте, где нарушается правило.

Поиск кратчайшего пути в графе: шаги алгоритма

Идея построения маршрута на основе неоднократного выбора минимального текущего расстояния в графе (алгоритмический подход типа Дейкстры/Беллмана–Форда).



Оптимизационные задачи в логико-математическом моделировании

Оптимизация сводит выбор к системному перебору допустимых вариантов и выделению наилучшего по заданному показателю: например, минимальному времени или максимальной эффективности.

Ограничения задают рамки решений: ресурсы, сроки, правила и технические условия. Они отделяют «разрешённые» варианты от «запрещённых», даже если последние выглядят удобными.

Целевая функция переводит ситуацию в вычислимую форму. Благодаря единому критерию сравнение вариантов становится формальным: модель помогает обосновать выбор, а не только сделать его «на глаз».

Логическая модель принятия решения

Компьютерная логика опирается на правило: сначала проверяется условие, затем выбирается соответствующая ветвь и формируется результат в рамках заданных условий.

Диаграмма показывает, что решение организуется как последовательность проверок. Чёткая структура упрощает тестирование: каждую ветвь можно проверить отдельно.

Учебная схема логического вывода
(качественная иллюстрация, 2026).

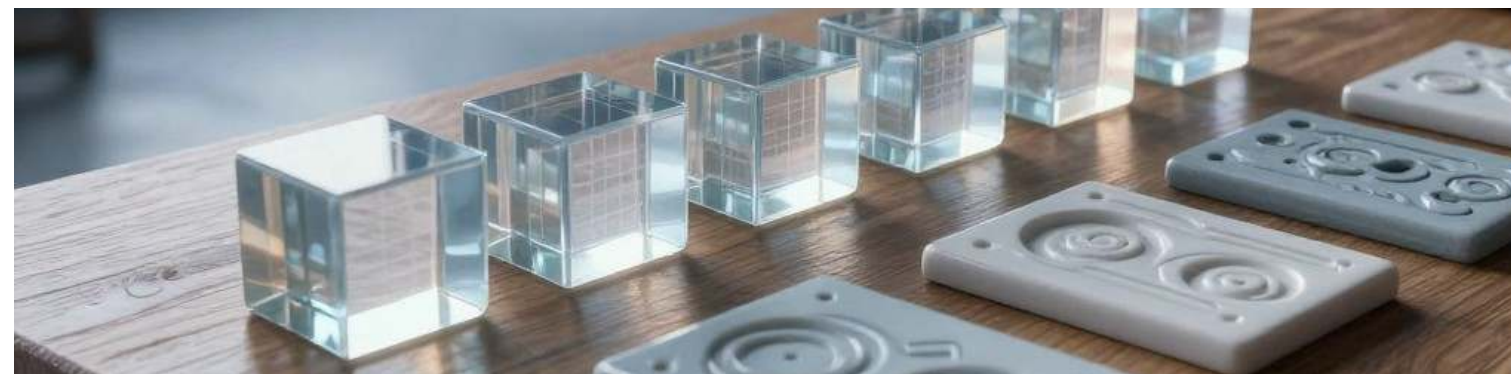
Входное условие Проверка правила
Ветвь А Ветвь Б Результат



Логико-математические модели в информатике и искусственном интеллекте

База знаний: когда факты превращаются в вывод

Представьте, что в системе записаны факты и правила. Как только пользователь вводит новые данные, логическая модель запускает цепочку рассуждений «данные — правила — вывод». Итог можно проверить: почему система пришла именно к этому заключению.



Поиск в интернете: условия отбора и ранжирование

Поисковые системы используют формализации: условия соответствия запросу и правила отбора кандидатов. Логико-математическая часть помогает не допускать противоречий и аккуратно ограничивать выдачу. Так поиск превращается в управляемый процесс, а не в угадывание.

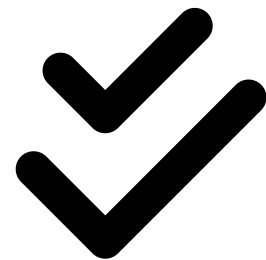


Распознавание и фильтры: логика без «настроения»

В системах распознавания и программных фильтрах модель задаёт критерии и пороги, по которым решается, чему верить. Логика снижает число ошибочных срабатываний: проверка условий происходит последовательно и одинаково для всех случаев.



Преимущества и ограничения подхода



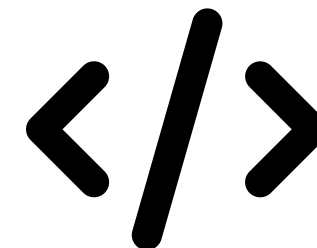
Точность и проверяемость

Модель задаёт условия однозначно, поэтому результат можно проверить и сравнить. Ошибки обычно «видны» в конкретной связи или правиле, а не спрятаны в общем описании.



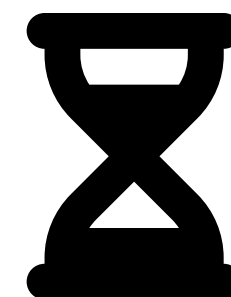
Упрощение реальности

Любая модель выделяет существенное и убирает детали. Если важный фактор не учтён, вывод может стать неточным даже при корректных вычислениях.



Компактность записи

Логические и математические обозначения позволяют описывать сложные ситуации коротко. Это помогает хранить и передавать решения, а также повторно использовать их в программах.



Зависимость от качества данных

Качество результата определяется входными данными и тем, насколько правильно выбраны связи между величинами. Эмоции, случайность и неопределённость трудно встроить в строгие правила.

Учебные задачи для закрепления темы

Логические выражения

Разберите короткие условия вида «если..., то...» и используйте операции «и/или/не». Итог — проверяемая истинность для разных наборов входных значений.

Таблицы истинности и проверки

Составьте таблицу истинности для сложного выражения и найдите противоречия. Умение видеть, как меняется результат, напрямую помогает при программировании условий.

Графы и оптимизация маршрутов

Постройте простой граф дорог и найдите путь с минимальной «стоимостью». Затем добавьте веса и проверьте, как меняется решение при изменении связей.

Итоги: значение логико-математических моделей

Логико-математические модели соединяют точное мышление, вычисления и практические задачи: они устраняют двусмысленность в условиях, помогают находить решения и проверять их корректность. Особенно важны они в информатике и анализе данных.