



Многоугольни ки и окружность

Геометрия фигур, углов и точных построений.

Зачем изучать эту тему в 7 классе

- Здесь соединяются уже знакомые фигуры, измерение углов и построения. Тема помогает увидеть общие закономерности и применять линейку и циркуль в решении задач и черчении.



Что такое многоугольник

1

Замкнутая линия

Многоугольник образует замкнутую ломаную, у которой конец последнего отрезка совпадает с началом первого. Благодаря этому фигура имеет чёткую границу и отдельную внутреннюю область.

2

Стороны и вершины

Стороны многоугольника — это отрезки, а точки их соединения называются вершинами. Именно по количеству сторон обычно называют фигуру: треугольник, четырёхугольник, пятиугольник.

3

Углы внутри фигуры

Между соседними сторонами образуются внутренние углы. Они находятся внутри фигуры и помогают изучать свойства многоугольника, включая его форму и сумму углов.

4

Примеры и правило

К многоугольникам относятся треугольник, четырёхугольник, пятиугольник и шестиугольник. Важное условие: стороны не должны пересекаться, иначе фигура не считается многоугольником.



Окружность и круг

Что такое окружность

Окружность — это линия, все точки которой находятся на одинаковом расстоянии от одной точки, называемой центром. Эта фигура не имеет углов и состоит только из границы.

Радиус

Расстояние от центра до любой точки окружности называется радиусом. У любой окружности радиусы равны между собой, и именно это свойство определяет её форму.

Что такое круг

Круг — это часть плоскости, ограниченная окружностью. Если окружность является границей, то круг включает и саму границу, и все точки внутри неё.

Диаметр

Диаметр проходит через центр окружности и соединяет две точки на ней. Он равен двум радиусам, поэтому помогает быстро связывать размеры окружности и круга.

Сравнение многоугольника, окружности и круга

Таблица показывает, чем отличаются эти фигуры по границе и основным элементам.

Главное отличие — способ образования границы и наличие или отсутствие вершин и сторон.

Фигура	Граница	Элементы	Пример
Многоугольник	Отрезки	Стороны, вершины, углы	Квадрат
Окружность	Кривая линия	Центр, радиус	Окружность
Круг	Кривая линия	Центр, радиус, внутренняя область	Монета

Сумма внутренних углов многоугольников

По числу сторон можно заранее оценить, как быстро растёт сумма внутренних углов фигуры.

При добавлении каждой новой стороны сумма внутренних углов увеличивается на 180° .



Школьная геометрия: формула суммы внутренних углов многоугольника

Правильные многоугольники



Равные стороны

Правильный многоугольник имеет все стороны одинаковой длины, поэтому его удобно измерять и сравнивать с другими фигурами. Такая симметрия делает форму особенно аккуратной.



Равные углы

У правильной фигуры все внутренние углы равны. Это свойство помогает быстро распознавать её среди других многоугольников и использовать готовые формулы при решении задач.

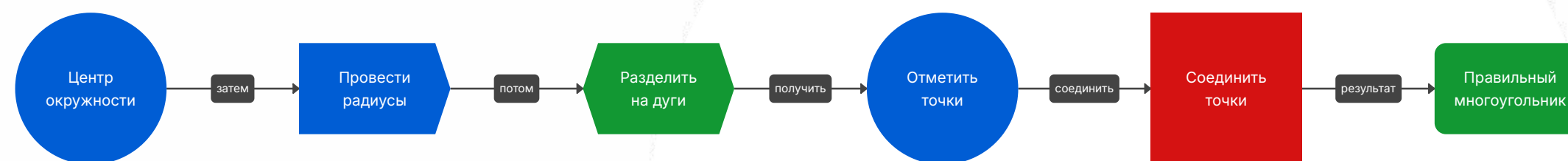


Связь с окружностью

Вершины правильного многоугольника могут лежать на одной окружности. Поэтому окружность часто используют как основу для построения равностороннего треугольника, квадрата и шестиугольника.

Построение правильного многоугольника а по окружности

Схема показывает,
как окружность помогает
получить фигуру с равными
сторонами и углами.



Вписанная окружность

Положение окружности

Вписанная окружность находится внутри многоугольника и касается каждой его стороны. Она как будто аккуратно помещается в фигуру, не выходя за её пределы.

Роль центра

Центр такой окружности одинаково удалён от всех сторон многоугольника. Это расстояние удобно использовать, когда нужно проверить, можно ли вписать окружность в фигуру.

Когда существует

Для квадрата и равностороннего треугольника вписанная окружность существует всегда. В других случаях её наличие зависит от свойств конкретного многоугольника.



Описанная окружность

1

Через вершины

Описанная окружность проходит через все вершины многоугольника. Поэтому каждая вершина лежит на одной и той же окружности, а фигура как бы вписана в неё.

2

Центр и радиус

Центр описанной окружности одинаково удалён от всех вершин фигуры. Радиус равен расстоянию от центра до любой вершины, что удобно при построениях и измерениях.

3

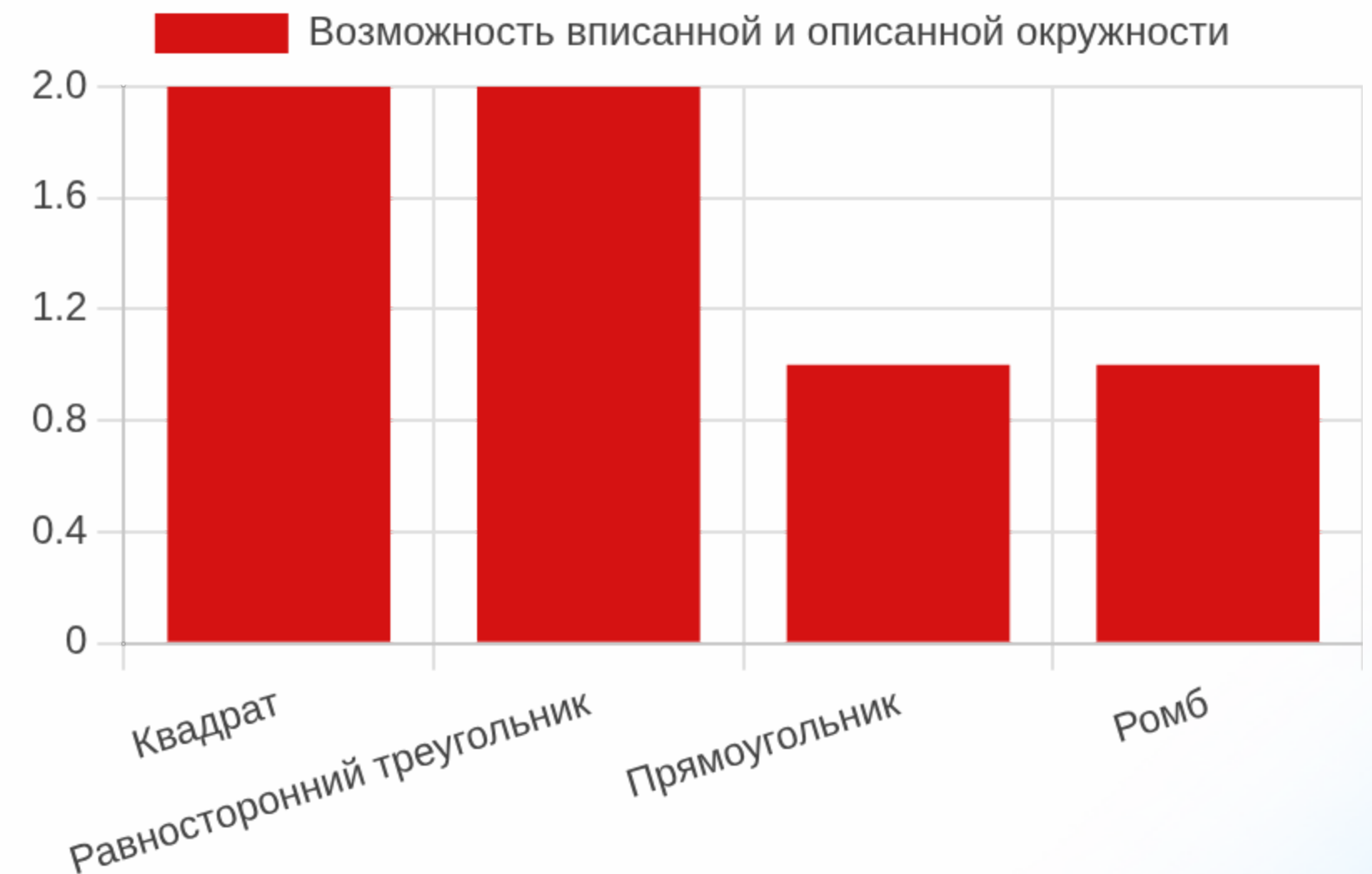
Для правильных фигур

У правильных многоугольников описанная окружность существует всегда. Это связано с их симметрией: равные стороны и углы создают одинаковое положение всех вершин относительно центра.

Какие фигуры могут иметь вписанную и описанную окружность

У правильных фигур связи с окружностью выражены особенно ясно: их вершины и стороны подчиняются одной симметрии.

Значение 2 означает обе окружности, 1 — только одну или частный случай. Наиболее устойчивые связи у квадрата и равностороннего треугольника.



Школьный курс геометрии, 7 класс

Периметр многоугольника

1

Сложение сторон

Периметр многоугольника находят, складывая длины всех его сторон. Этот способ подходит для любой фигуры, если известна длина каждого отрезка, образующего её границу.

2

Короткая запись для правильных фигур

Если многоугольник правильный, все стороны равны. Тогда удобно использовать формулу $P = a \times n$, где a — длина стороны, а n — число сторон.

3

Практическое применение

Периметр нужен не только в задачах, но и в жизни: его считают при измерении рамки, забора, дорожки или контура детали перед изготовлением.



Площадь правильных фигур и связь с окружностью

Разбиение на треугольники

Правильный многоугольник можно мысленно разделить на одинаковые треугольники. Тогда площадь всей фигуры получается как сумма площадей этих равных частей, что упрощает вычисления.

Роль окружности

Если вершины правильного многоугольника лежат на окружности, радиус помогает связать стороны, углы и площадь. Это удобно при решении задач на построение и измерение.

Квадрат как наглядный пример

У квадрата площадь легко выразить через сторону, но его можно рассматривать и как фигуру, связанную с окружностью. Поэтому он хорошо показывает идею перехода от построения к вычислению.

Шестиугольник и одинаковые части

Правильный шестиугольник особенно удобен для изучения: его можно представить как несколько одинаковых треугольников. Из-за этого площадь и связь с окружностью становятся более понятными.

Формулы для квадратов, треугольников и шестиугольников

Фигура	Стороны	Периметр	Площадь
Квадрат	4 равные	$4a$	a^2
Равносторонний треугольник	3 равные	$3a$	S через h
Правильный шестиугольник	6 равных	$6a$	через 6 треугольников

Сравнение показывает, что у правильных фигур записи короче и удобнее, потому что все стороны и углы равны.

Чем фигура правильнее, тем проще её формулы. Равенство сторон и углов позволяет использовать короткие записи и быстрые способы вычисления.

Шестиугольник в природе и технике



Соты как образец экономии

Пчелиные соты — один из самых известных примеров шестиугольников в природе. Такая форма помогает плотно заполнять пространство без лишних промежутков и при этом сохранять прочность конструкции. Именно поэтому соты так часто приводят в учебниках.



Шестигранник в деталях

В технике шестиугольная форма встречается в гайках, болтах и других крепёжных элементах. Шестигранник удобно захватывать инструментом, поэтому он практичен и в сборке, и в ремонте. Геометрия здесь помогает сделать деталь удобной и надёжной.



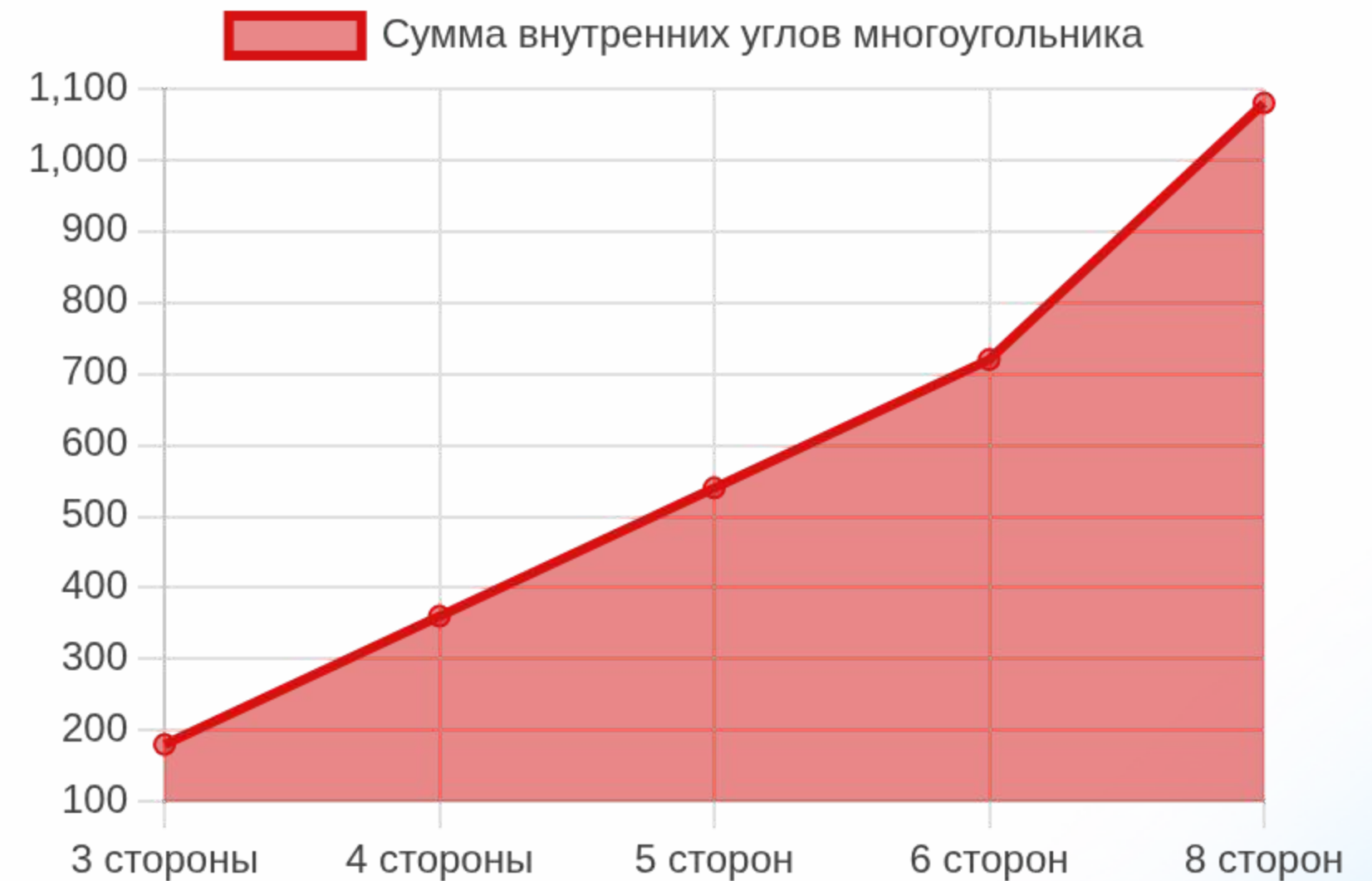
Узор и покрытие поверхности

Шестиугольники используют и в узорах, и в плитке. Повторяющиеся фигуры создают аккуратный рисунок и позволяют равномерно покрывать поверхность. Это делает шестиугольник полезным не только в природе, но и в архитектуре и дизайне.

Как меняется сумма внутренних углов при увеличении числа сторон

Каждая новая сторона добавляет к сумме внутренних углов одинаковую прибавку, поэтому зависимость легко предсказать по таблице.

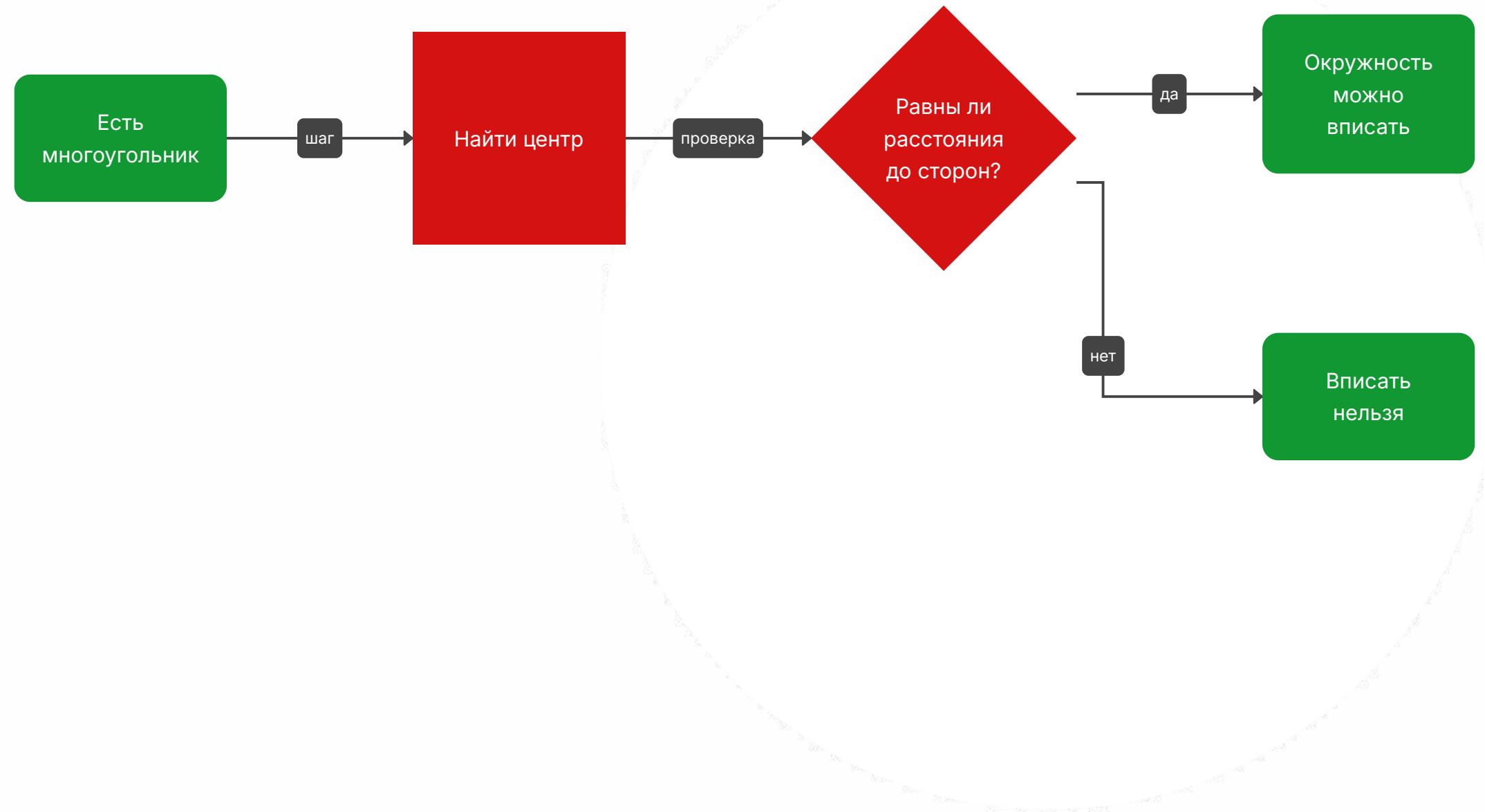
График подтверждает правило: сумма внутренних углов растёт на 180° при добавлении одной стороны. Это помогает быстро проверять вычисления в задачах.



Школьный курс геометрии, 7 класс

Как определить, может ли в фигуру быть вписана окружность

Последовательность проверки основана на равенстве расстояний от центра до всех сторон многоугольника.



Типичные ошибки при изучении темы

Путаница между окружностью и кругом

Окружность — это линия, а круг — часть плоскости внутри неё. Если не различать эти понятия, легко ошибиться в объяснении задач и при построении чертежа.

Неверное представление о вписанной окружности

Не в каждый четырёхугольник можно вписать окружность. Для этого нужны особые условия, поэтому важно проверять, равны ли расстояния от центра до всех сторон.

Смешение двух окружностей

Вписанная окружность касается сторон многоугольника, а описанная проходит через его вершины. Эти окружности решают разные геометрические задачи и не заменяют друг друга.

Где используются многоугольники и окружность



Чертёж и геометрия

В черчении многоугольники и окружности нужны для точных схем, измерений и построений. Они помогают передавать форму объекта без искажений и соблюдать размеры.



Архитектура

В архитектуре эти фигуры используют в планах зданий, декоративных элементах и конструкциях. Симметрия и чёткие линии делают проект устойчивым и выразительным.



Знаки и навигация

Дорожные знаки часто имеют форму многоугольников или окружностей. Такая геометрия делает их заметными, понятными и удобными для быстрого распознавания.



Механизмы и детали

Окружности и многоугольники встречаются в часах, крепежах и других деталях. Здесь особенно важны точность формы, повторяемость и аккуратное соединение элементов.

Геометрия, в которой фигуры связаны между собой

Многоугольники и окружность показывают, как геометрия соединяет разные фигуры общими правилами. Эти связи помогают не только решать задачи, но и точно строить, измерять и замечать закономерности вокруг нас.