

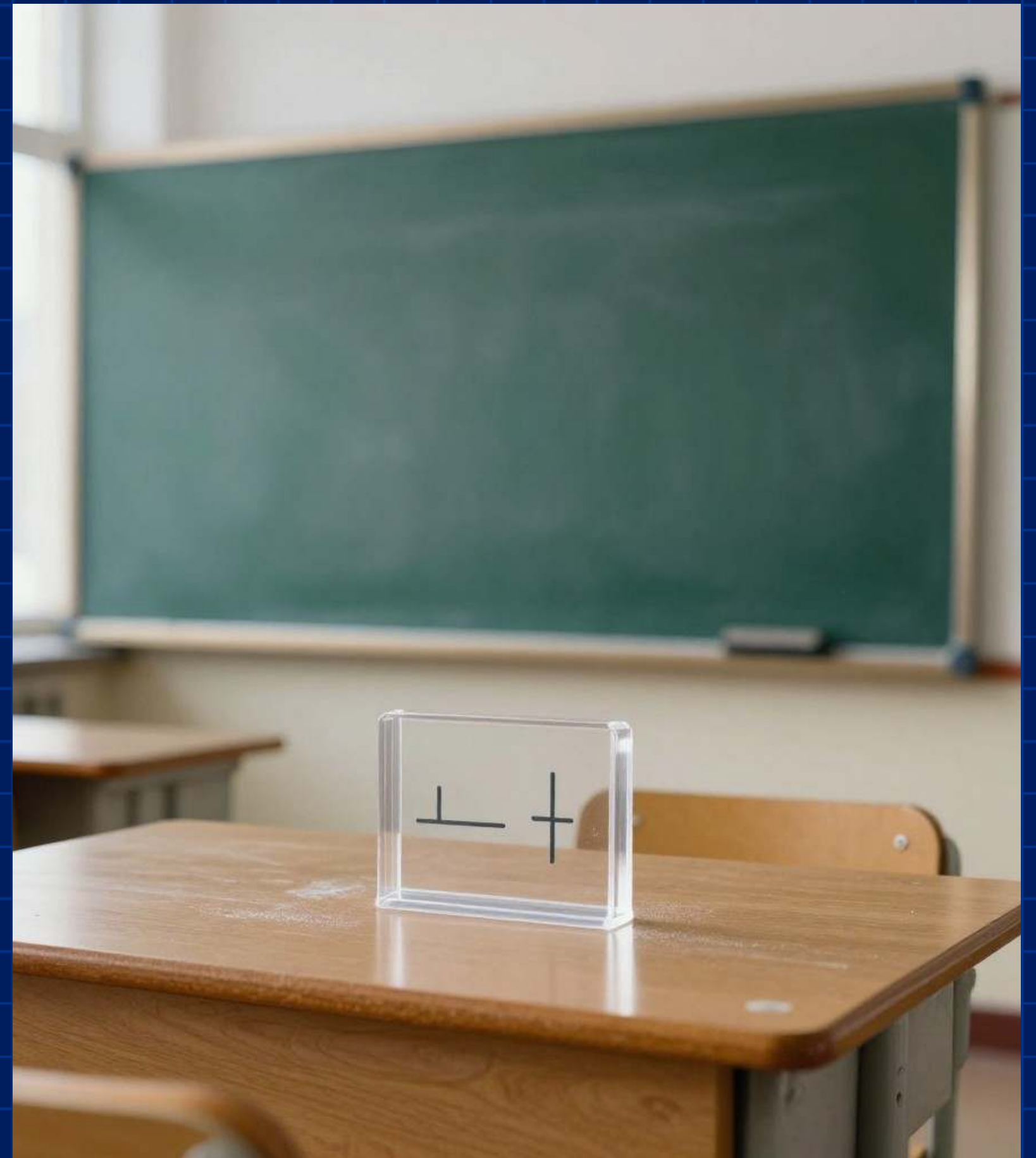
Уравнения и неравенства с одной переменной

Как найти точное число или подходящий диапазон значений?

$1 \div 2$

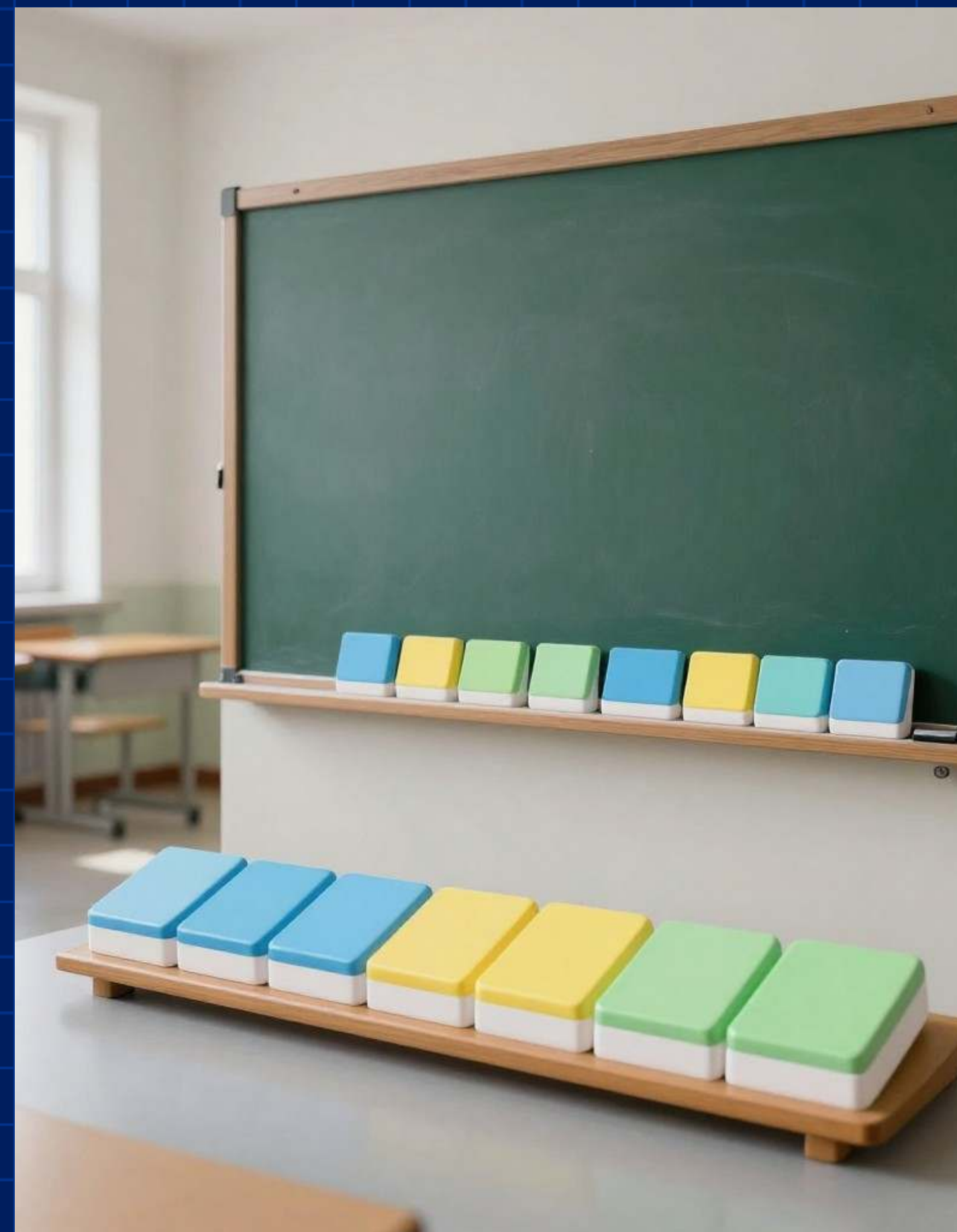
$\log$

8



Зачем это изучают в 9 классе

Эта тема помогает находить неизвестные в формулах, читать графики и решать текстовые задачи. Она нужна для дальнейшего изучения систем, квадратных уравнений и задач с параметрами, где особенно важны точность, знаки и работа с интервалами.



Переменная, выражение и значение выражения

Что такое переменная

Переменная – это буква, которая обозначает неизвестное или меняющееся число. В алгебре чаще всего используют x , y , a , t , чтобы записывать общие правила и зависимости.

Из чего состоит выражение

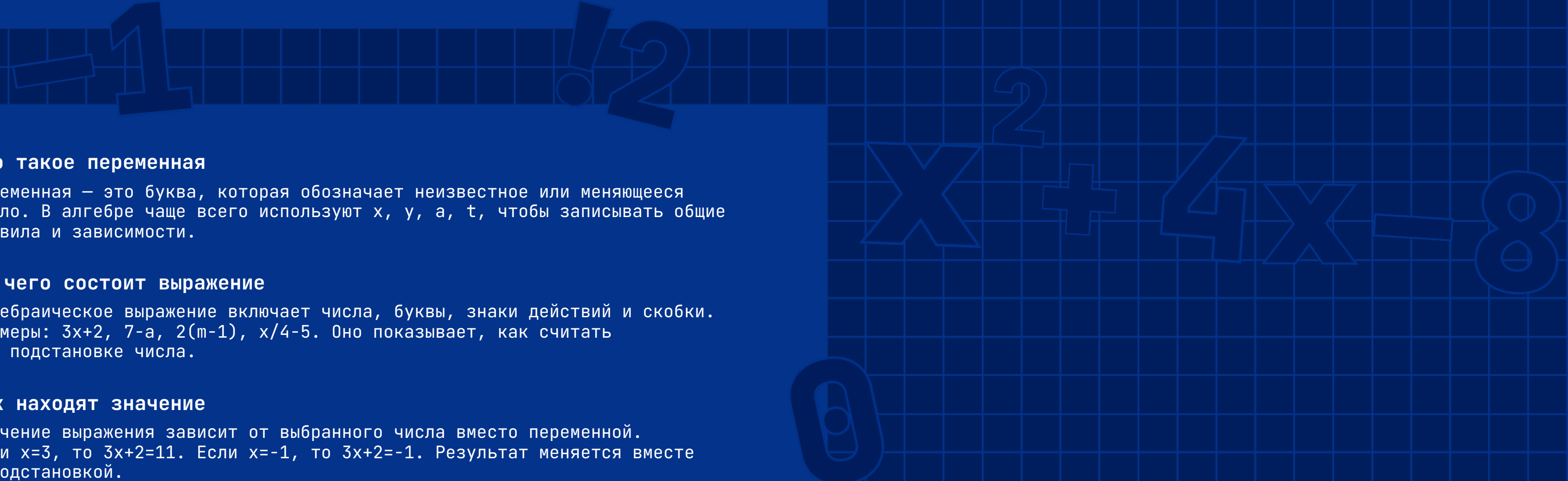
Алгебраическое выражение включает числа, буквы, знаки действий и скобки. Примеры: $3x+2$, $7-a$, $2(m-1)$, $x/4-5$. Оно показывает, как считать при подстановке числа.

Как находят значение

Значение выражения зависит от выбранного числа вместо переменной. Если $x=3$, то $3x+2=11$. Если $x=-1$, то $3x+2=-1$. Результат меняется вместе с подстановкой.

Чем выражение отличается от равенства

Само выражение ничего не утверждает о равенстве или сравнении. Оно лишь задает правило вычисления. Чтобы получить уравнение или неравенство, нужно добавить знак $=$, $>$, $<$, $\geq$ или $\leq$.


$$x^2 + 4x - 8$$



Уравнение как равенство с неизвестным

Смысл уравнения

Уравнение — это равенство, в котором есть неизвестное число. Оно показывает условие, при котором две части записи становятся одинаковыми.

Что считается решением

Решением уравнения называют такое значение переменной, при котором равенство оказывается верным. Подходящее число должно удовлетворять исходной записи без противоречий.

Корень уравнения

Корень — это найденное значение неизвестного. Например, в уравнении $2x+5=13$ корнем является $x=4$, потому что подстановка делает равенство верным.

Проверка подстановкой

После нахождения ответа его подставляют в уравнение и вычисляют обе части отдельно. Если значения совпали, решение правильное; если нет, допущена ошибка.

Наглядный образ

Уравнение удобно представлять как весы в равновесии: обе части должны оставаться одинаковыми. Если убрать или добавить что-то с одной стороны, равновесие нарушится.

Основные элементы уравнения

Объект	Определение	Пример
Левая часть	Выражение слева	$2x+5$
Правая часть	Выражение справа	13
Неизвестное	Искомая переменная	x
Корень	Верное значение	$x=4$
Решение	Любое подходящее число	4
Равносильные уравнения	Одинаковые решения	$x+1=3$ и $x=2$



Названия элементов помогают точно читать запись и выполнять преобразования без ошибок.

Термины различают роль каждого элемента и помогают не путать промежуточные преобразования с окончательным ответом.

Алгоритм решения линейного уравнения

Последовательность действий при решении уравнений вида $ax+b=c$ и $a(x+b)=c$

6

3

18

Свойства равносильных преобразований

1

log



Прибавление и вычитание

Если к обеим частям уравнения прибавить или вычесть одно и то же число, множество решений не изменится. Поэтому слагаемые можно переносить через знак равенства.



Умножение на число

Если обе части умножить на одно и то же ненулевое число, уравнение остается равносильным исходному. Так удобно избавляться от дробей и упрощать запись.



Деление без потерь

Разделить обе части на одно и то же ненулевое число тоже можно. Главное – не делить на ноль, иначе преобразование станет недопустимым.



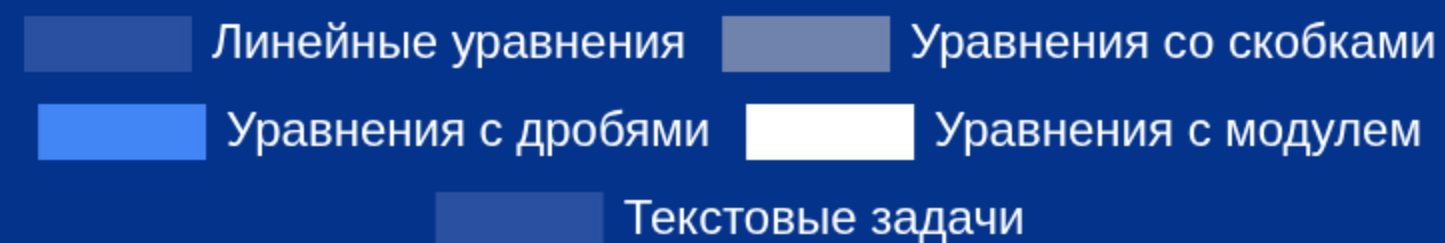
Зачем это нужно

Эти свойства позволяют постепенно выделить неизвестное и получить простое уравнение. Чем аккуратнее преобразования, тем меньше риск потерять или добавить лишний корень.

2

x

Какие уравнения чаще встречаются в 9 классе



Обобщение содержания школьного курса алгебры 9 класса

Круг показывает, что основу темы составляют линейные уравнения. Остальные типы отличаются способом преобразования и требуют большей аккуратности в вычислениях.

Чем сложнее запись, тем выше риск ошибки; поэтому сначала важно уверенно освоить линейный случай.

Текстовые задачи, которые сводятся к уравнению



1. Чтение условия

Сначала выделяют, что именно неизвестно: число предметов, цену, время, расстояние, возраст или процент. Это помогает понять, какую величину удобно обозначить буквой.

2. Перевод на язык алгебры

Затем обычные слова заменяют математическими связями: сумма, разность, кратное отношение, скорость, часть от числа, процент от величины. Так появляется алгебраическая модель.

3. Составление и решение

После записи уравнения его решают обычными приемами: раскрывают скобки, упрощают выражения и находят неизвестное. Важно не терять смысл задачи на этом шаге.

4. Проверка смысла ответа

Последний шаг – проверить, подходит ли найденное число по условию. Ответ должен быть не только вычислен правильно, но и логически возможен в задаче.



Проверка корня уравнения

1 Подставь найденное число

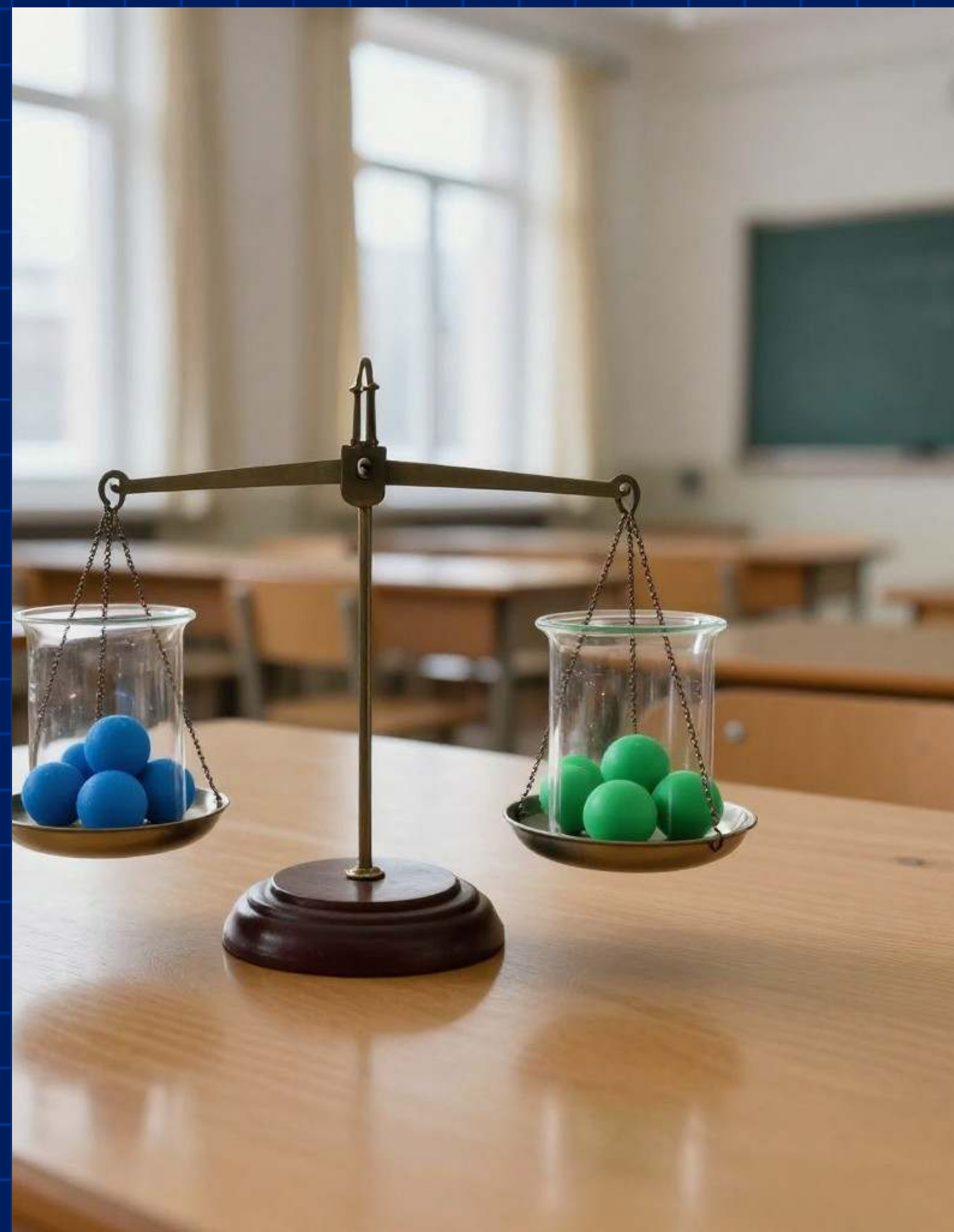
Вместо переменной подставляют найденное значение в исходное уравнение и отдельно вычисляют левую и правую части. Это самый надежный способ проверить результат.

2 Сравни обе части

Если получились одинаковые значения, ответ верный. Если числа различаются, значит, в решении была ошибка: в знаках, скобках, дробях или вычислениях.

3 Проверь особенно внимательно

Проверка особенно важна в уравнениях со скобками, дробями и отрицательными числами. В таких заданиях легче всего ошибиться при преобразовании выражений.



Что такое неравенство

Сравнение величин

Неравенство показывает, как связаны два выражения: одно может быть больше, меньше, не больше или не меньше другого. Оно помогает описывать не точное число, а допустимый выбор.

Основные знаки

Для записи используют знаки $>$, $<$, $\geq$ и $\leq$. Первые два обозначают строгое сравнение, а вторые два показывают, что граница тоже входит в ответ.

Много решений

Если уравнение обычно дает одно число, то неравенство с одной переменной может иметь целый промежуток решений. Поэтому ответом становится множество подходящих значений, а не одна точка.

Примеры записей

Записи $x > 3$, $2x - 1 \leq 7$ и $a \geq -5$ показывают разные условия для переменной. Каждая из них задает набор чисел, которые удовлетворяют смыслу неравенства.

Алгоритм решения линейного неравенства

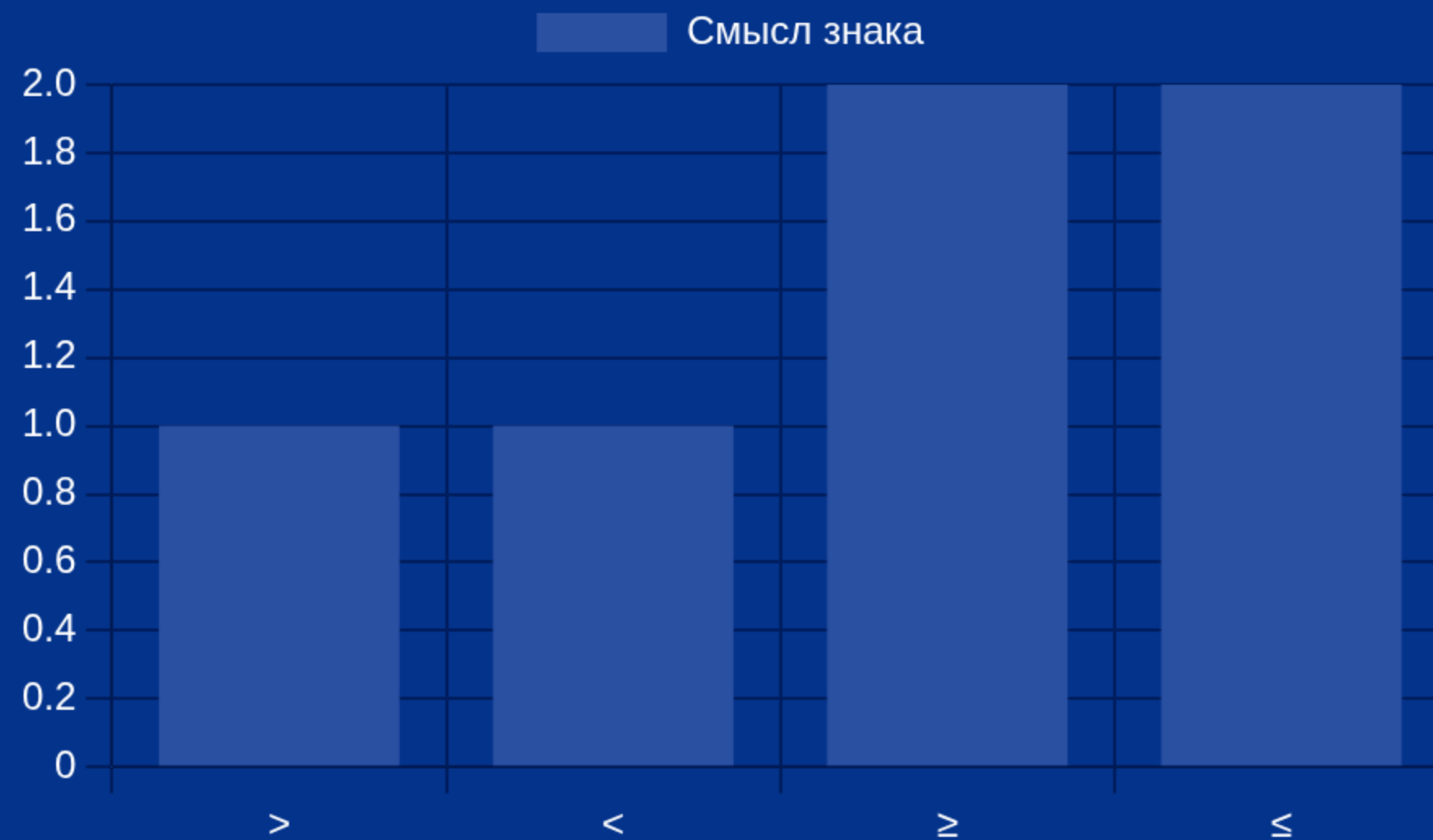
Последовательность действий при преобразовании линейного неравенства с одной переменной.

6

3

18

Знаки неравенств и их смысл



Школьный курс алгебры 9 класса

Знаки сравнения читаются одинаково в записи и на числовой прямой: строгие не включают границу, а нестрогие показывают, что крайнее значение допустимо.

Символ сразу подсказывает, входит ли граница в ответ, поэтому запись решения можно читать без лишних вычислений.

Числовая прямая и запись решения



Луч или отрезок

На числовой прямой решение показывают как луч, отрезок или несколько промежутков. Такая запись наглядно отражает, какие числа подходят, а какие нужно исключить.

Граница решения

Пустая точка означает, что число на границе не входит в ответ. Закрашенная точка показывает, что граница разрешена и принадлежит множеству решений.

Символическая запись

Ответ можно записать как $x > 3$, $x \leq -2$ или $-1 < x \leq 4$. Такая форма удобна для короткой записи и для последующего использования в алгебраических преобразованиях.

Промежутки

Запись $x \in (2; 7]$ объединяет словесный и символический способ описания решения. Она особенно полезна, когда нужно точно указать начало и конец промежутка.

$$x^2 + 4x - 8$$



Сравнение уравнений и неравенств

Признак	Уравнение	Неравенство
Знак	=	<, >, ≤, ≥
Ответ	одно число	промежуток
Проверка	подстановка	подстановка и сравнение
Графика	точка	луч или отрезок

Школьная алгебра 9 класса

Сравнение помогает увидеть, чем отличаются два типа записи и как меняется ответ после решения.

Уравнение ищет точное значение, а неравенство – подходящий диапазон; поэтому и форма ответа, и способ проверки у них разные.

Типичные ошибки при решении

1

Знаки при переносе

Часто ошибаются, когда переносят слагаемые через знак равенства или неравенства и забывают изменить знак перед числом. Это сразу меняет результат и делает решение неверным.

2

Скобки и порядок

Неверное раскрытие скобок и нарушение порядка действий приводят к ошибкам уже на первых шагах. Особенно осторожно нужно работать с отрицательными числами и дробями.

3

Отрицательное число

При умножении или делении неравенства на отрицательное число знак сравнения обязательно меняется. Если это пропустить, получится решение, противоречащее исходному условию.

4

Запись ответа

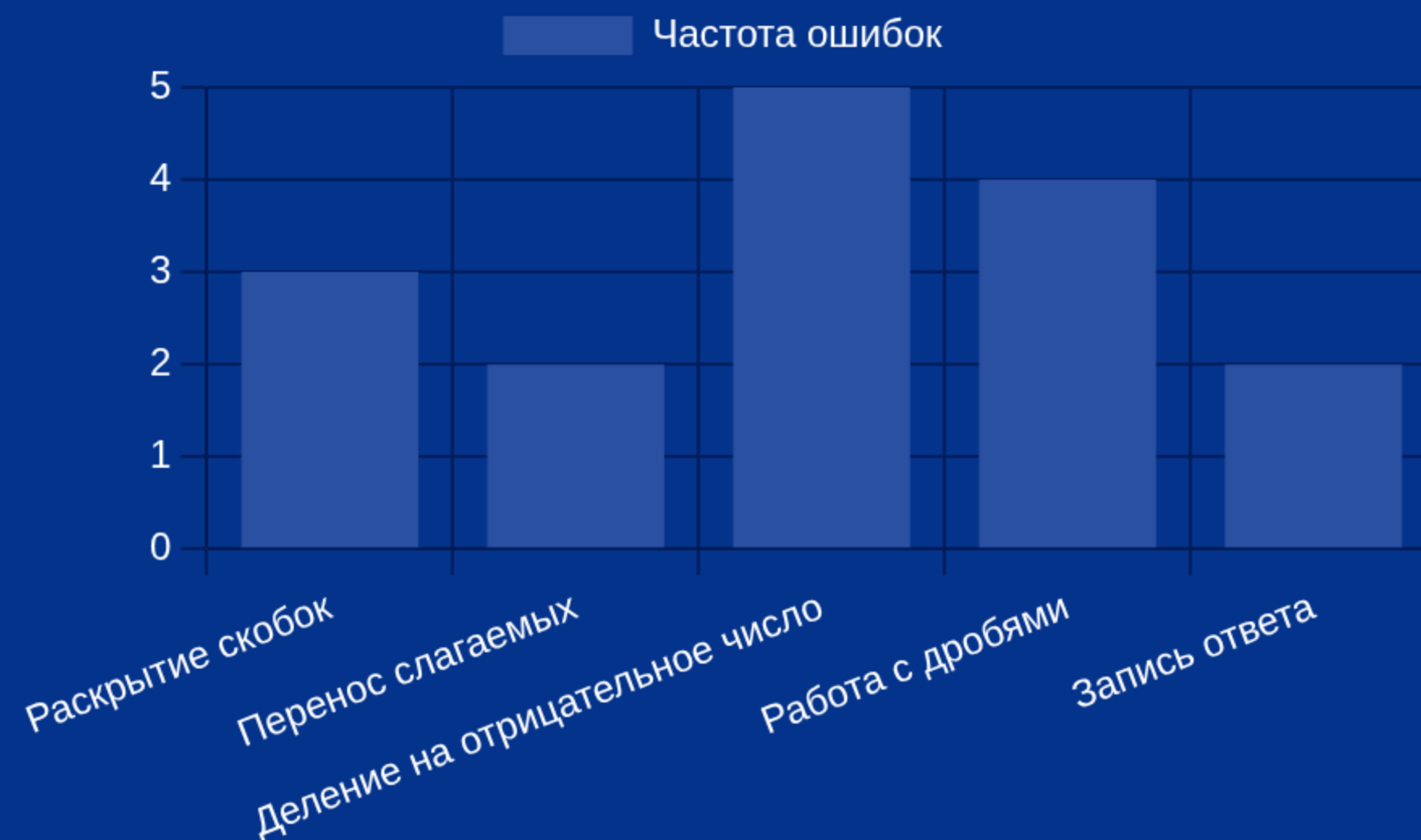
В уравнениях путают корень с промежуточным числом, а в неравенствах неверно отмечают границу на числовой прямой. Проверка помогает заметить такие неточности.

8

5

9

Где чаще возникают ошибки



Иллюстративная схема типичных учебных затруднений

Чаще всего трудности появляются там, где нужно одновременно помнить несколько правил: знак, порядок действий и правильную запись результата на прямой.

Самые заметные затруднения связаны с отрицательными числами и дробями, поэтому именно эти шаги требуют медленного и внимательного выполнения.



Связь с реальной жизнью

Покупки и скидки

Уравнения помогают считать стоимость нескольких одинаковых товаров, а неравенства – находить минимальную сумму для покупки или проверять, хватает ли денег после скидки.

Время в пути

Если известна скорость и расстояние, уравнение позволяет найти время. Неравенство удобно, когда нужно уложиться в допустимый срок или опоздать не более чем на несколько минут.

Школьные результаты

С помощью неравенств можно определить, какой балл или процент достаточен для цели. Такие задачи часто встречаются в контрольных, тестах и планировании подготовки.

Сравнение условий

Тарифы, температура, количество шагов или допустимая скорость часто описываются через диапазон значений. Это делает алгебру полезной для повседневных решений.



Этот ориентир помогает не путать уравнение с неравенством: у первого обычно один ответ, у второго – целый промежуток подходящих значений.

1

**линейное уравнение чаще
всего имеет одно решение,
если коэффициент
при переменной не равен
нулю.**

Школьный курс алгебры 9 класса



Главные выводы по теме

Уравнения и неравенства с одной переменной учат по-разному описывать неизвестное: точно или в пределах допустимых значений. Важнее всего аккуратные преобразования, внимательность к знакам и умение читать ответ по смыслу задачи.



cos

sin

1

tg

ctg