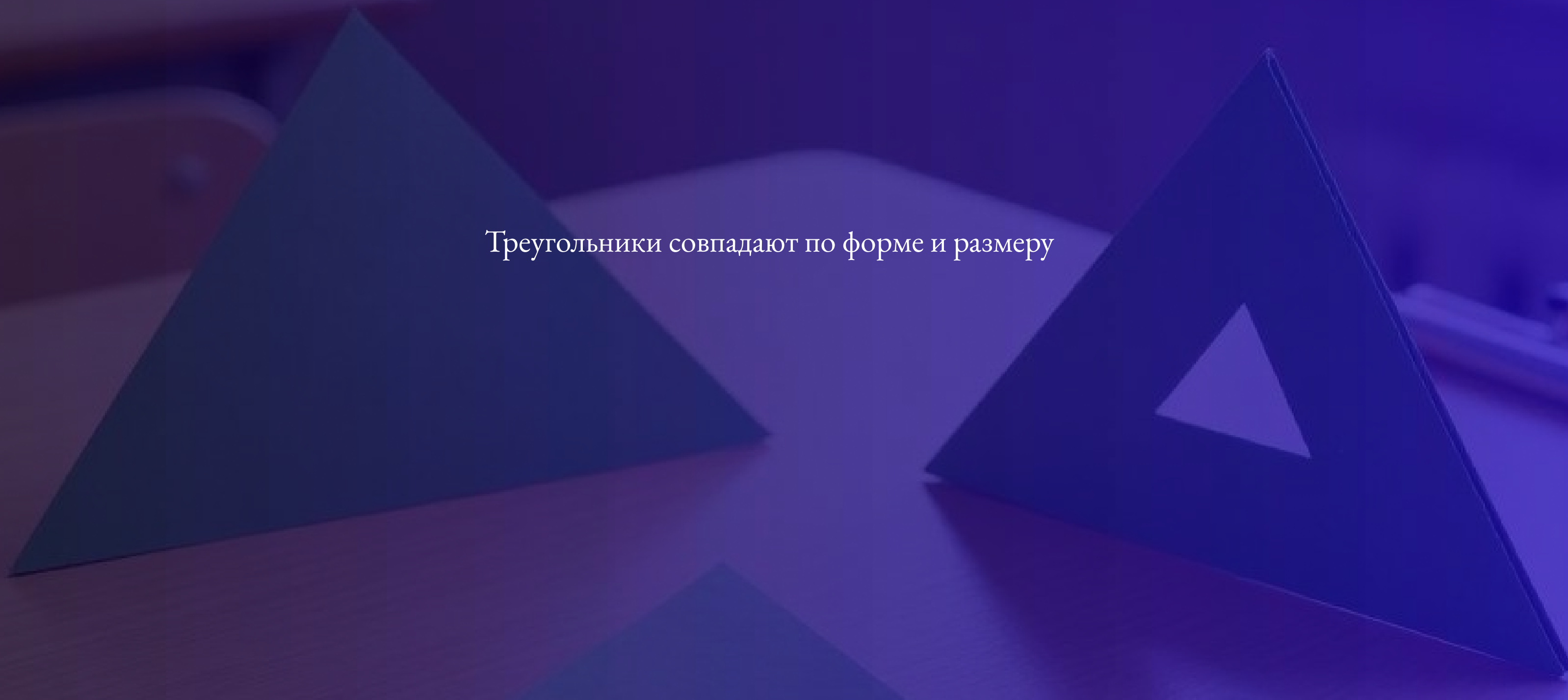


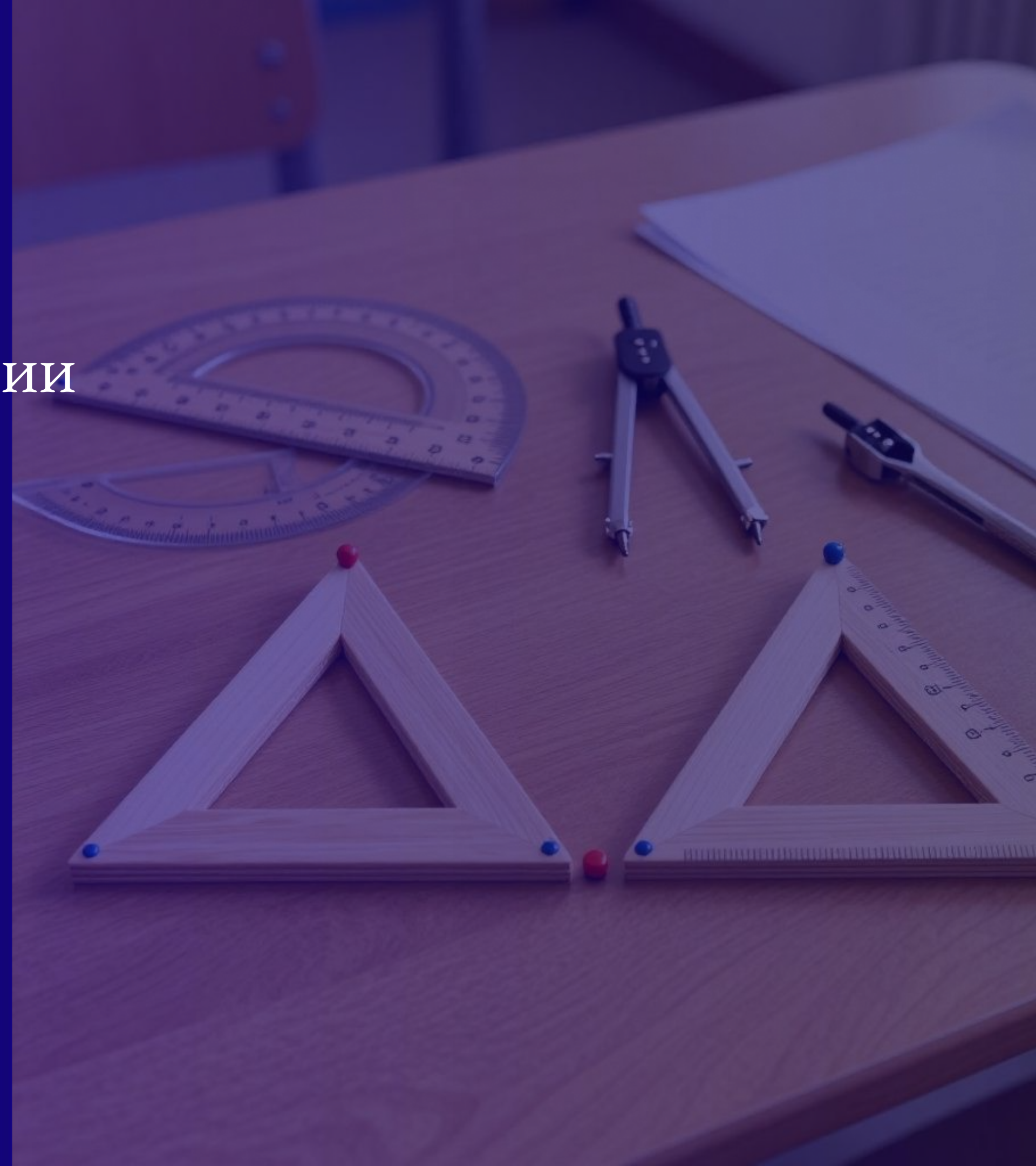
О равенстве треугольников

Треугольники совпадают по форме и размеру



Почему эта тема важна в геометрии

Равенство треугольников помогает находить неизвестные стороны и углы, доказывать свойства фигур и решать задачи по чертежу без прямого измерения.



Что значит, что треугольники равны

1.

Совмещение наложением

Два треугольника считаются равными, если их можно точно совместить при наложении без растяжения, поворота с изменением размеров или искажения формы.

2.

Равенство элементов

После совмещения попарно совпадают все соответствующие стороны и углы, поэтому у равных треугольников одинаковы не только размеры, но и конфигурация.

3.

Важен порядок вершин

При сравнении нужно сохранять порядок вершин, чтобы правильно определить, какие стороны и углы соответствуют друг другу в двух треугольниках.

4.

Только положение меняется

Равные треугольники могут быть по-разному расположены на плоскости, но их форма и размер остаются неизменными.

Сравнение двух треугольников на чертеже

Одинаковые отметки

Равные стороны обычно помечают одинаковыми штрихами, а равные углы — одинаковыми дугами. Это сразу показывает, какие элементы нужно сравнивать.

Соответствие вершин

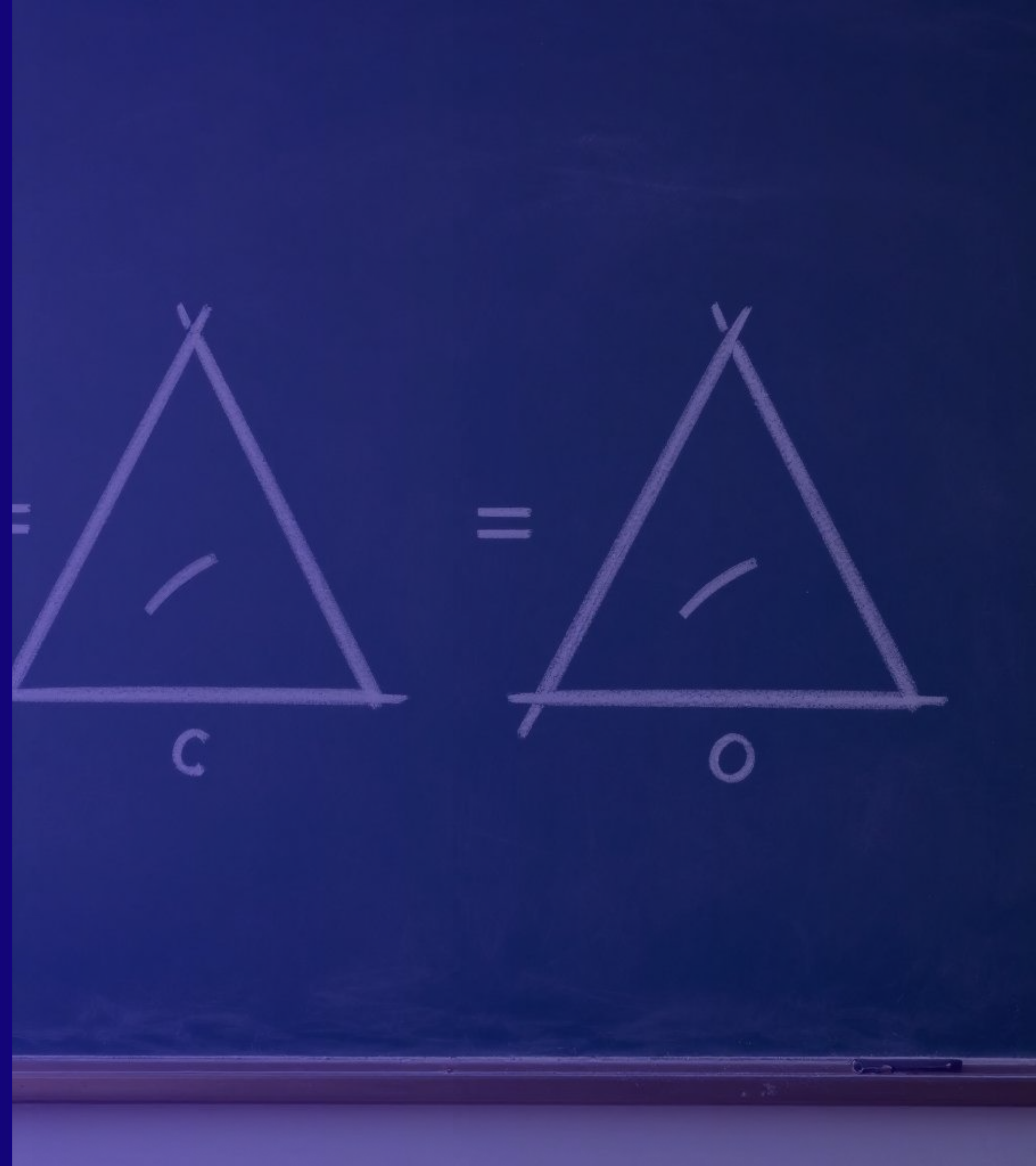
По обозначениям на рисунке видно, какие вершины относятся друг к другу. Без этого легко перепутать порядок сравнения и сделать неверный вывод.

Один порядок сравнения

Сопоставлять элементы нужно в одном и том же порядке: сторона к стороне, угол к углу, вершина к вершине.

Удобство для доказательства

Такое оформление делает чертёж наглядным и помогает быстрее выбрать подходящий признак равенства треугольников.



Три признака равенства треугольников

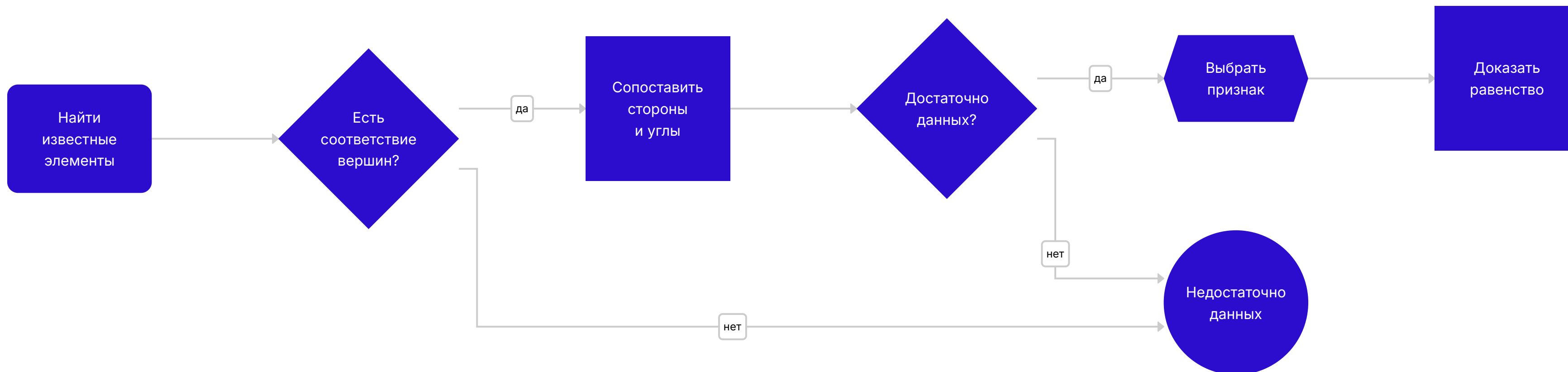
Признак	Что равно	Кратко
1	2 стороны + угол	SAS
2	1 сторона + 2 угла	ASA
3	3 стороны	SSS

Основные признаки помогают установить равенство треугольников по разному набору элементов.

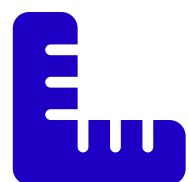
Каждый признак применяют только при точном соответствии элементов двух треугольников.

Как проверяют равенство треугольников

Последовательность действий при работе с чертежом и известными элементами



Первый признак: две стороны и угол между ними



Две стороны

Если две стороны одного треугольника равны двум сторонам другого, это создаёт основу для сравнения. Но одного этого условия ещё недостаточно для строгого вывода.



Угол между ними

Нужен именно угол, заключённый между этими сторонами. Он фиксирует форму треугольника и исключает разные варианты расположения третьей вершины.



Вывод о равенстве

Когда обе стороны и угол между ними попарно равны, треугольники равны. Этот признак особенно удобен в задачах на построение и симметрию.

Почему важен угол между сторонами

1. Две стороны не всё решают

Если известны только две стороны, третья вершина может оказаться в разных местах. Поэтому сами по себе два равных отрезка ещё не гарантируют равенство треугольников.

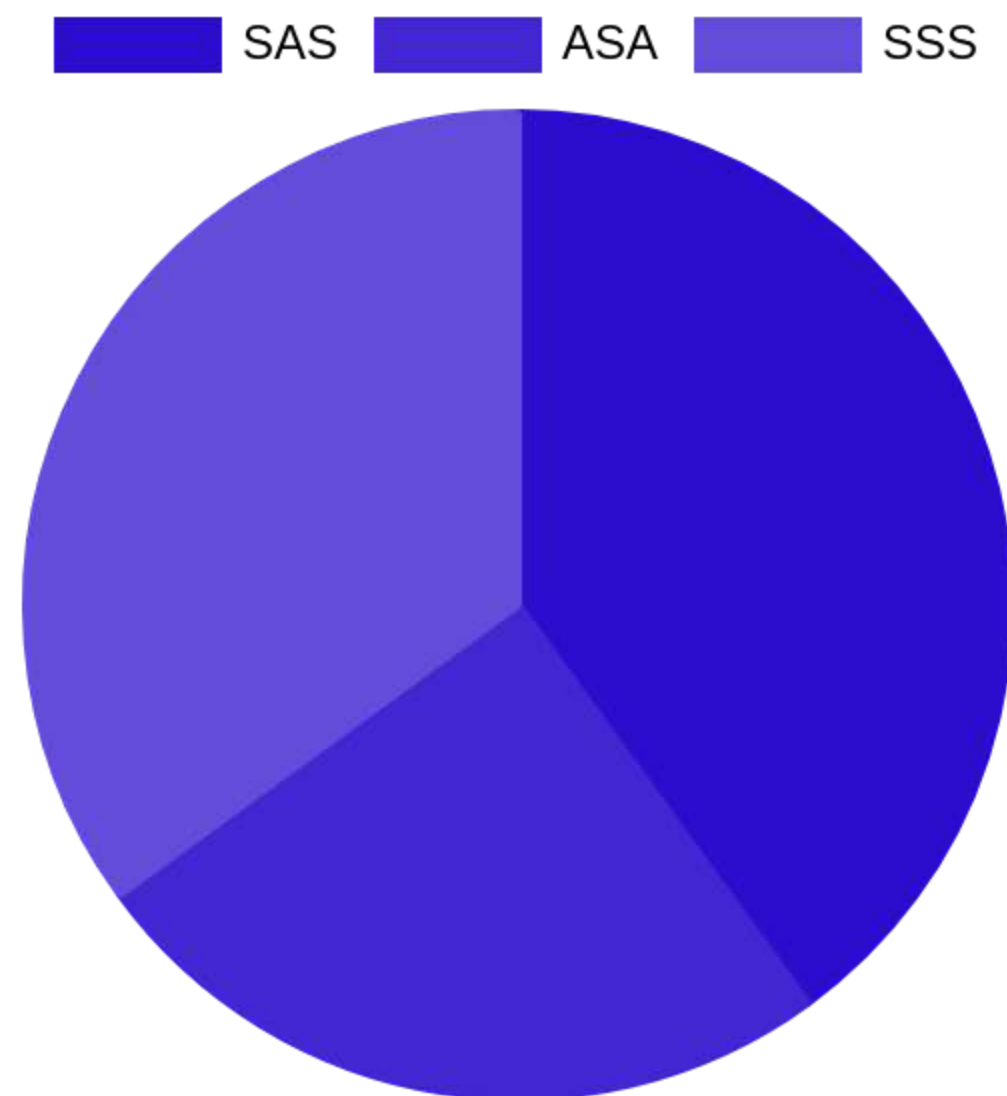
2. Угол задаёт форму

Угол между сторонами определяет, как именно они соединяются, и тем самым фиксирует форму фигуры. Благодаря этому исчезает неоднозначность расположения третьей вершины.

3. Нужен именно внутренний угол

В первом признаке учитывают не любой угол, а тот, который лежит между равными сторонами. Только он даёт полное соответствие треугольников при сравнении.

Какие признаки чаще встречаются в задачах



Выбор признака зависит от того, какие элементы уже отмечены на чертеже и какие углы можно получить из условий задачи.

Чаще применяются SAS и SSS: они удобно работают в построениях и при доказательствах по чертежу.

Второй признак: сторона и два прилежащих угла

1.

Одна сторона совпадает

Сначала проверяют, равны ли соответствующие стороны двух треугольников. Эта сторона служит опорой, относительно которой сравнивают остальные элементы.

2.

Два прилежащих угла

Затем сравнивают два угла, которые прилегают к выбранной стороне. Если они попарно равны, форма треугольников становится полностью определённой.

3.

Вывод по признаку ASA

При равенстве одной стороны и двух прилежащих к ней углов треугольники равны. Этот признак часто используют в задачах с параллельными прямыми.

Третий признак: три стороны

Полное совпадение сторон

Если у двух треугольников попарно равны все три стороны, их можно совместить без искажения формы. Тогда совпадут и вершины, и углы, потому что размеры фигуры уже полностью определены.

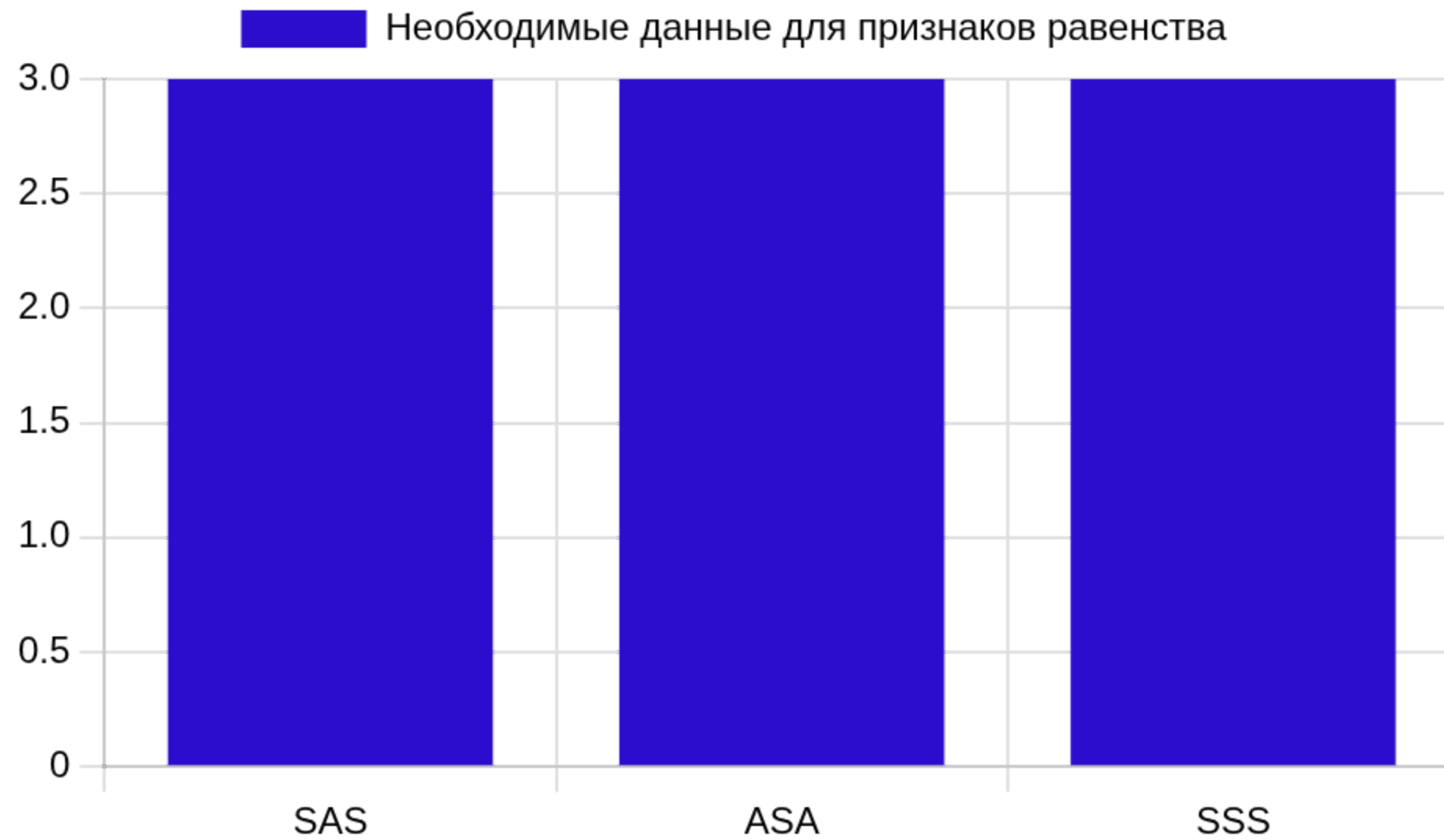
Обозначение SSS

Этот признак записывают как SSS, где каждая буква означает сторону. Он удобен в задачах, где измерены все отрезки и не требуется искать дополнительные угловые данные для доказательства.

Практическое применение

Признак часто используют при сравнении чертежей, построениях с циркулем и линейкой и проверке результатов измерений. Особенно он полезен, когда даны три длины, но углы на рисунке не отмечены.

Что нужно знать для каждого признака



Разные признаки опираются на разные сочетания элементов, поэтому в задаче важно сначала отметить все данные на чертеже.

По числу элементов признаки равны по объёму, но отличаются их составом: стороны, углы или их сочетание.

Равенство через наложение

1. Совмещение фигур

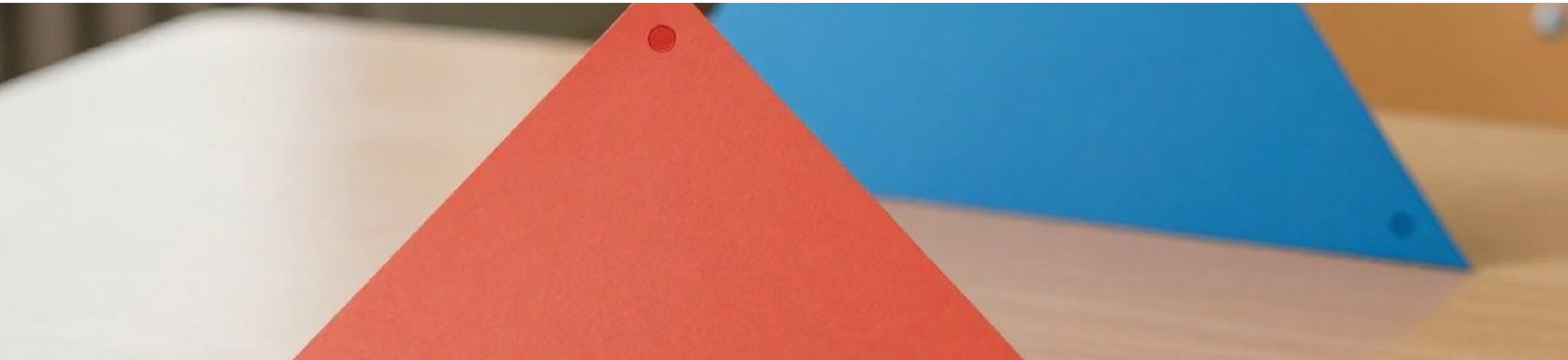
Сначала один треугольник мысленно или на рисунке поворачивают и перемещают без растяжения. Если после этого его вершины, стороны и углы полностью совпали с другим, фигуры равны.

2. Что проверяют при наложении

Особенно важно, чтобы совпадали соответствующие элементы в одинаковом порядке. Если перепутать вершины, можно сделать неверный вывод, хотя на глаз треугольники будут выглядеть похожими.

3. Почему это убедительно

Наложение показывает не только внешнее сходство, но и точное совпадение размеров. Поэтому такой способ помогает понять смысл равенства треугольников ещё до записи формального доказательства.



Что следует из равенства треугольников

Равны все элементы

После доказательства равенства можно сразу утверждать, что соответствующие стороны и углы одинаковы. Это позволяет переносить известные данные из одного треугольника во второй без дополнительных измерений.

Совпадают периметры

Если треугольники равны, сумма их сторон одинакова, значит, и периметры совпадают. Это следствие часто помогает в задачах, где нужно найти длину неизвестного отрезка.

Можно искать неизвестное

Зная равный элемент в одном треугольнике, легко определить его пару в другом. Так находят углы, стороны и иногда проверяют правильность построения по готовому чертежу.

Важно верно сопоставить вершины

Главная трудность состоит в правильном выборе соответствующих вершин. Если порядок указан неверно, то равными могут оказаться не те элементы, и доказательство потеряет смысл.

Дано, признак, вывод

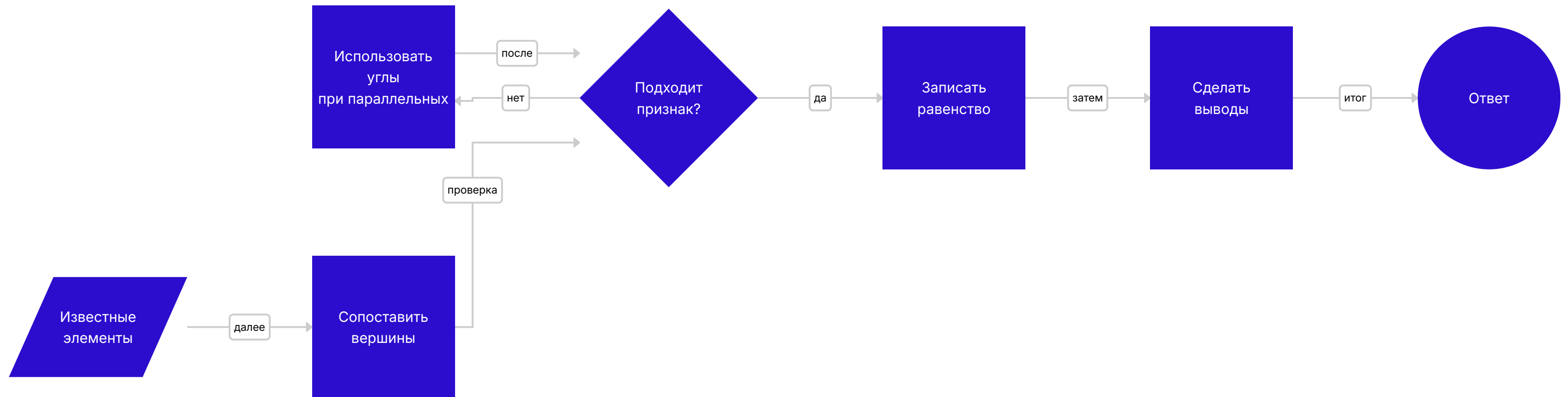
Таблица помогает быстро связать условие задачи с нужным признаком равенства треугольников и понять, какой вывод можно сделать.

Один и тот же вывод достигается разными наборами данных, поэтому сначала нужно определить, какой признак действительно подтверждён условиями.

Дано	Признак	Вывод
2 стороны + угол	SAS	Треугольники равны
1 сторона + 2 угла	ASA	Треугольники равны
3 стороны	SSS	Треугольники равны

Алгоритм решения задач на равенство треугольников

Последовательность действий при работе с чертежом и признаками равенства



Типичные ошибки при работе с признаками

Неверное соответствие

Часто ученики сравнивают стороны и углы, которые не являются соответствующими. В таком случае даже правильный признак не поможет, потому что условие проверяется для разных элементов.

Недостаточно данных

Ещё одна ошибка — пытаться доказать равенство по двум сторонам без угла между ними. Для строгого вывода нужен именно один из трёх полных признаков, а не частичное совпадение.

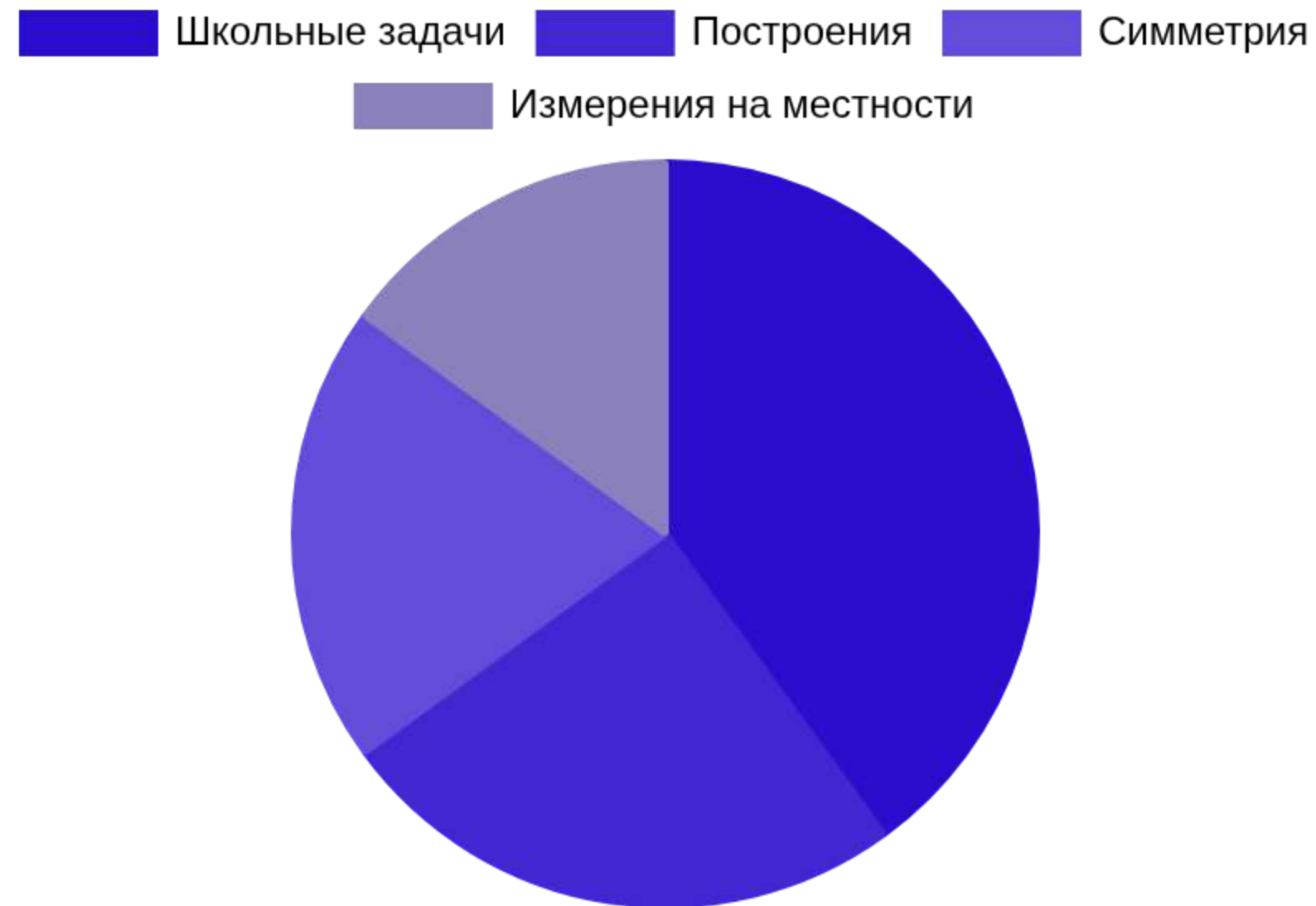
Путаница с внешним видом

Треугольники могут выглядеть одинаково на глаз, но это ещё не доказательство. В геометрии важны точные соотношения, а не только приблизительное сходство рисунка.

Смешение понятий

Иногда равенство треугольников путают с похожестью фигур. Однако похожие треугольники могут различаться по размеру, а равные должны полностью совпадать по всем соответствующим элементам.

Где применяются признаки равенства



Признаки равенства особенно полезны там, где прямое измерение неудобно или невозможно, например на сложных чертежах и в практических задачах.

Наибольшую роль признаки играют в школьной геометрии, а практические измерения и симметрия используют их как удобный инструмент проверки.

Все доказательства строятся вокруг одного из трёх случаев: SAS, ASA или SSS. Выбор правильного признака делает решение точным, коротким и понятным.

3

ОСНОВНЫХ признака
равенства достаточно
для большинства задач этой
темы.

Равенство треугольников — основа точных доказательств

Эта тема учит видеть связь между чертежом и строгим выводом. Три признака равенства помогают доказывать свойства фигур, находить неизвестные элементы и уверенно решать задачи 7 класса.