

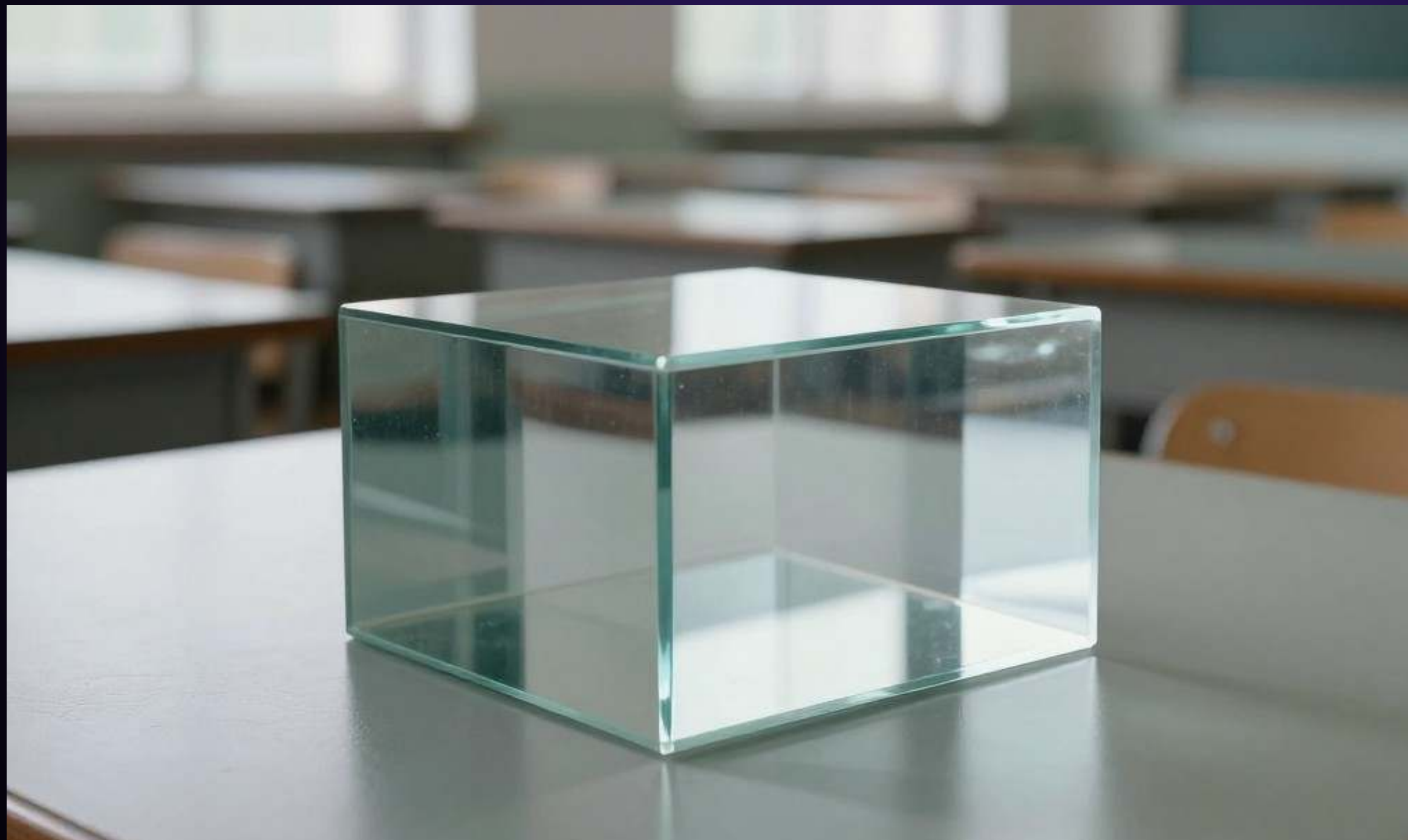


Прямоугольный параллелепипед: что это за фигура и почему она важна

Простая на вид «коробка» в стереометрии: грани, рёбра,
формулы для площади, объёма и диагонали.

Прямоугольный параллелепипед в геометрии 11 класса

/2



Эта фигура переводит навыки из плоскости в пространство: через неё удобно учиться площади, объёму, параллельности и перпендикулярности. В задачах она служит наглядной моделью для коробок, комнат и аквариумов.

Определение и основные признаки

/3

01

Прямоугольный параллелепипед — многогранник, у которого все грани являются прямоугольниками. Благодаря этому его можно представлять как «объёмную рамку» вокруг трёх взаимосвязанных измерений: длины, ширины и высоты.

Противоположные грани попарно равны и параллельны, а соседние грани пересекаются под прямым углом. Значит, фигура обладает устойчивой пространственной «структурой», где углы между плоскостями заранее определены как прямые.

02

03

Любые двугранные углы фигуры также прямые. А три ребра, выходящие из одной вершины, попарно перпендикулярны и задают три измерения: по ним удобнее всего строить формулы для площади и объёма.

Элементы фигуры: грани, рёбра, вершины

/4

Грани, рёбра и вершины

У прямоугольного параллелепипеда 6 граней, 12 рёбер и 8 вершин. Каждая грань — прямоугольник, а рёбра соединяют вершины и образуют «каркас» пространственной фигуры. Обычно на рисунке грани легко отличить по взаимному перпендикулярному расположению.

Обозначения размеров a , b , c

Рёбра удобно группировать по направлению: три величины обозначают a , b и c . Они соответствуют длине, ширине и высоте (в зависимости от того, как выбрана ориентация рисунка). Полезно отметить цветом три направления рёбер и подчеркнуть, какие рёбра противоположны и параллельны.



Обозначения и основные формулы

Величина	Обозначение	Формула
Длина, ширина, высота	a, b, c	—
Полная площадь поверхности	Sполн	$2(ab + bc + ac)$
Боковая поверхность	Sбок	$2c(a + b)$
Объём	V	abc
Пространственная диагональ	d	$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
Единицы измерения	—	Площадь: m^2, cm^2 ; объём: m^3, cm^3

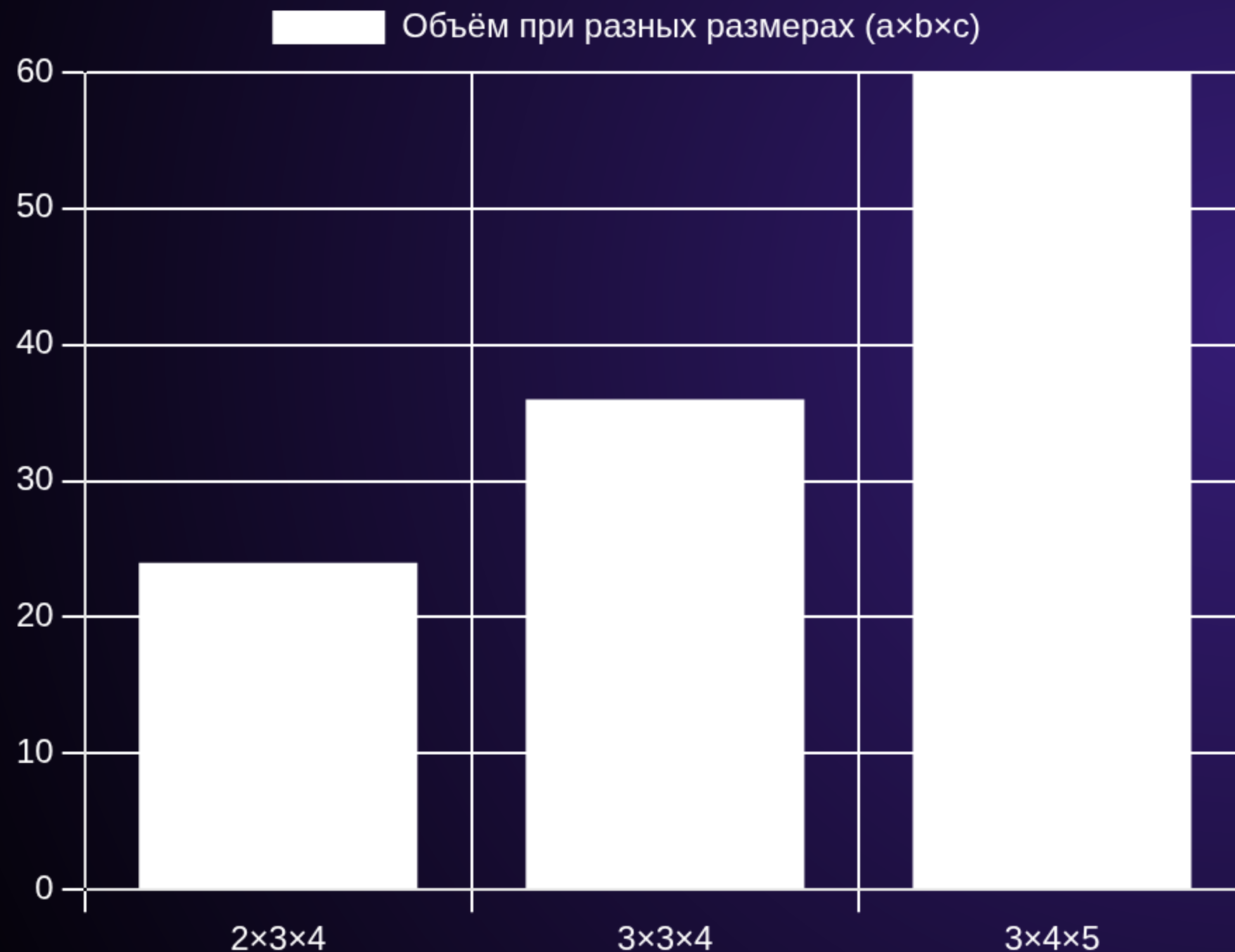
Учебные формулы стереометрии для прямоугольного параллелепипеда.

Три измерения a, b и c позволяют быстро найти площадь полной и боковой поверхностей, объём и пространственную диагональ.

Все ключевые величины выражаются через a, b и c; диагональ связывает три измерения одновременно, а площади используют попарные произведения.

Как изменяется объём при разных размерах

/6



Когда увеличивается хотя бы одно измерение, объём заметно растёт. Особенно хорошо это видно, если два других размера остаются неизменными.

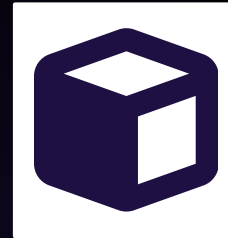
Величина $V=abc$ подчёркивает мультипликативный характер: изменение одного ребра пропорционально «поднимает» объём, а диаграмма показывает эффект на практике.

Расчёты по формуле $V=abc$ (24, 36, 60 куб. ед.).

Площадь поверхности и её практический смысл

/7

Что суммируется в полной площади



Полная площадь поверхности равна сумме площадей всех шести прямоугольных граней. В формуле $S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac)$ три пары одинаковых граней учитываются без лишних вычислений.

Материал для упаковки и облицовки



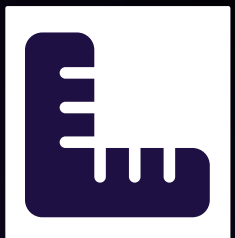
Показатель $S_{\text{полн}}$ помогает оценить расход материала: упаковки, плёнки, облицовки, покраски. Чем больше площадь, тем больше поверхности нужно покрыть или закрыть.

Сравнение фигур при одинаковом объёме



В задачах на сопоставление тел часто сравнивают фигур с равным объёмом. Тогда разница в площади поверхности становится главным «показателем» того, сколько материала потребуется.

Понятный вывод из геометрии

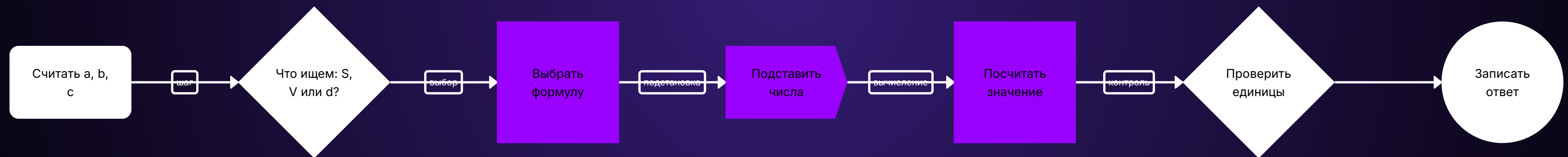


Поскольку площади граней связаны с попарными произведениями a , b и c , полная площадь отражает геометрию всех направлений сразу. Это делает её удобной и в школьных, и в прикладных расчётах.

Алгоритм нахождения площади и объёма

/8

Логика вычислений для прямоугольного параллелепипеда по формулам через a , b , c .



Пространственная диагональ фигуры

/9

Что соединяет диагональ

Диагональ прямоугольного параллелепипеда соединяет две противоположные вершины и проходит внутри тела. По сути, она «огигает» три направления сразу, поэтому её нельзя получить только через одно ребро или одну грань.

01



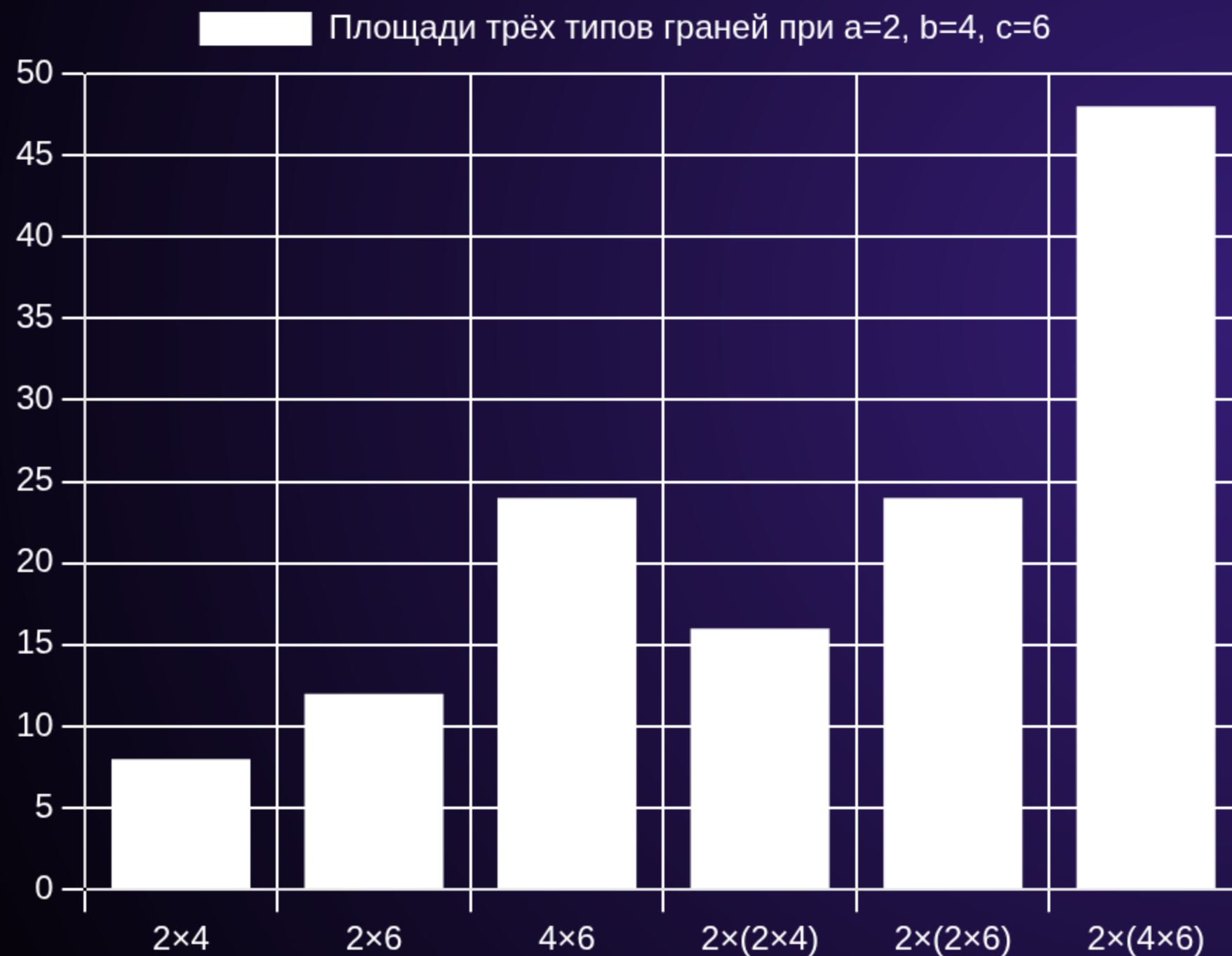
Почему появляется формула Пифагора

Её длина выражается формулой $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. Эта формула возникает из применения теоремы Пифагора последовательно к трём взаимно перпендикулярным сечениям. На рисунке полезно показать проекции диагонали на грани и связать их с a , b и c .

02

Сравнение площадей граней на одном примере

/10



Получается шесть граней: две каждого типа. Самые большие грани дают пары значений 24 и 48, поэтому их вклад в полную площадь особенно заметен.

Сравнение показывает, что доминируют площади граней, соответствующих двум наибольшим измерениям. Полная поверхность чувствительна к «парным произведениям» a , b и c .

Расчёты по площадям прямоугольников: $2 \cdot 4$, $2 \cdot 6$ и $4 \cdot 6$; годные значения 8, 12, 24 и удвоенные 16, 24, 48.

Куб как частный случай прямоугольного параллелепипеда

/11

Куб — частный случай прямоугольного параллелепипеда, когда $a = b = c$. Тогда все 12 рёбер равны, а 6 граней превращаются в равные квадраты, что делает вычисления более симметричными.

01

Свойства остаются прежними: у куба сохраняются три взаимно перпендикулярные направления измерений, а формулы для объёма, полной площади и диагонали продолжают работать без изменений.

02

Если же равны только два измерения (например, $a = b \neq c$), фигура всё ещё остаётся прямоугольным параллелепипедом, но симметрия по двум осям помогает быстрее находить площади пар граней.

03

Типовые вычисления для школьных задач

$a \times b \times c$	$V = abc$	$S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac)$
$2 \times 3 \times 5$	30	62
$4 \times 4 \times 2$	32	64
$1 \times 7 \times 8$	56	130
—	—	Больше $V \neq$ больше $S_{\text{полн}}$

Примеры показывают, как одинаково быстро находятся объём V и полная площадь $S_{\text{полн}}$ по трём измерениям a, b, c . Последняя строка обобщает вывод о возможном различии между величинами.

По примерам видно, что при росте объёма полная площадь может меняться по-разному: большая вместимость не гарантирует пропорционально большую «облицовку».

Материал для вычислительной практики, подготовлено на основе формул $S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac)$ и $V = abc$ (контрольные примеры).

Координатная модель в декартовой системе

/13

01

Прямоугольный параллелепипед удобно описывать координатно, задавая вершины: $(0,0,0)$, $(a,0,0)$, $(0,b,0)$, $(0,0,c)$ и соответствующие им точки противоположной грани.

02

Такое задание превращает геометрию в вычисления: можно находить расстояния между точками, работать с проекциями и формулировать пространственные условия без рисунка.

03

Три оси координат связываются с тремя измерениями фигуры: по оси x откладывается a , по оси y — b , по оси z — c . Это делает модель наглядной и проверяемой.

04

Координатный подход используется и в аналитической геометрии при задачах на пересечения прямых и плоскостей, а также при поиске диагоналей и углов внутри параллелепипеда.

Сравнение диагонали и рёбер в разных примерах

/14



При сравнении с отдельными рёбрами видно: d одновременно зависит от всех трёх размеров, поэтому увеличение сразу трёх компонент даёт заметный прирост диагонали.

Объединённое увеличение a , b и c усиливает эффект в формуле $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$: диагональ растёт быстрее любого одного ребра, хотя вычисляется по одной формуле.

Расчёты по формуле пространственной диагонали $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ для указанных размеров (значения приведены округлённо).

Прямоугольный параллелепипед в окружающем мире

/15



Кирпич и блок: геометрия в строительстве

Кирпичи и строительные блоки удобно рассматривать как тела с тремя взаимно перпендикулярными измерениями. По ним рассчитывают кладку, ориентируются в габаритах и планируют, сколько материала потребуется для нужной площади и объёма работ.



Книги, коробки и упаковка: «вместимость» и «облицовка»

Картонные коробки, упаковочные ящики и стопки книг часто имеют форму прямоугольного параллелепипеда. При проектировании упаковки оценивают объём внутри и площадь внешних поверхностей, чтобы подобрать размер тары и количество материала для отделки.



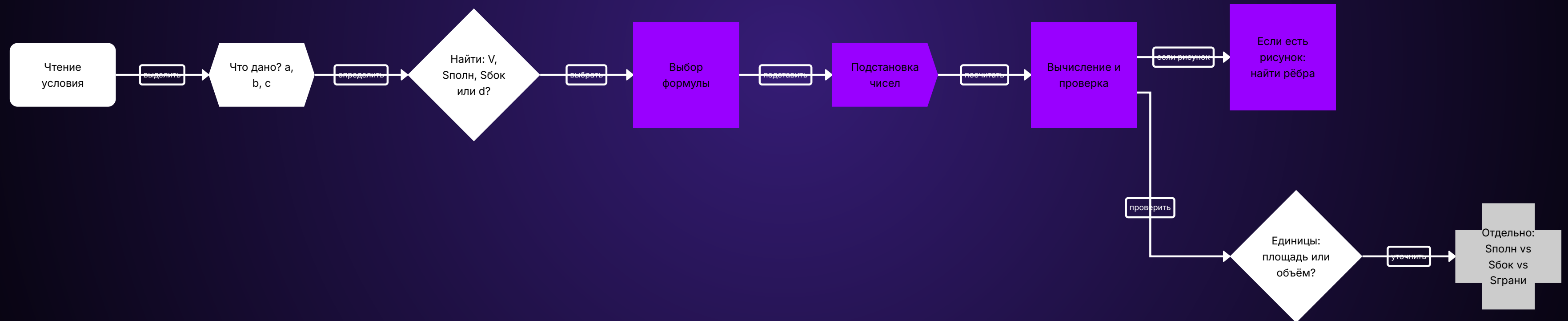
Комнаты и аквариумы: три измерения в одном месте

Планируя комнату или размещая аквариум, мы мысленно задаём длину, ширину и высоту. Такая модель помогает понять, где поместится предмет, как изменится вместимость при перестановке и какие поверхности будут нуждаться в отделке или очистке.

Алгоритм решения задач на прямоугольный параллелепипед

/16

Типовой маршрут для поиска V , $S_{\text{полн}}$ и диагонали d в школьных задачах.



Типичные ошибки в задачах

/17

Путают площадь и объём

Часто используют формулу объёма вместо площади или наоборот. В итоге ответ получается в кубических единицах вместо квадратных, и задача считается решённой неверно.

Мешают единицы измерения

Ошибки возникают при смешивании сантиметров и квадратных сантиметров, а также кубических сантиметров. Даже при верной формуле «падает» оформление ответа.

Забывают множитель 2 в $S_{полн}$

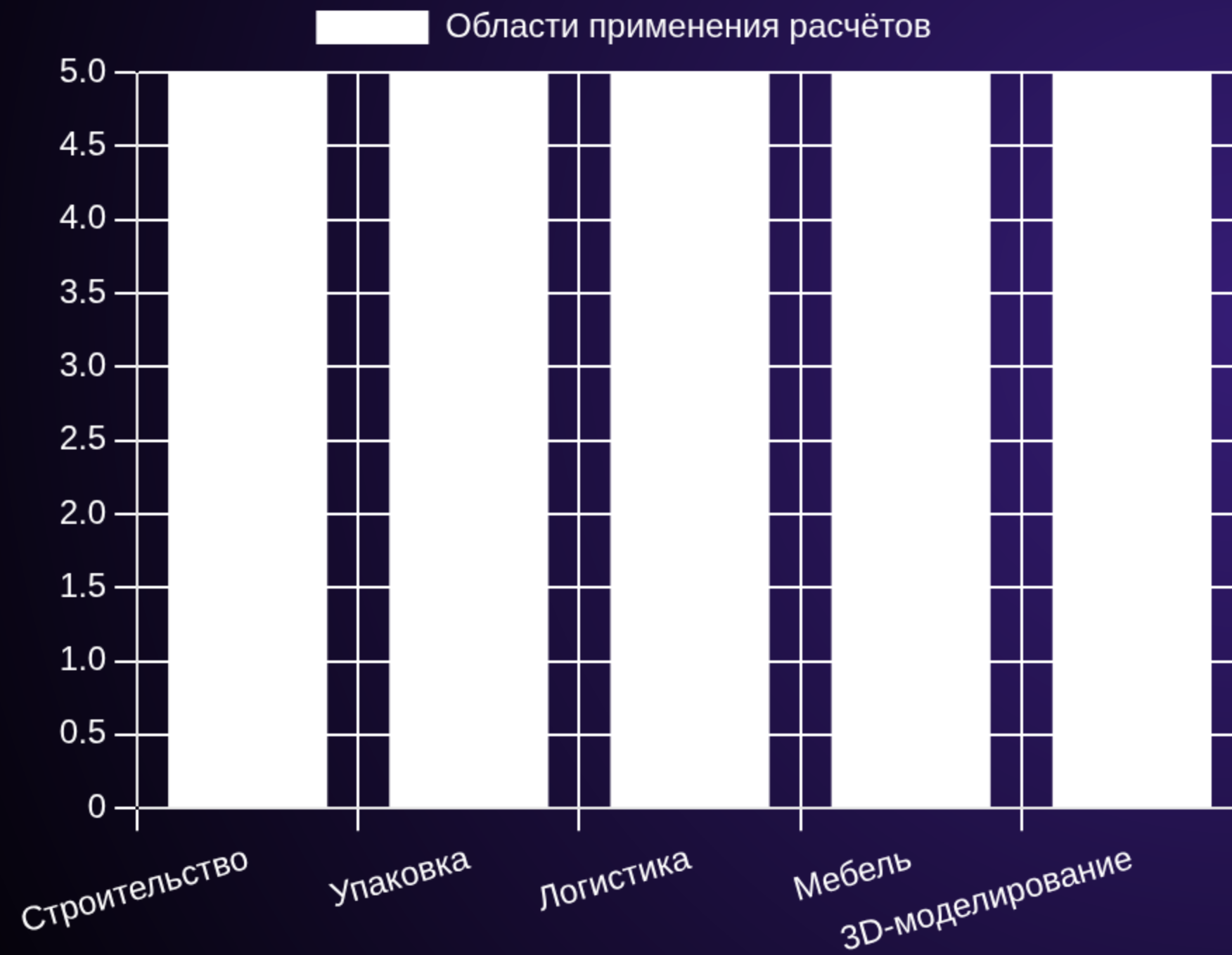
В формуле полной площади поверхности $S_{полн} = 2(ab + bc + ac)$ множитель 2 обязателен. Его пропуск приводит к ответу вдвое меньше реального значения.

Подстановка размеров не в те формулы

Иногда ребро a подставляют в выражение для другой пары граней или применяют формулу диагонали вместо нужной величины. Помогает проверка смысла: что именно ищем.

Где используются расчёты прямоугольного параллелепипеда

/18



В каждой сфере расчёты помогают определить габариты, вместимость и расход материалов. Чаще всего приходится считать площади внешних поверхностей и объём внутренних полостей.

Почти везде результат сводится к сочетанию формул $V = abc$ и $S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac)$, поэтому умение корректно различать величины экономит время.

Обобщение практических сфер применения на основе школьных формул и типовых прикладных задач (без привязки к статистике).

У прямоугольного параллелепипеда 6 граней, и именно их площади суммируются, чтобы получить полную площадь поверхности по формуле $S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac)$.

6

Уточните: это число граней помогает быстро восстановить структуру полной площади при решении задач.

Фундаментальные свойства фигуры в школьном курсе стереометрии (количество граней, рёбер и вершин).

Уверенная база для стереометрии

Прямоугольный параллелепипед связывает наглядные пространственные образы с точными формулами для площади, объёма и диагонали. Понимание этой фигуры укрепляет навыки решения задач и развивает пространственное мышление.