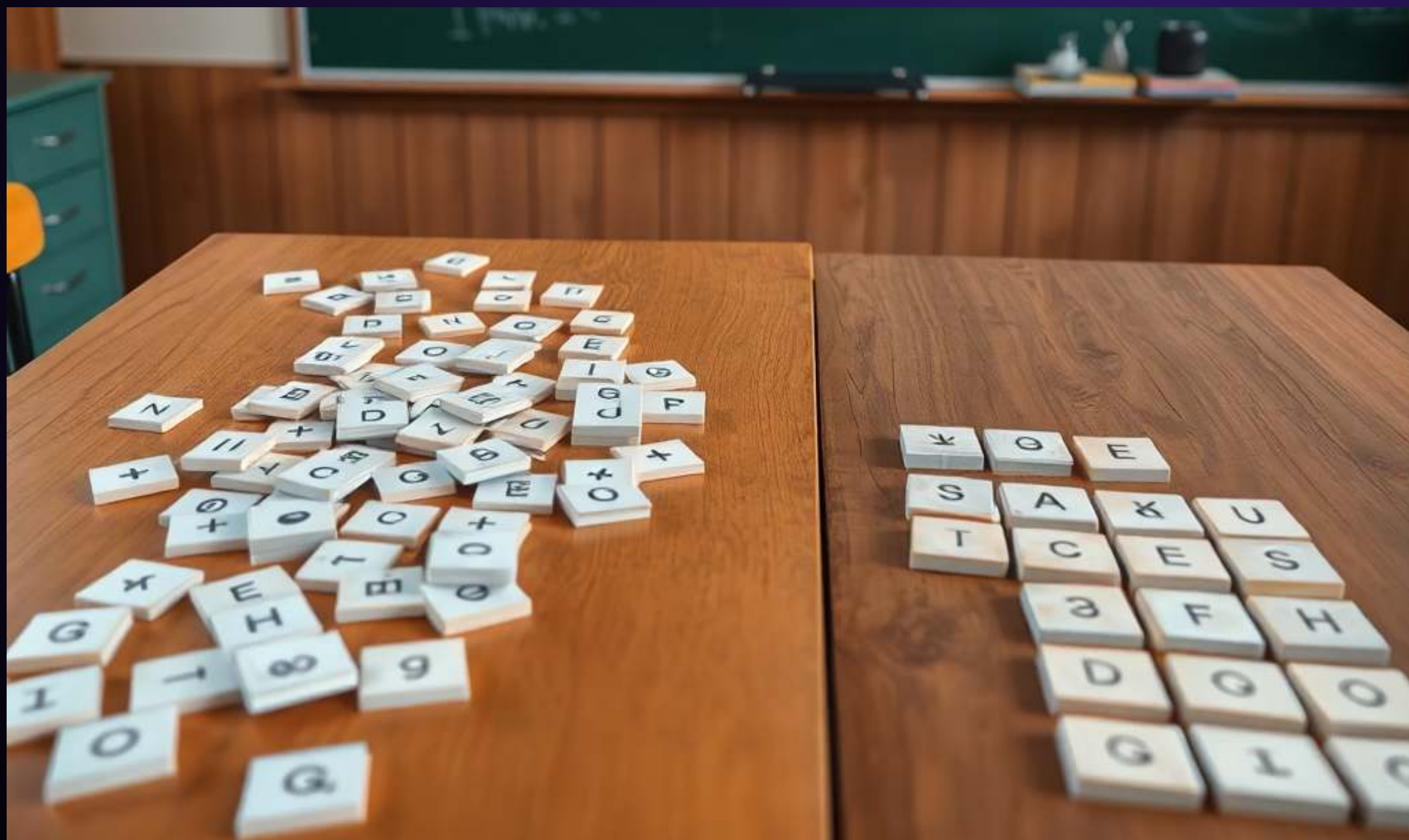


Перестановки в алгебре: порядок и количество вариантов

Порядок меняет ответ: считаем варианты через перестановки
и факториал.

Зачем школьнику понимать перестановки

/2



Эта тема учит быстро считать число расположений, понимать роль порядка и видеть, как из небольшого набора объектов получается много вариантов в задачах и жизни.

Что называют перестановкой

/3

Все элементы используются



Перестановка возникает тогда, когда в ответе должны участвовать все объекты набора. Ничего не выбирают частично: каждый элемент обязательно входит в итоговое расположение.

Порядок обязателен



Главный признак перестановки — важность порядка. Записи АБ и БА обозначают разные расположения, поэтому дают разные ответы, хотя набор букв один и тот же.

Все объекты различны



В школьных задачах сначала рассматривают набор из разных элементов. Если объектов четыре, каждое новое расположение этих четырех предметов считается отдельной перестановкой.

Смысл в задачах



Перестановки применяют там, где нужно упорядочить весь набор без исключений: буквы, числа, книги, учеников или любые другие объекты, для которых важна последовательность.

Пример перестановок из трех букв

/4

Все варианты

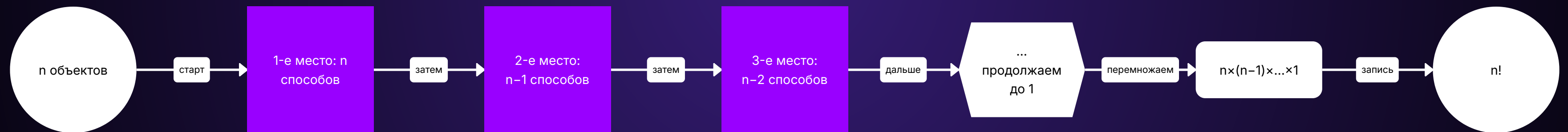
Для букв А, Б, В можно выписать шесть различных перестановок: АБВ, АВБ, БАВ, БВА, ВАБ и ВБА. Даже при трех элементах число ответов уже заметно.

Зачем нужен пример

Такой набор удобно проверять вручную: видно, что простой перебор быстро становится длинным. Пример помогает понять, почему для подсчета нужен общий способ, а не только перечисление.

Как получается формула числа перестановок ^{/5}

Последовательный выбор мест показывает, почему произведение записывают как $n!$



Факториал позволяет записывать длинное произведение кратко и удобно. Это особенно важно в перестановках, где количество вариантов растёт очень быстро.

/6

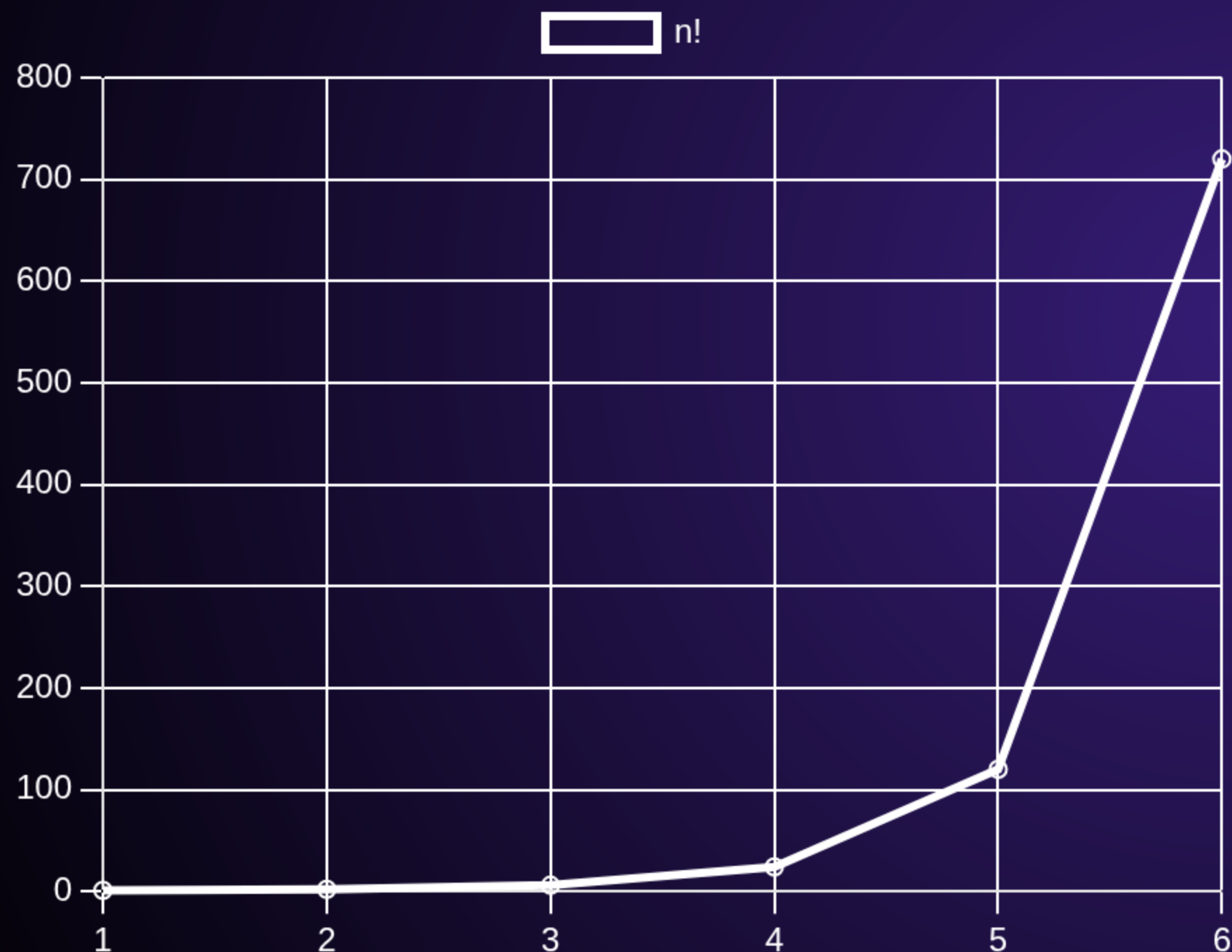
120

получается при вычислении $5!$, когда перемножают числа от 5 до 1.

Определение факториала в теме комбинаторики

Как быстро растёт число перестановок

/7



Даже небольшое увеличение числа объектов резко меняет результат. Поэтому ручной перебор всех вариантов быстро становится слишком долгим.

График показывает неравномерный и очень быстрый рост: уже после 4–5 объектов вариантов становится значительно больше.

Значения факториалов $1!$, $2!$, $3!$, $4!$, $5!$, $6!$

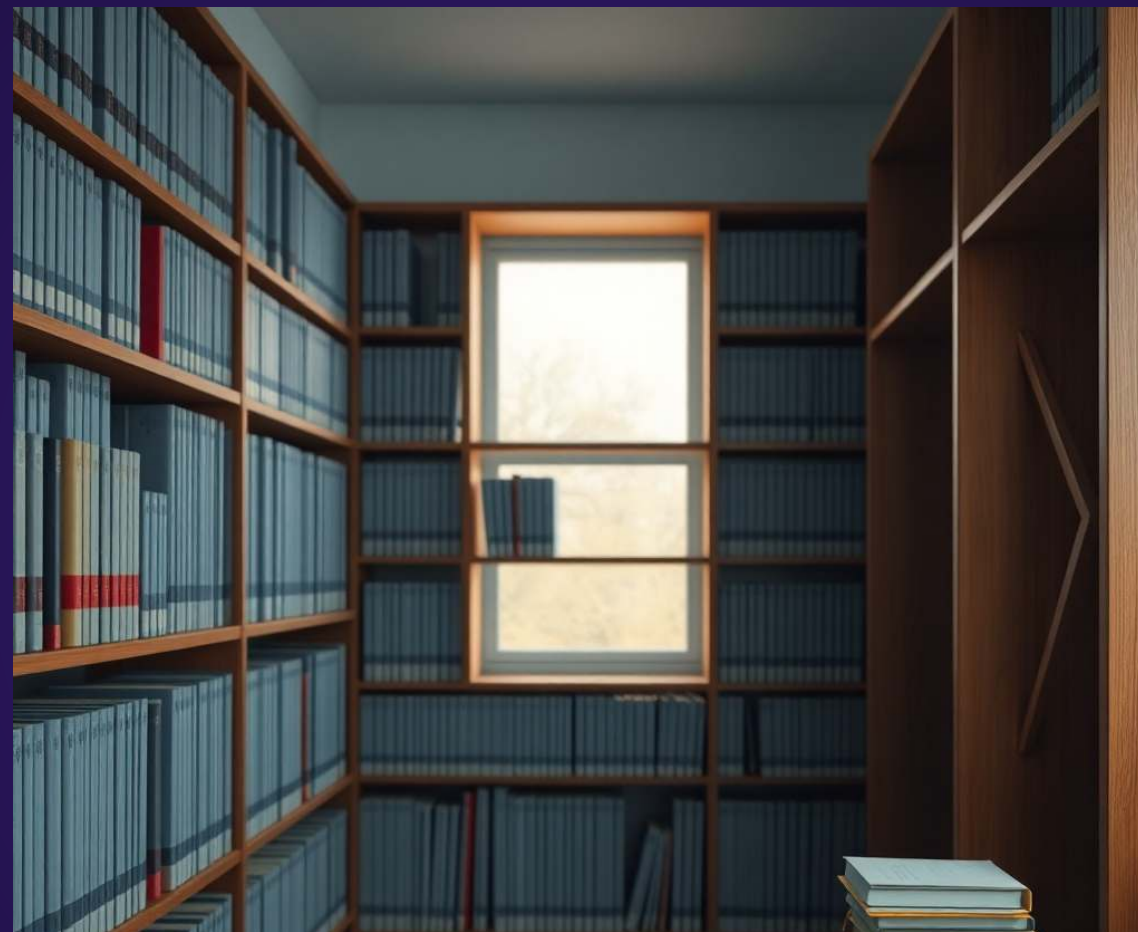
Перестановки в повседневной жизни школьника

/8



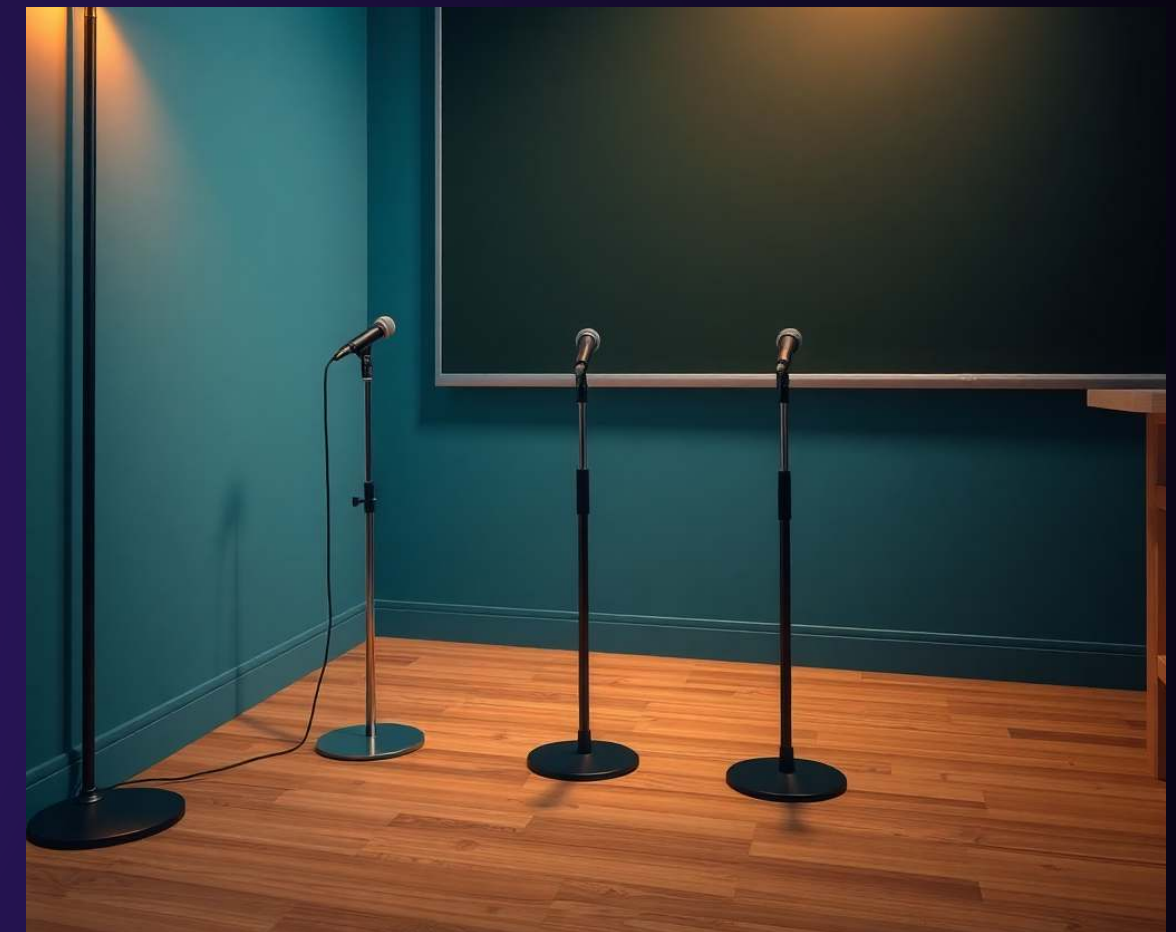
Очередь в столовой

Если ученики встают в очередь, важен каждый шаг расположения: кто стоит первым, вторым и третьим. Поменяй двух ребят местами — и порядок уже другой. Именно так перестановка описывает очередь как последовательность.



Книги на полке

На полке книги можно расставить по-разному, и каждый новый порядок будет отдельным вариантом. Даже если книги одни и те же по количеству, их расположение меняет результат, поэтому здесь тоже работает идея перестановок.



Выступления в классе

Когда ребята выходят к доске по очереди, порядок выступлений важен не меньше, чем сами участники. Один и тот же список учеников дает разные варианты, если изменить очередность. Это наглядный пример перестановки без сложных вычислений.

Когда порядок важен, а когда нет

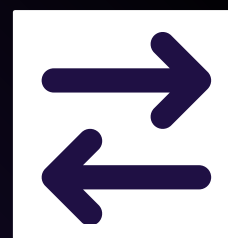
/9

Важен только состав



Если задача спрашивает только, какие объекты выбраны, а не как они расположены, перестановка не подходит. Тогда считают иначе, без учета очередности.

Порядок меняет ответ



Если нужно описать расположение объектов, то перестановка зависит от порядка. АБ и БА — это разные варианты, потому что элементы стоят по-разному.

Нужен точный смысл условия



Перед решением важно понять, что именно требуется: набор или порядок. Это помогает не перепутать перестановки с другими комбинаторными задачами и выбрать верную формулу.

Значения $n!$ для небольших чисел

/10

n	$n!$	Число перестановок
1	1	1
2	2	2
3	6	6
4	24	24
5	120	120
6	720	720

Формула числа перестановок $n!$

Таблица показывает, как быстро растёт число перестановок при увеличении количества объектов.

Даже при переходе от 3 к 6 объектам количество вариантов увеличивается многократно, поэтому факториал удобно использовать для подсчёта.

Перестановки с повторяющимися элементами

/11

Одинаковые элементы

Если в наборе есть одинаковые предметы или буквы, не каждое переставление даёт новый результат. Совпадающие расположения считаются одним и тем же вариантом, поэтому общее число перестановок уменьшается.

Пример со словом

В слове МАМА две буквы М и две буквы А. При перестановках нельзя считать одинаковые записи дважды, потому что они выглядят и читаются одинаково.

Как считают варианты

Для таких задач сначала находят число перестановок всех элементов, а затем делят его на факториалы одинаковых повторов. Это убирает повторяющиеся случаи и даёт правильный ответ.

Простой пример с предметами

/12

01 Три книги

Если на полке стоят три разные книги, можно выбрать их порядок $3!$ способами. Это значит, что существует 6 различных расположений, и все они легко перечисляются.

Четвёртая книга

Если добавить ещё одну книгу, число вариантов сразу становится $4! = 24$. Новая вещь не просто прибавляет один вариант, а умножает количество возможных порядков.

02

03 Вывод из примера

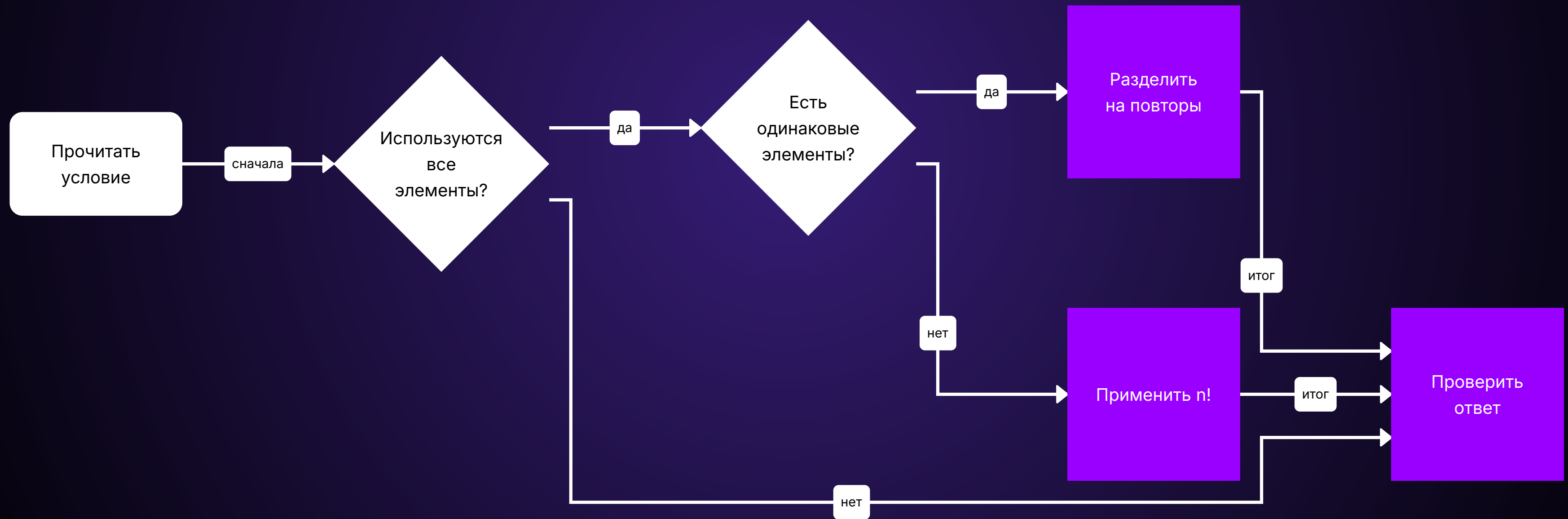
Такой опыт показывает, почему формула $n!$ удобна для подсчёта. Даже небольшой набор предметов даёт много разных расположений, и ручной перебор быстро становится слишком длинным.



Алгоритм решения задач на перестановки

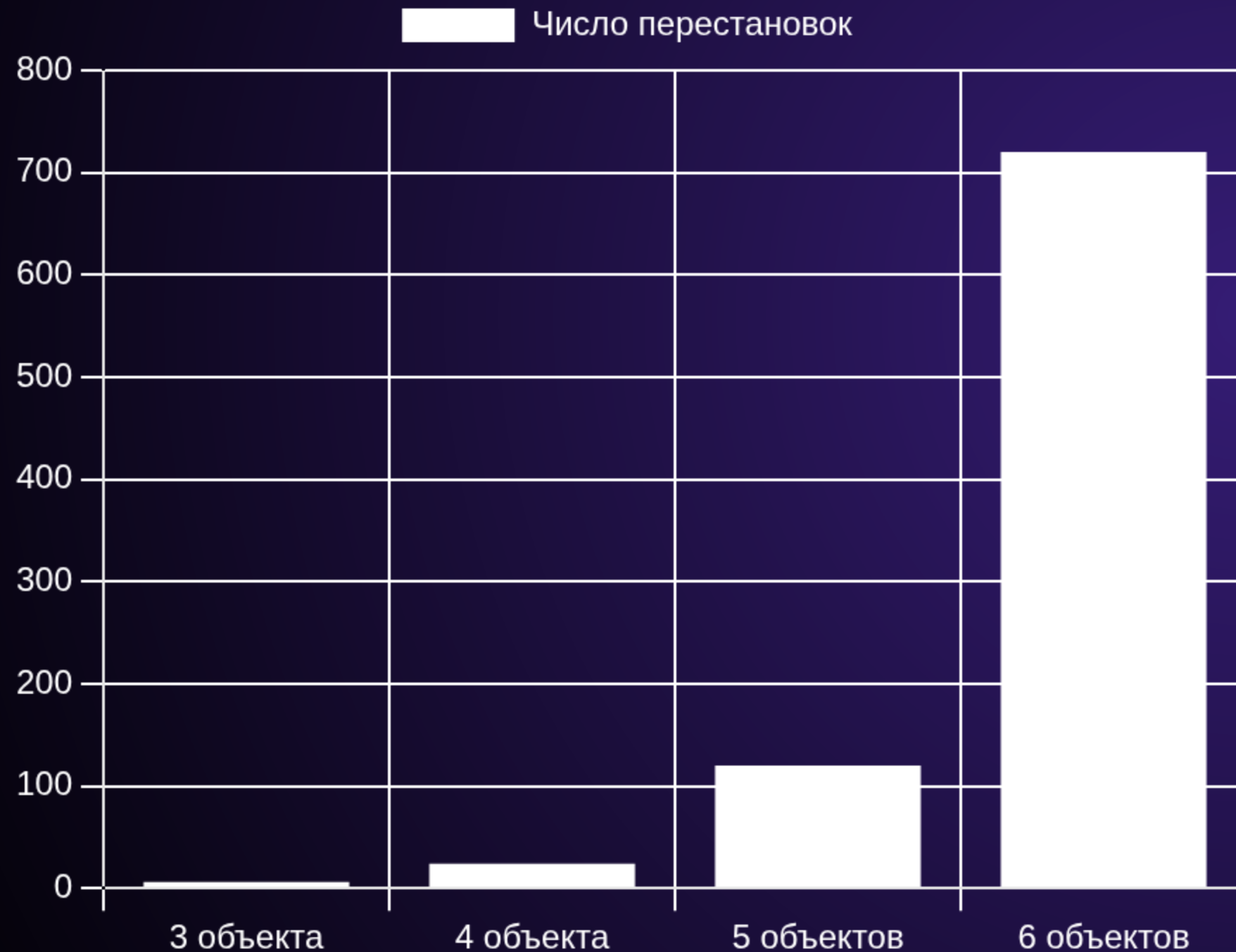
/13

Последовательность проверки условия и выбора формулы для школьных задач по комбинаторике.



Сравнение числа вариантов для разных наборов

/14



Даже при небольшом увеличении количества объектов число возможных порядков растёт гораздо быстрее, чем кажется на первый взгляд.

Рост неравномерный: каждое новое значение резко увеличивает число вариантов, поэтому полный перебор быстро становится неудобным.

Формула числа перестановок $n!$; учебный пример для 7 класса.

Перестановки и безопасность паролей

/15



Длина важна

Чем больше символов в пароле, тем больше возможных сочетаний и тем труднее подобрать правильный вариант. Даже одно дополнительное место заметно увеличивает число комбинаций.

Разные символы

Буквы, цифры и знаки препинания расширяют набор возможных символов. Когда вариантов выбора больше, общее число паролей растёт значительно быстрее, чем при использовании только цифр.

Порядок символов

Для пароля важен не только состав, но и порядок знаков. Перестановки помогают понять, почему комбинации из одних и тех же символов в разной последовательности считаются разными.

Типичные ошибки в задачах на перестановки

/16



Не учитывают повторы

Одинаковые буквы или предметы могут дать одинаковый результат несколько раз. Если не убрать такие совпадения, ответ получится завышенным и не будет соответствовать условию задачи.



Берут не тот набор

Формулу $n!$ применяют только тогда, когда используются все элементы. Если из нескольких объектов выбирают лишь часть, нужна другая логика подсчёта.



Путают смысл порядка

Иногда порядок действительно важен, а иногда нет. Ошибка возникает, когда перестановки путают с задачами на состав без учёта расположения элементов.



Не проверяют ответ

После вычислений полезно снова прочитать условие. Если ответ не объясняет ситуацию или выглядит слишком большим, значит, где-то допущена ошибка в выборе формулы.

Мини-словарь темы

Термин	Значение
Перестановка	все элементы по порядку
Факториал	произведение от 1 до n
Порядок	важность расположения
Повторение	одинаковые элементы

Короткие определения помогают быстрее понять условие задачи и выбрать нужный способ подсчёта.

Понимание этих четырёх слов помогает отличать перестановки от других задач и избегать ошибок в выборе формулы.

Определения из темы комбинаторики.

Где порядок имеет наибольшее значение

/18

Очередь Пароль Расписание уроков
Книги на полке



Во всех показанных ситуациях перестановка меняет результат, но для школьника особенно понятны примеры с очередью и паролем.

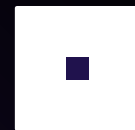
Наиболее заметно значение порядка в повседневных действиях, где даже небольшое изменение расположения сразу меняет итог.

Учебная иллюстрация по типичным жизненным ситуациям; без статистических данных.

Правила, которые нужно помнить при решении задач

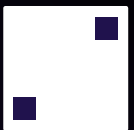
/19

Сначала условие



Определи, нужно ли расположить все элементы набора. Если используются не все объекты, то задача уже не относится к обычным перестановкам и требует другой формулы.

Проверь порядок



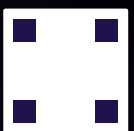
Если изменение мест двух элементов меняет результат, порядок важен. В таких случаях разные расположения считаются разными ответами, даже если состав набора одинаковый.

Примени $n!$



Когда все элементы разные и используются полностью, удобно сразу записать ответ через факториал. Это сокращает вычисления и помогает не перечислять варианты вручную.

Учитывай повторы



Если среди элементов есть одинаковые, нужно уменьшить число вариантов. Повторяющиеся случаи не дают новых перестановок, поэтому их нельзя считать отдельно.

Перестановки: порядок, который можно посчитать

Тема перестановок показывает, как порядок влияет на число вариантов и почему факториал так удобен в подсчётах. Если внимательно читать условие и учитывать повторы, ответы становятся точными и понятными.