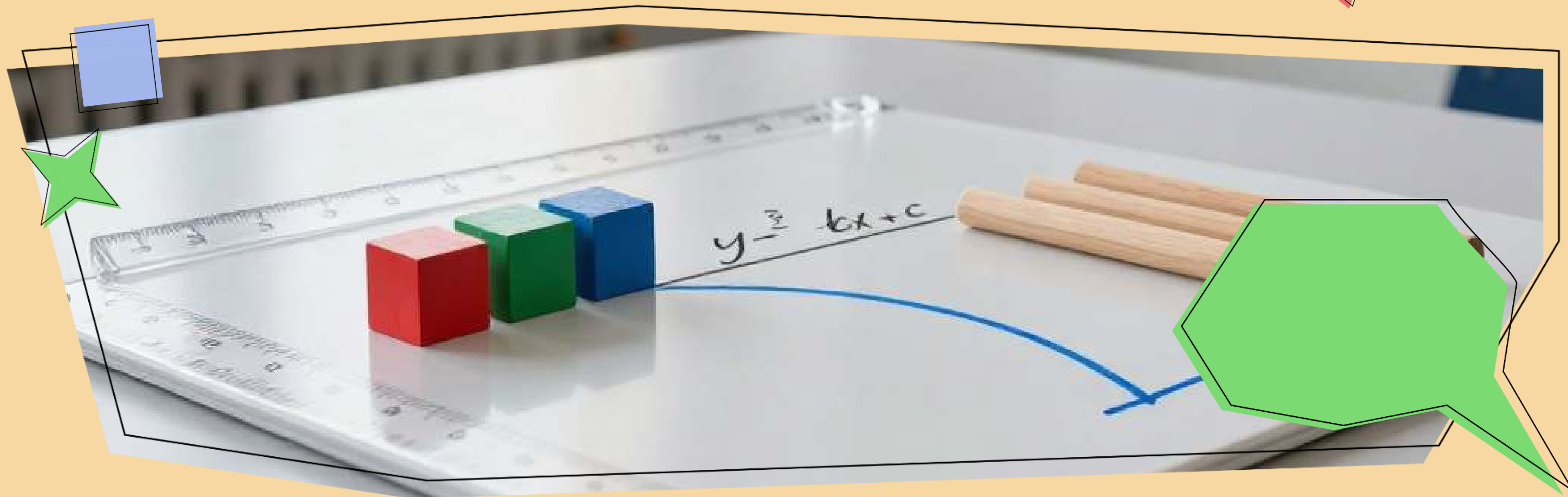


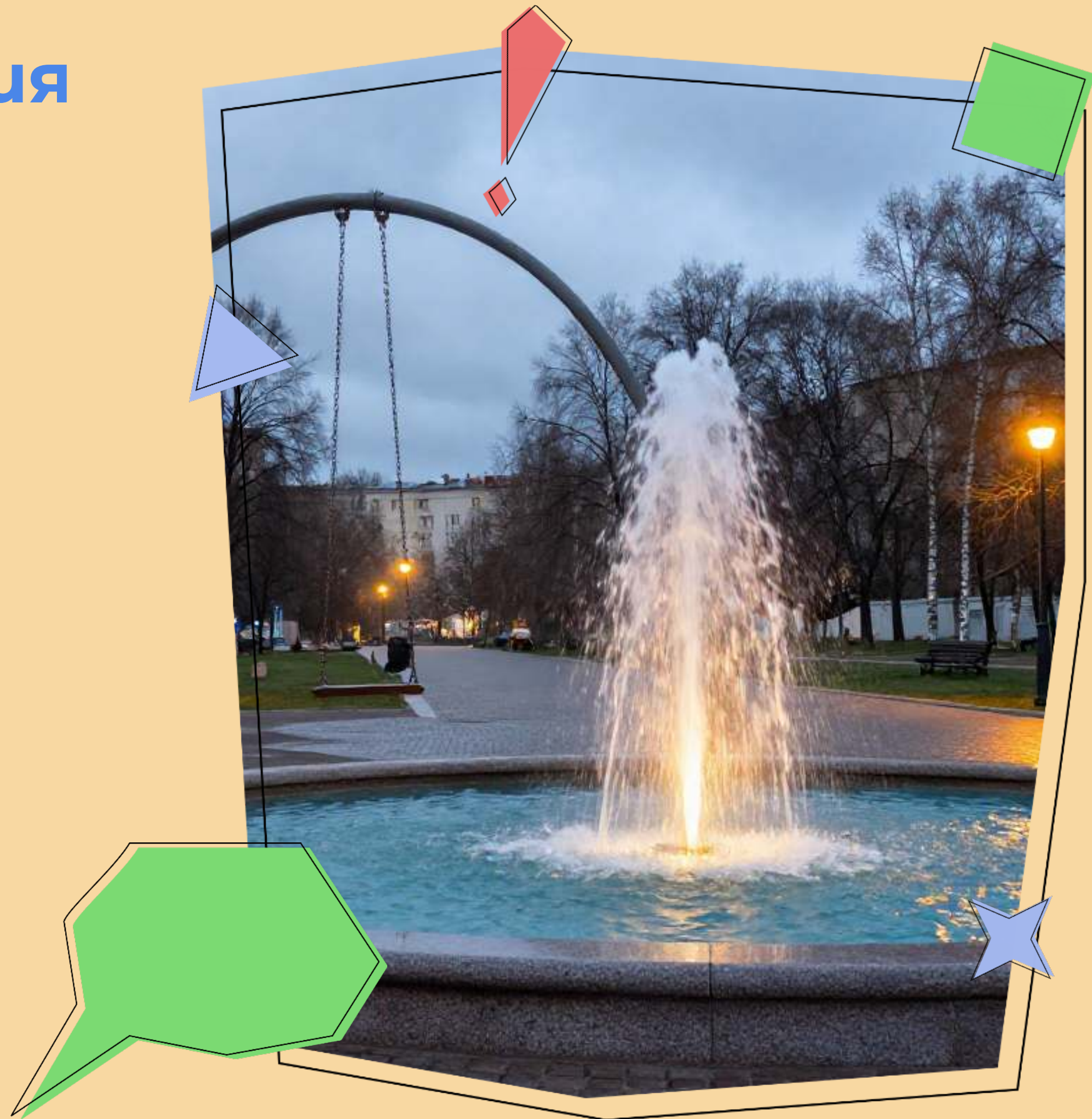
График функции $y = ax^2 + bx + c$

Парабола, которая связывает формулу, график и решения задач.



Квадратичная функция вокруг нас

Квадратичная функция помогает описывать движение, высоту, площади и другие зависимости. Её график — парабола, а по формуле $y = ax^2 + bx + c$ можно быстро понять её вид без долгих построений.



Что означают коэффициенты a , b и c

1. Коэффициент a

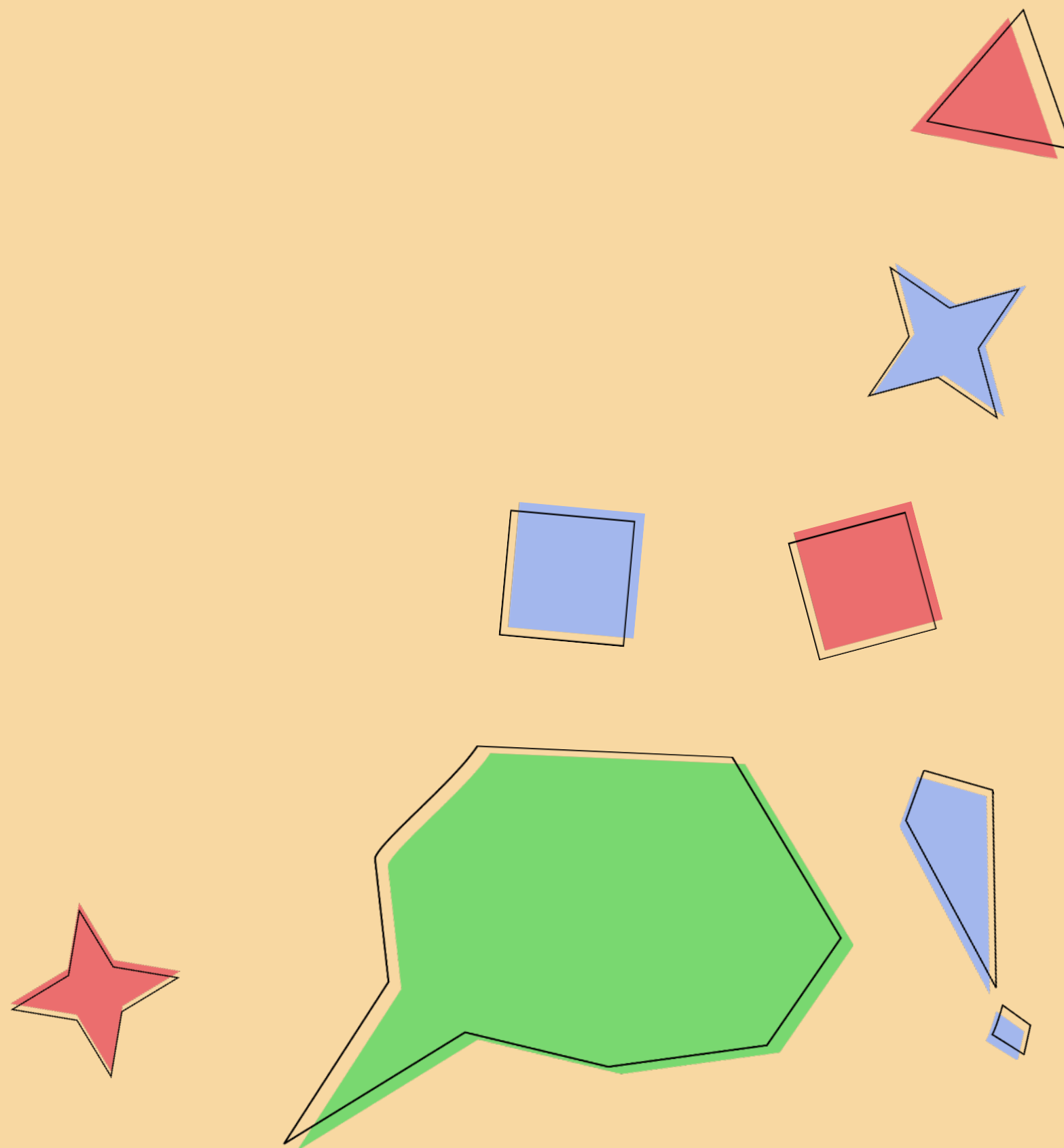
Он задаёт направление ветвей параболы: при $a > 0$ они направлены вверх, при $a < 0$ — вниз. От модуля a зависит, будет ли график узким или широким.

2. Коэффициент b

Этот коэффициент влияет на положение вершины по оси x и на общий сдвиг параболы. Именно из-за b график может смещаться вправо или влево, не меняя свой тип.

3. Коэффициент c

При $x = 0$ значение функции равно c , поэтому точка $(0; c)$ лежит на оси y . Этот коэффициент сразу показывает, где график пересекает вертикальную ось.



Как меняется парабола при разных значениях a

Знак коэффициента

Если a положительное, парабола имеет минимум и открывается вверх. Если a отрицательное, у графика появляется максимум, а ветви направлены вниз.

Большой модуль a

Чем больше $|a|$, тем сильнее график изгибается и тем уже выглядит парабола. Такие функции называют более крутыми, потому что точки быстрее удаляются от вершины.

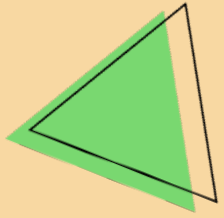
Малый модуль a

Если $|a|$ меньше, парабола становится шире и плавнее. Это хорошо видно при сравнении функций $y = x^2$, $y = 2x^2$ и $y = 0,5x^2$.

Общий вывод

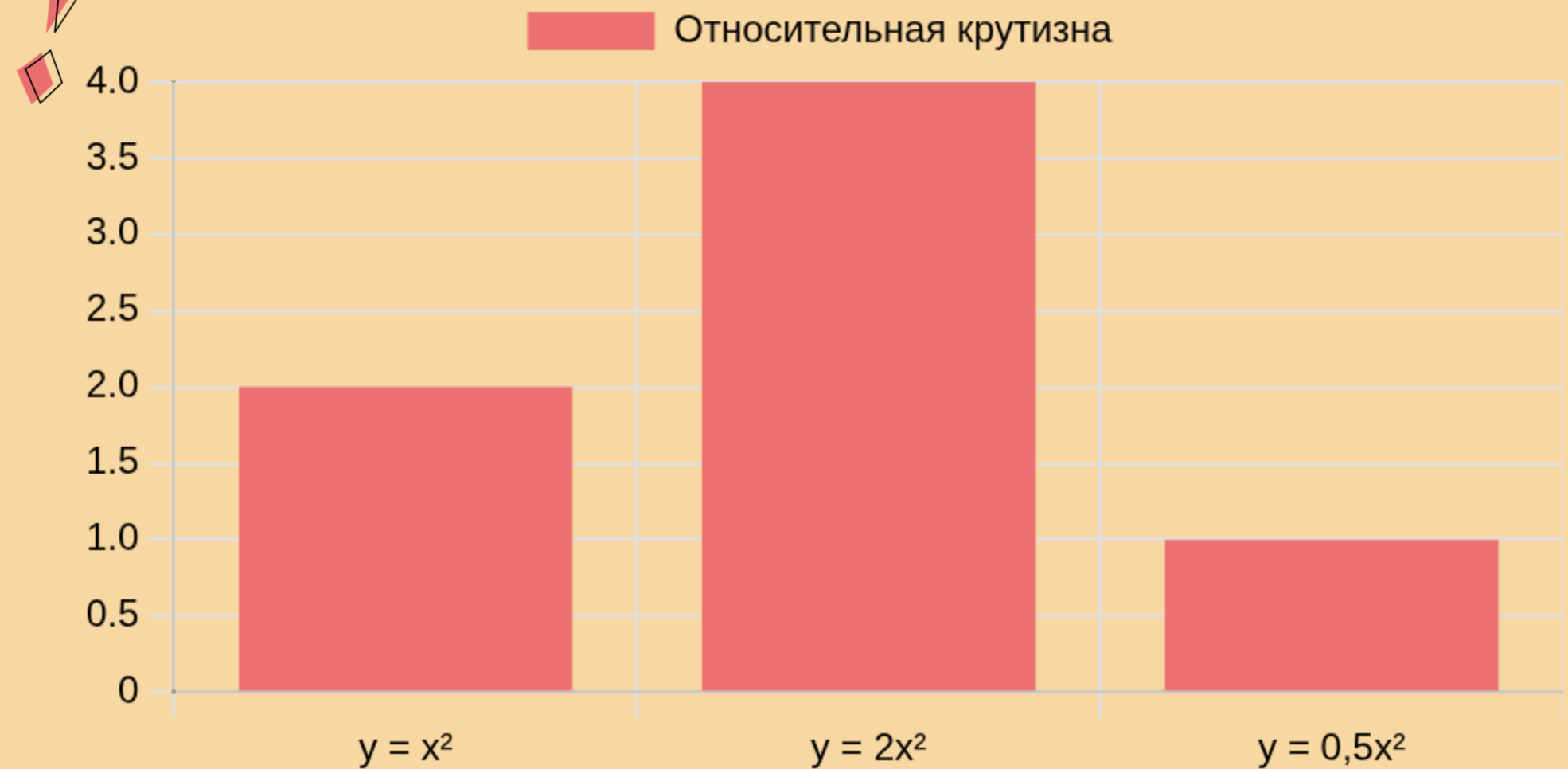
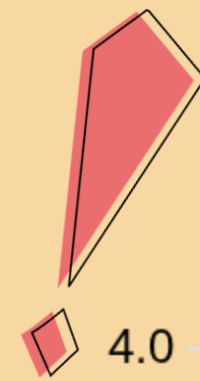
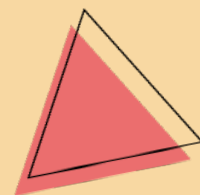
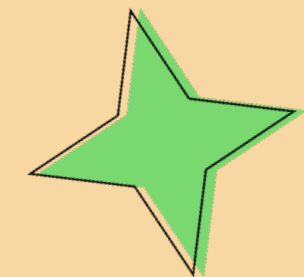
Главное влияние коэффициента a — на форму и направление ветвей. Поэтому именно его удобно рассматривать первым, когда нужно быстро представить график функции.

Сравнение графиков при разных значениях a

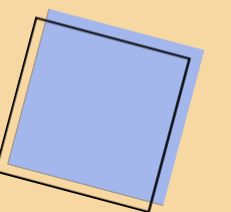


У всех трёх функций вершина находится в начале координат, поэтому различие заметно именно по форме графика.

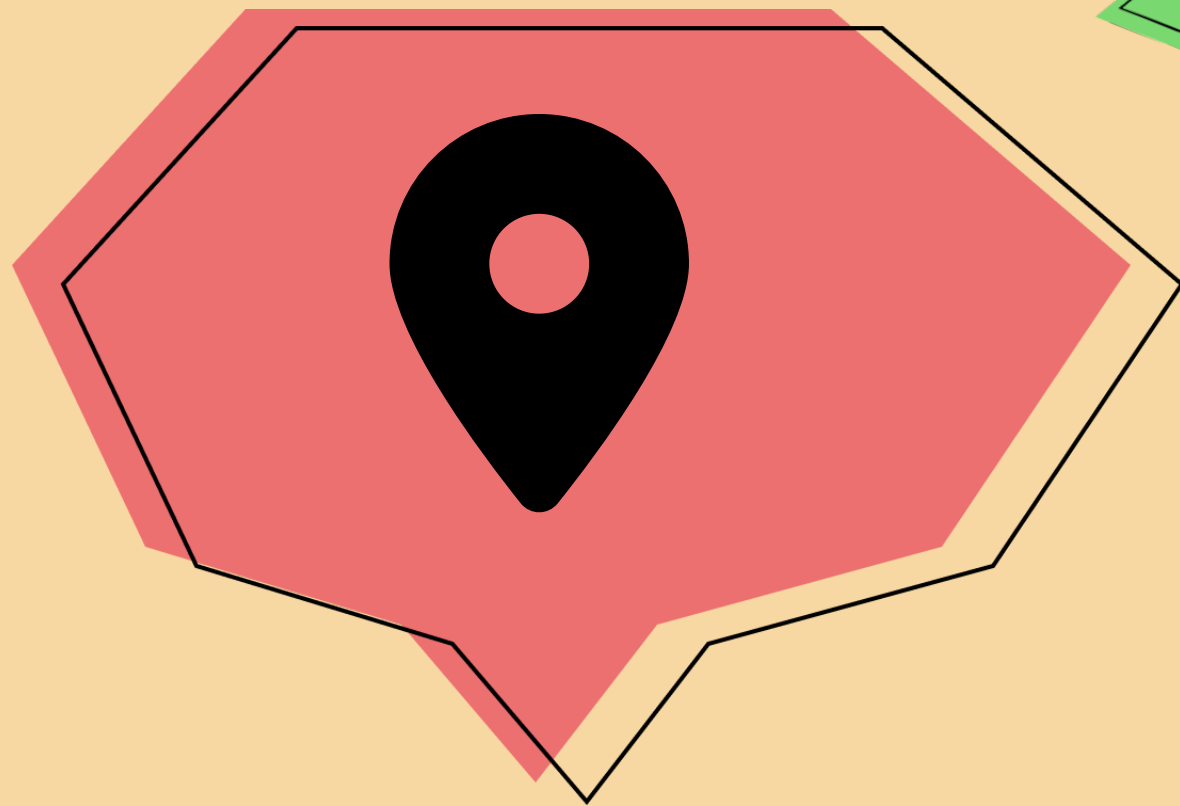
Чем больше модуль a , тем круче и уже парабола; чем меньше — тем шире.



Школьный курс алгебры 9 класса

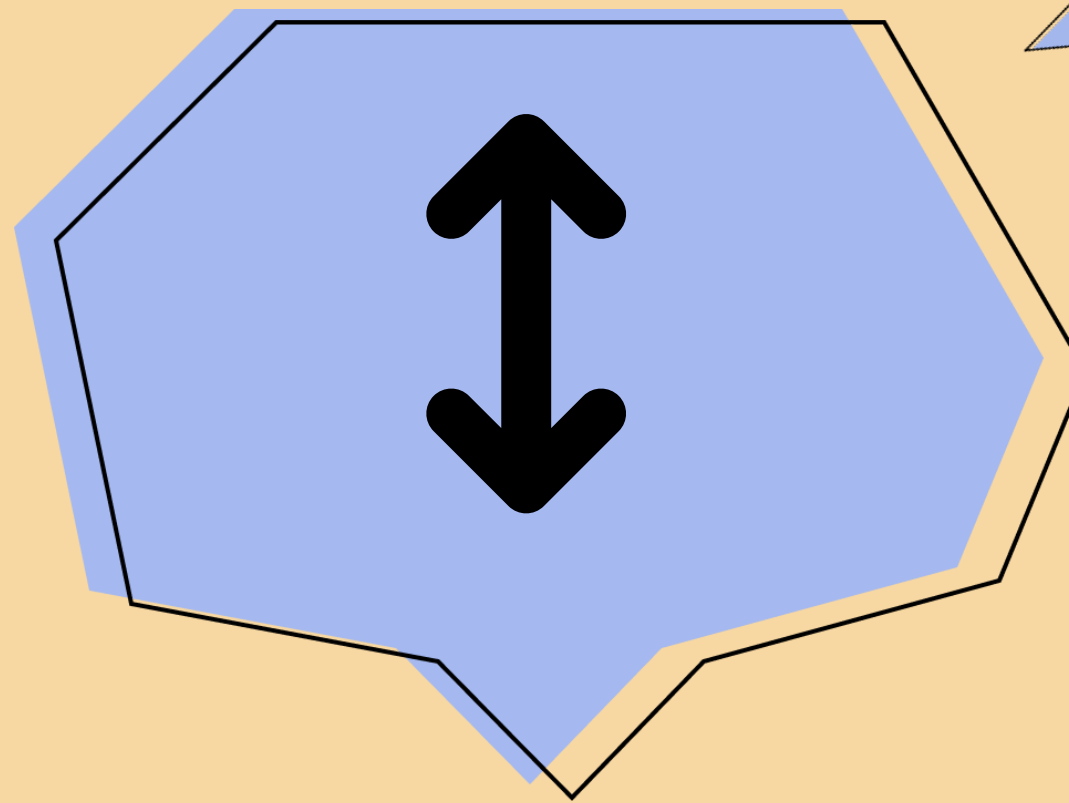


Свободный член c и пересечение с осью y



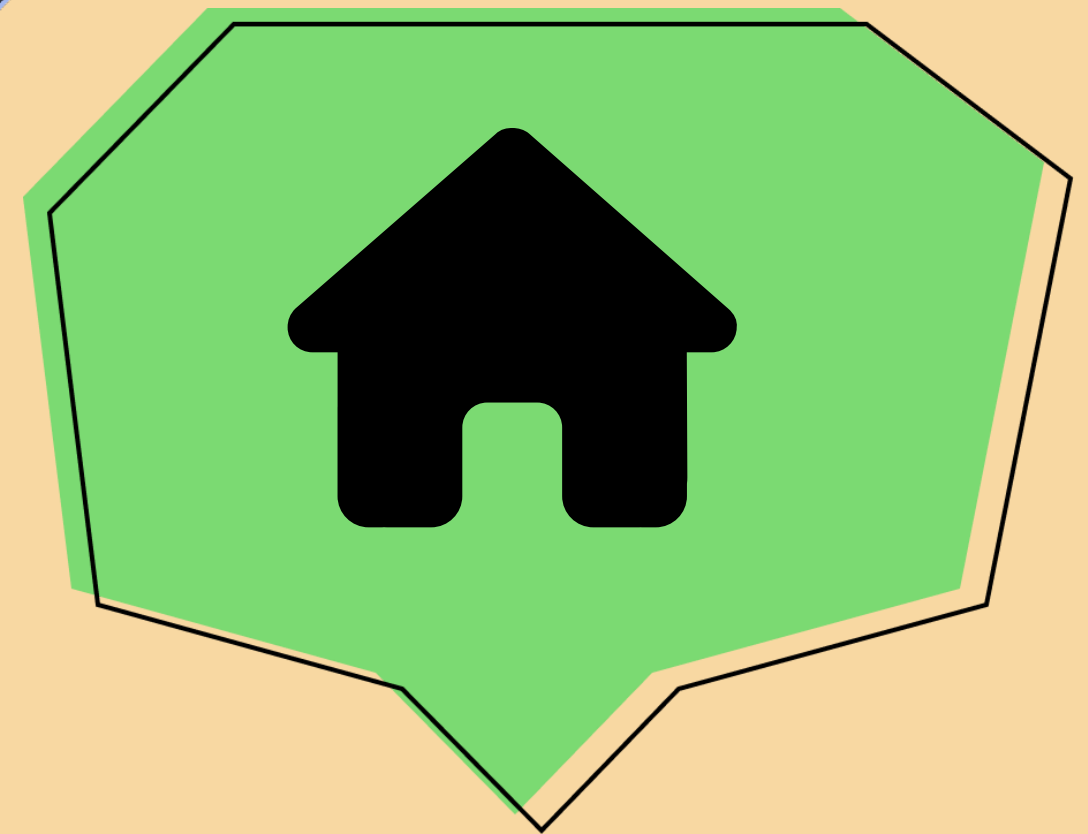
Точка на оси y

Точка $(0; c)$ всегда принадлежит графику функции $y = ax^2 + bx + c$. Поэтому пересечение с осью y можно отметить сразу, ещё до построения остальных точек.



Начальный уровень

Значение c показывает, с какого уровня начинается график на координатной плоскости. Если c положительное, точка лежит выше начала координат; если отрицательное — ниже.

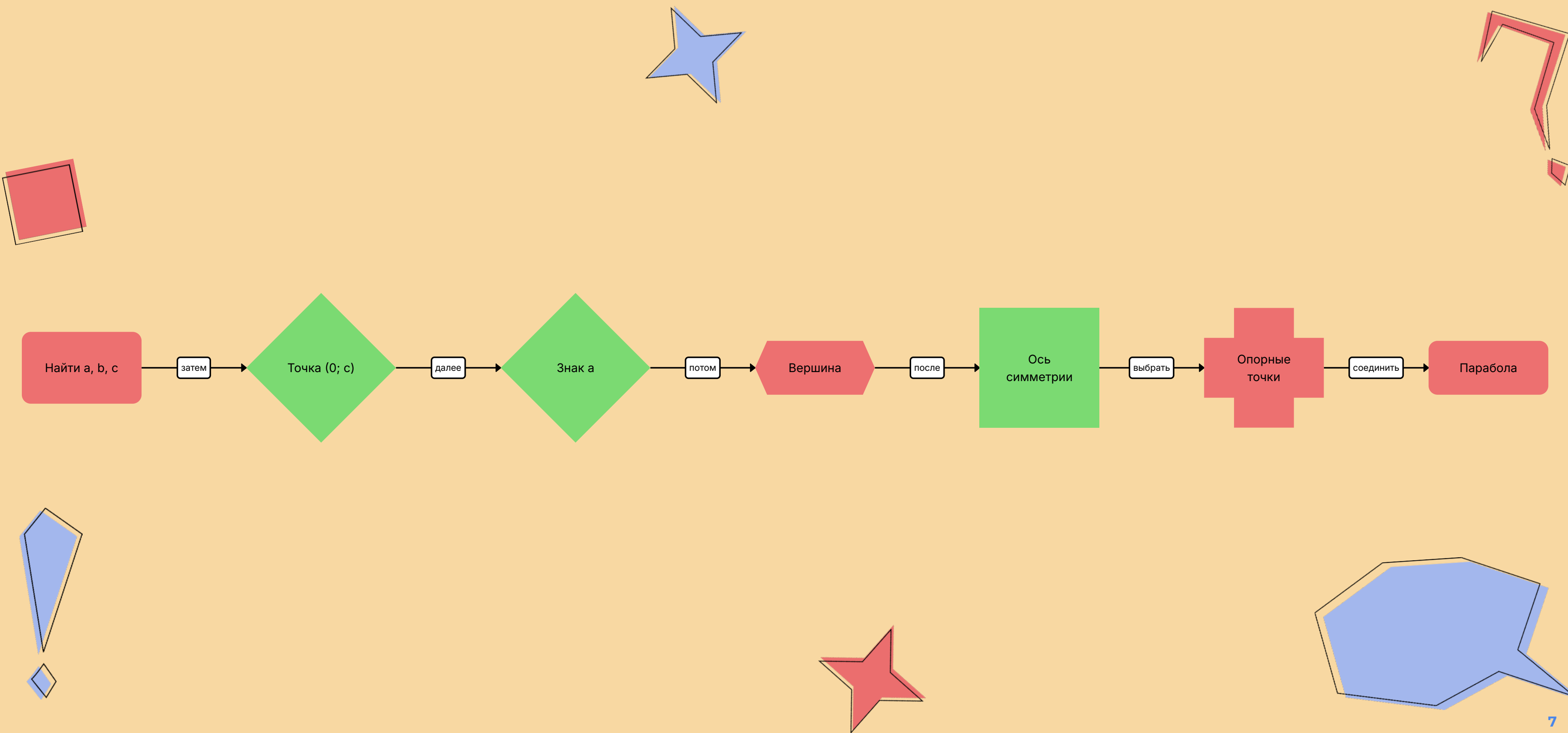


Если $c = 0$

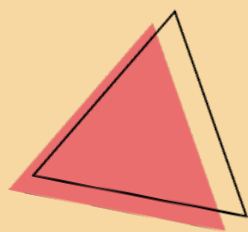
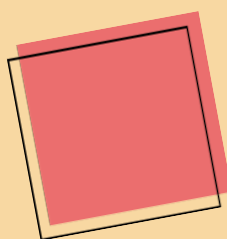
Когда свободный член равен нулю, график проходит через начало координат. Это удобный ориентир при чтении графика и проверке правильности построения.

Порядок построения параболы

Последовательность основана на свойствах функции $y = ax^2 + bx + c$.



Опорные данные для построения параболы

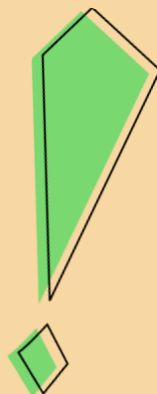
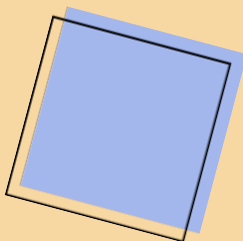
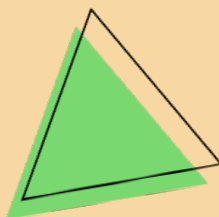


Формула	Вершина	Ветви	Ось симметрии
$y = x^2$	(0; 0)	вверх	$x = 0$
$y = -x^2 + 2x + 3$	(1; 4)	вниз	$x = 1$
$y = 0,5x^2 - x$	(1; -0,5)	вверх	$x = 1$

Для каждой функции достаточно отметить основные характеристики графика и сравнить их между собой.

У всех функций один и тот же тип графика, но положение и направление ветвей различаются.

Школьный курс алгебры 9 класса



Вершина параболы и её координаты

Самая важная точка

Вершина — это самая высокая точка, если $a < 0$, и самая низкая, если $a > 0$. Она сразу показывает максимум или минимум функции.

Как найти x-координату

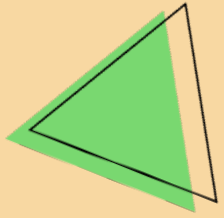
Координату x вершины находят по формуле $x = -b / (2a)$. Это позволяет быстро определить положение вершины без полного построения графика.

Найти y-координату

После нахождения x нужно подставить его в формулу функции и вычислить y . Так получают точные координаты вершины и уточняют внешний вид параболы.

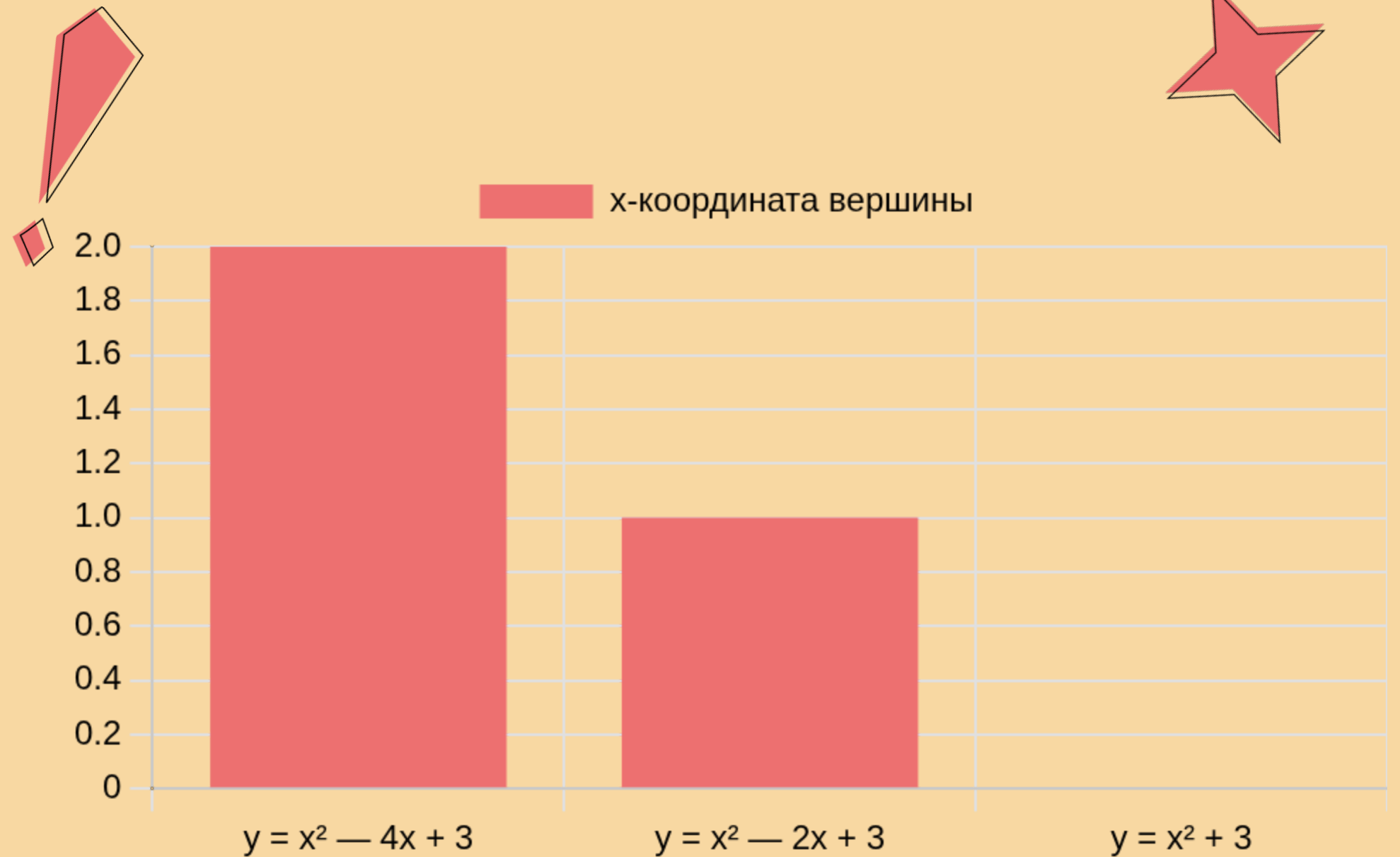


Как коэффициент b влияет на положение вершины

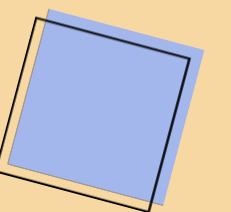
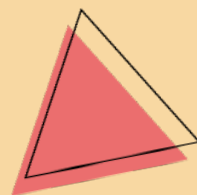
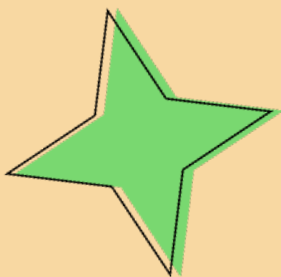


Во всех примерах коэффициенты a и c одинаковы, поэтому меняется только положение вершины вдоль оси x .

Коэффициент b не меняет вид параболы, но сдвигает её вершину и ось симметрии.



Школьный курс алгебры 9 класса



Ось симметрии параболы

1.

Делит график пополам

Ось симметрии проходит через вершину и разделяет параболу на две зеркальные части. Если провести её правильно, левая и правая стороны графика будут совпадать по форме.

2.

Формула оси

Для функции $y = ax^2 + bx + c$ ось симметрии задаётся уравнением $x = -b / (2a)$. По этой формуле можно сразу найти положение оси без полного построения графика.

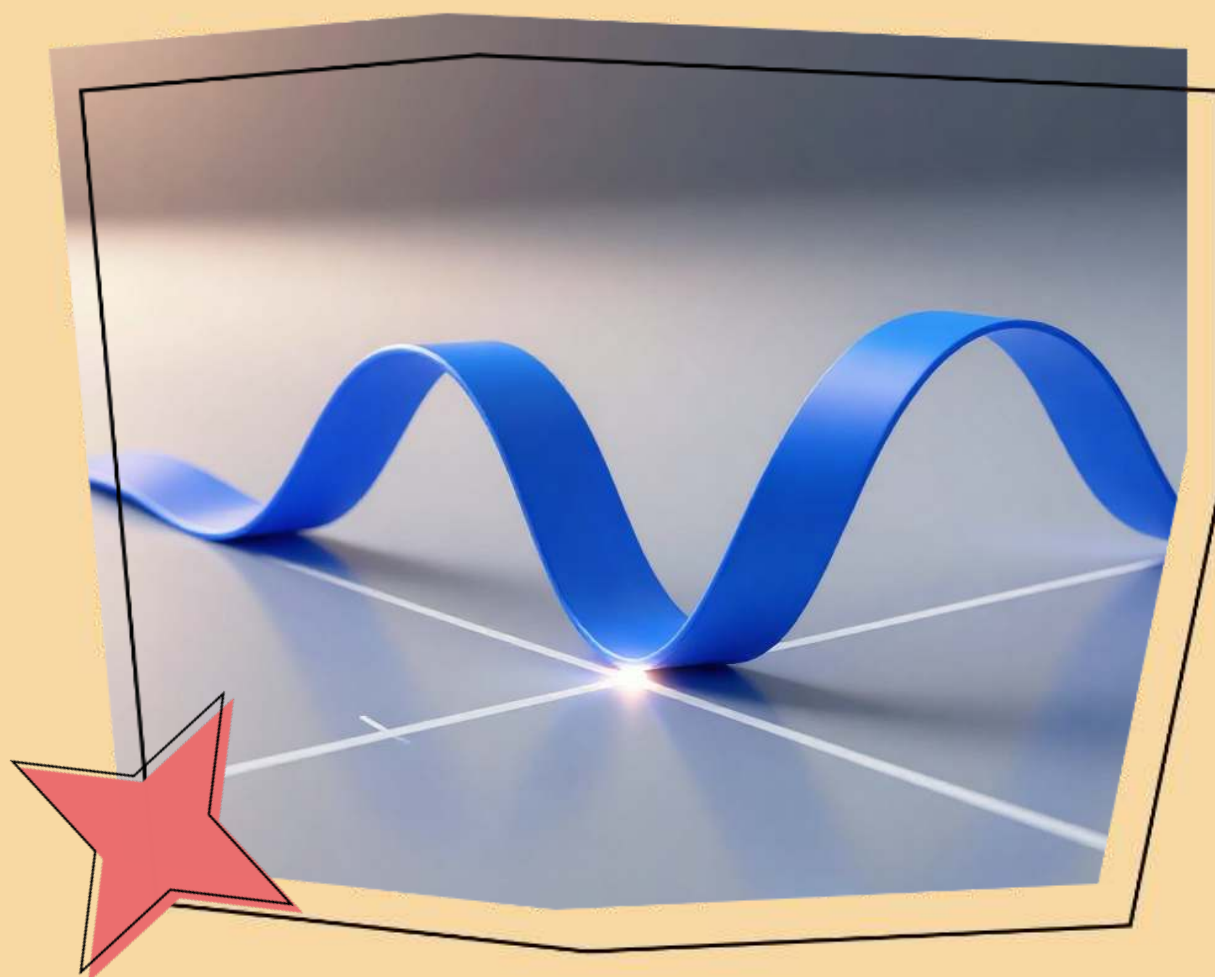
3.

Проверка точек

Точки, находящиеся на одинаковом расстоянии от оси симметрии, имеют одинаковые значения функции. Это удобно при построении по точкам и помогает быстро заметить ошибку в чертеже.



Нули функции и пересечения с осью x



Когда график касается оси

Если парабола пересекает ось x , то в этих точках значение функции равно нулю. Это и есть нули функции. На графике они сразу показывают, где уравнение имеет корни и как расположена кривая относительно оси.



Сколько может быть ответов

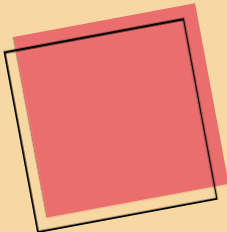
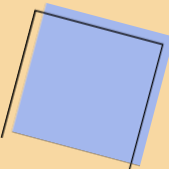
У квадратной функции бывает 0, 1 или 2 нуля. Иногда парабола совсем не касается оси x , иногда только касается её в одной точке, а иногда проходит через ось дважды. Всё зависит от вида функции.



Почему это важно

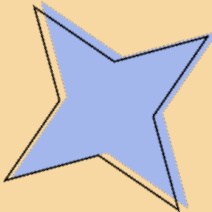
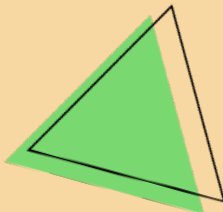
Нули функции особенно полезны при решении уравнений и неравенств. По ним можно понять, где выражение обращается в ноль, где оно положительно, а где отрицательно. Это делает график удобным инструментом для проверки ответов.

Связь дискриминанта и числа пересечений с осью x



D	Нули	Пересечение
$D > 0$	2	2 точки
$D = 0$	1	касание
$D < 0$	0	нет

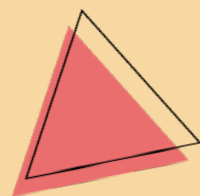
Формула квадратного уравнения



Знак дискриминанта помогает заранее понять, сколько корней имеет квадратное уравнение и как парабола расположена относительно оси x.

Чем больше значение дискриминанта по знаку, тем больше пересечений с осью x. Это позволяет быстро оценить число корней без построения графика.

Как знак дискриминанта связан с графиком



$D > 0$

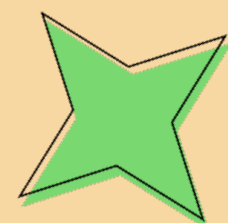
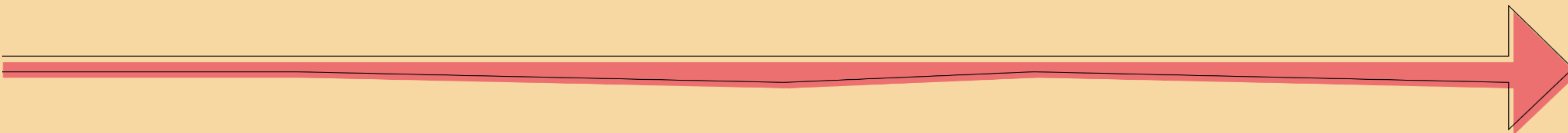
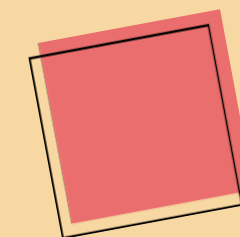
Парабола пересекает ось x в двух разных точках. Это означает, что квадратное уравнение имеет два корня.

$D = 0$

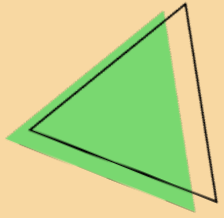
График касается оси x в одной точке. Вершина лежит на оси, поэтому у уравнения один корень.

$D < 0$

Парабола не имеет общих точек с осью x . В этом случае действительных корней нет.

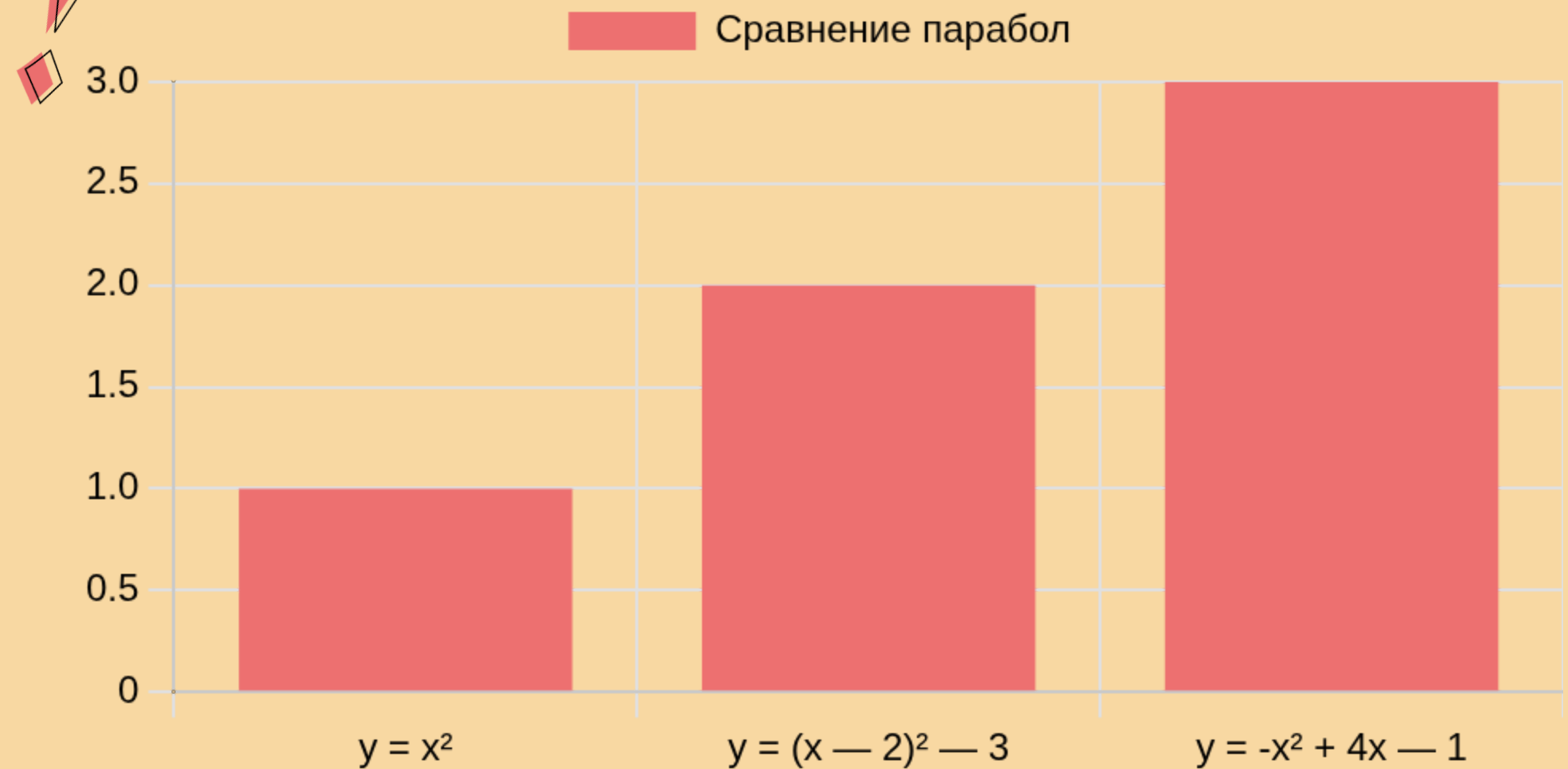
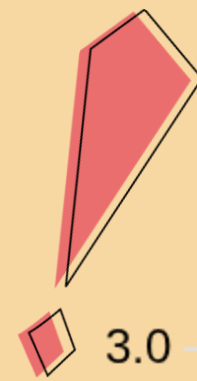
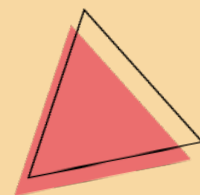
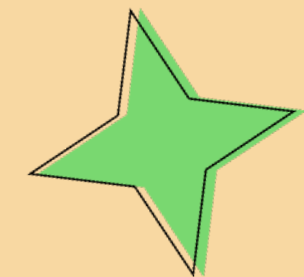


Три типичных вида парабол

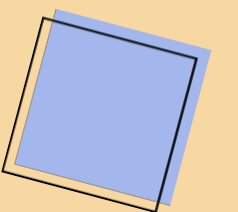


На диаграмме показаны разные положения вершин и направлений ветвей. Числа обозначают лишь порядок сравнения: от простого графика к более сдвинутому и отражённому вариантам.

Все три функции задают параболы, но коэффициенты и сдвиги меняют их положение и направление ветвей. Вид графика сохраняется, а расположение заметно отличается.



Школьный курс алгебры 9 класса



Парабола в окружающем мире

Бросок мяча

Когда мяч подбрасывают вверх, его путь на коротком участке напоминает параболу. По такой модели удобно оценивать, на какую высоту он поднимется и где снова окажется у земли.



Фонтан и вода

Струя воды из фонтана часто образует плавную дугу, похожую на параболу. Такой пример помогает увидеть, как математическая кривая описывает реальное движение в пространстве и подсказывает форму траектории.



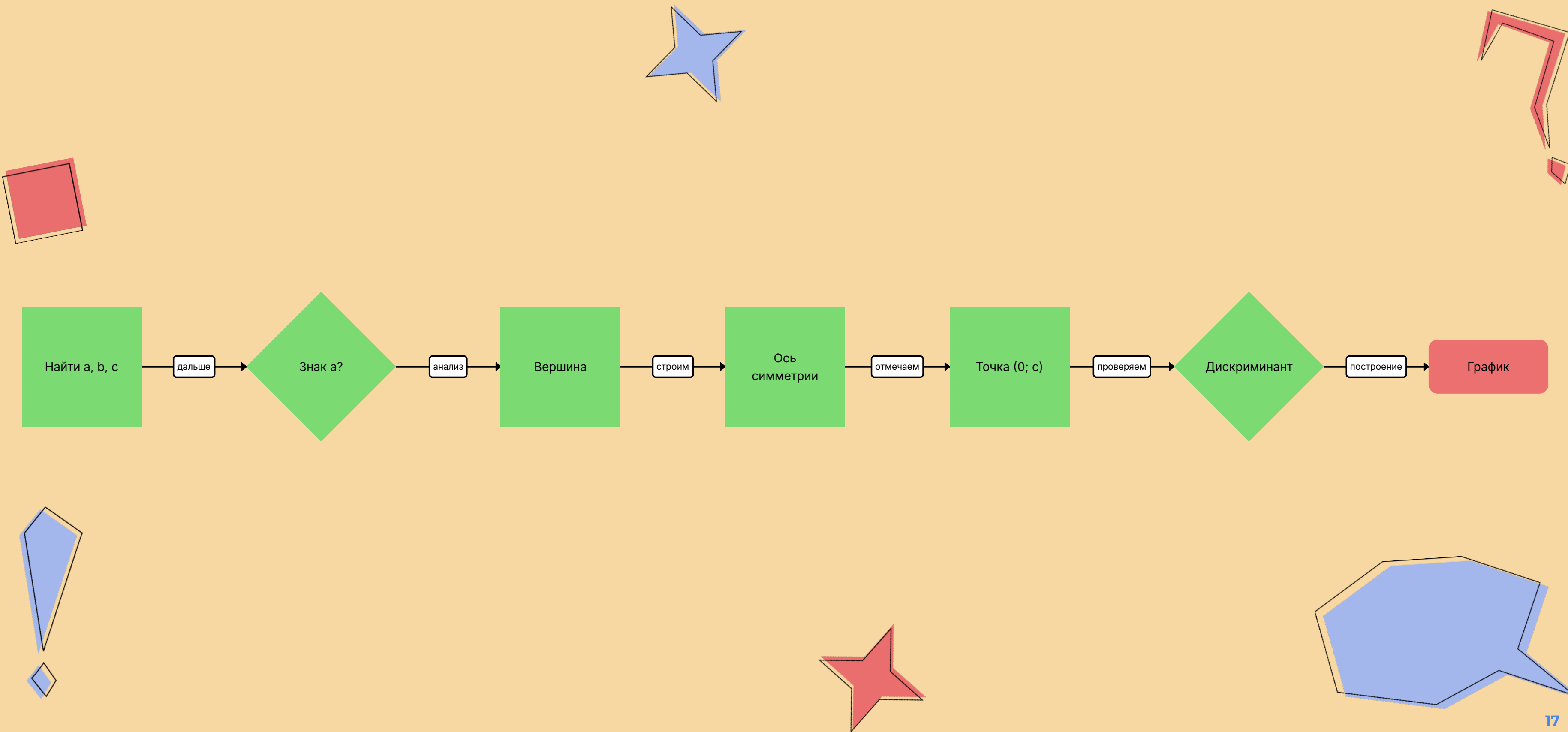
Техника и отражатели

Параболическая форма используется в антеннах, фарах и отражателях. Она помогает направлять свет или сигнал в нужную сторону, поэтому график функции становится полезным не только в учебнике, но и в технике.

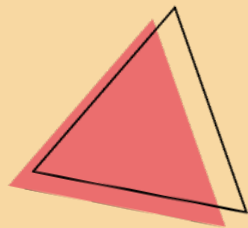
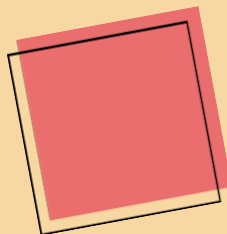
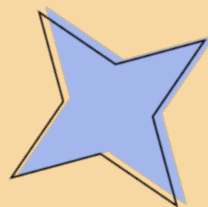


Алгоритм исследования функции $y = ax^2 + bx + c$

Последовательность шагов при анализе квадратной функции и построении её графика



Типичные ошибки при построении параболы

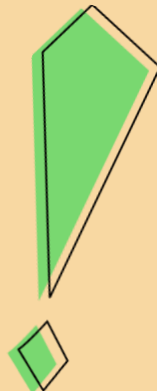
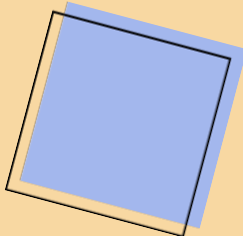
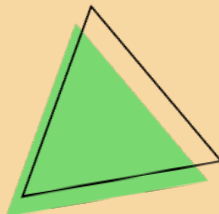


Ошибка	Причина	Результат
Знак а	Поспешность	Ветви не туда
Нет (0; с)	Пропуск шага	Сдвиг графика
Неверный х вершины	Ошибка в формуле	Неправильная ось
Неравные точки	Нет симметрии	Искажённая форма

Таблица показывает, где чаще всего возникает ошибка и к какому результату она приводит. Это помогает проверять построение по шагам.

Проверка каждого шага позволяет избежать искажения графика. Самые частые ошибки связаны со знаком коэффициента, вершиной и симметрией точек.

Типовые задания по алгебре 9 класса



Что можно узнать по готовому графику

1. Максимум или минимум

По вершине параболы можно сразу понять, где функция принимает наибольшее или наименьшее значение. Это особенно удобно, когда нужно быстро сравнить несколько вариантов ответа.

2. Корни функции

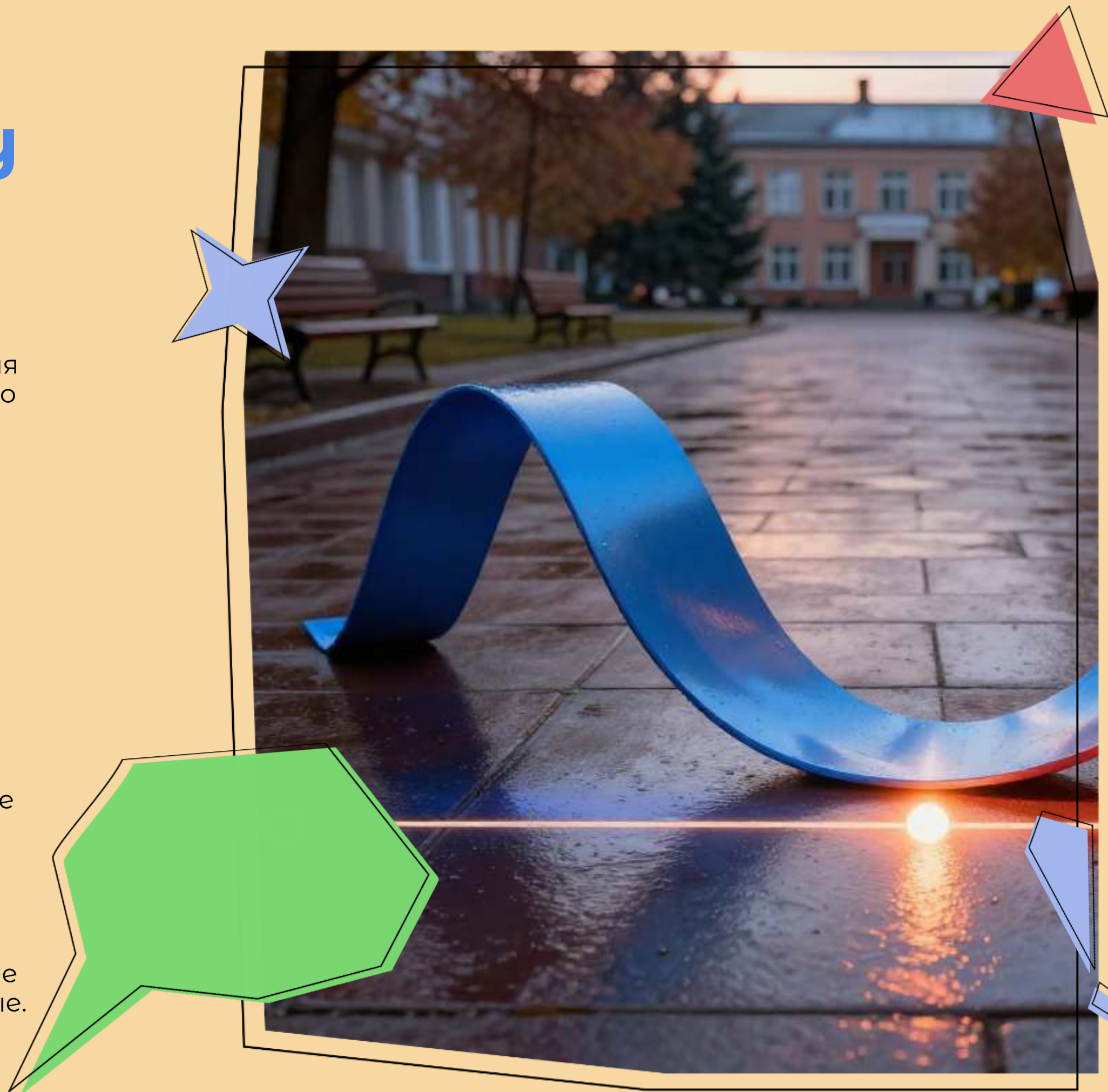
Точки пересечения с осью x показывают, при каких x значение функции равно нулю. По графику легко увидеть, есть ли корни и сколько их у функции.

3. Промежутки изменения

График помогает определить, где функция возрастает, а где убывает. Это делает исследование проще, чем если искать все ответы только по формулам.

4. Знаки функции

По положению параболы относительно оси x видно, где значения функции положительные или отрицательные. Такой способ особенно полезен при решении неравенств и прикладных задач.





Парабола как язык графиков

Функция $y = ax^2 + bx + c$ всегда задаёт параболу. Зная коэффициенты, вершину, ось симметрии, нули и дискриминант, можно быстро понять её поведение и решить задачу.

