

Простейшие вероятностные задачи в курсе алгебры 9 класса

Как оценить шанс случайного события?



Почему вероятность изучают в 9 классе

Вероятностные задачи связывают дроби, отношения и подсчёт вариантов. Они помогают научиться перечислять исходы, сравнивать доли и записывать ответ в удобной форме — от обыкновенной дроби до десятичной записи.



Случайный опыт, исход и событие

- **Случайный опыт**

Это действие, результат которого заранее нельзя предсказать точно. Примеры — бросок кубика, подбрасывание монеты или выбор шара из мешка с закрытыми глазами.

- **Исход**

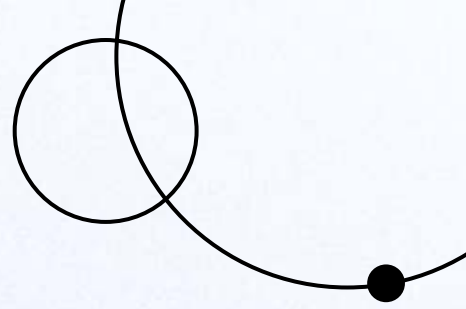
Исходом называют один конкретный результат случайного опыта. Например, при броске кубика выпала 4, а при броске монеты появилась решка — это отдельные исходы.

- **Событие**

Событие может включать один или несколько исходов, объединённых общим признаком. Так, событие «выпало чётное число» включает 2, 4 и 6 на кубике.



Основные понятия и их обозначения



Коротко сопоставим термин, смысл и пример на знакомой задаче с кубиком.

Термин	Смысл	Пример
Случайный опыт	Неизвестный результат	Бросок кубика
Исход	Один результат	Выпало 3
Событие	Набор исходов	Выпало чётное число
$P(A)$	Доля благоприятных исходов	2/6

Событие и исход не совпадают: событие может объединять несколько исходов. Вероятность всегда выражает долю и лежит от 0 до 1.

Классическая формула вероятности

1

Записываем формулу

Если все исходы равновозможны, вероятность события находят по формуле $P(A)=m/n$, где m — число благоприятных исходов, а n — число всех исходов.

2

Понимаем крайние случаи

Если событие невозможно, вероятность равна 0. Если событие обязательно происходит при любом исходе опыта, его вероятность равна 1.

3

Применяем в задачах

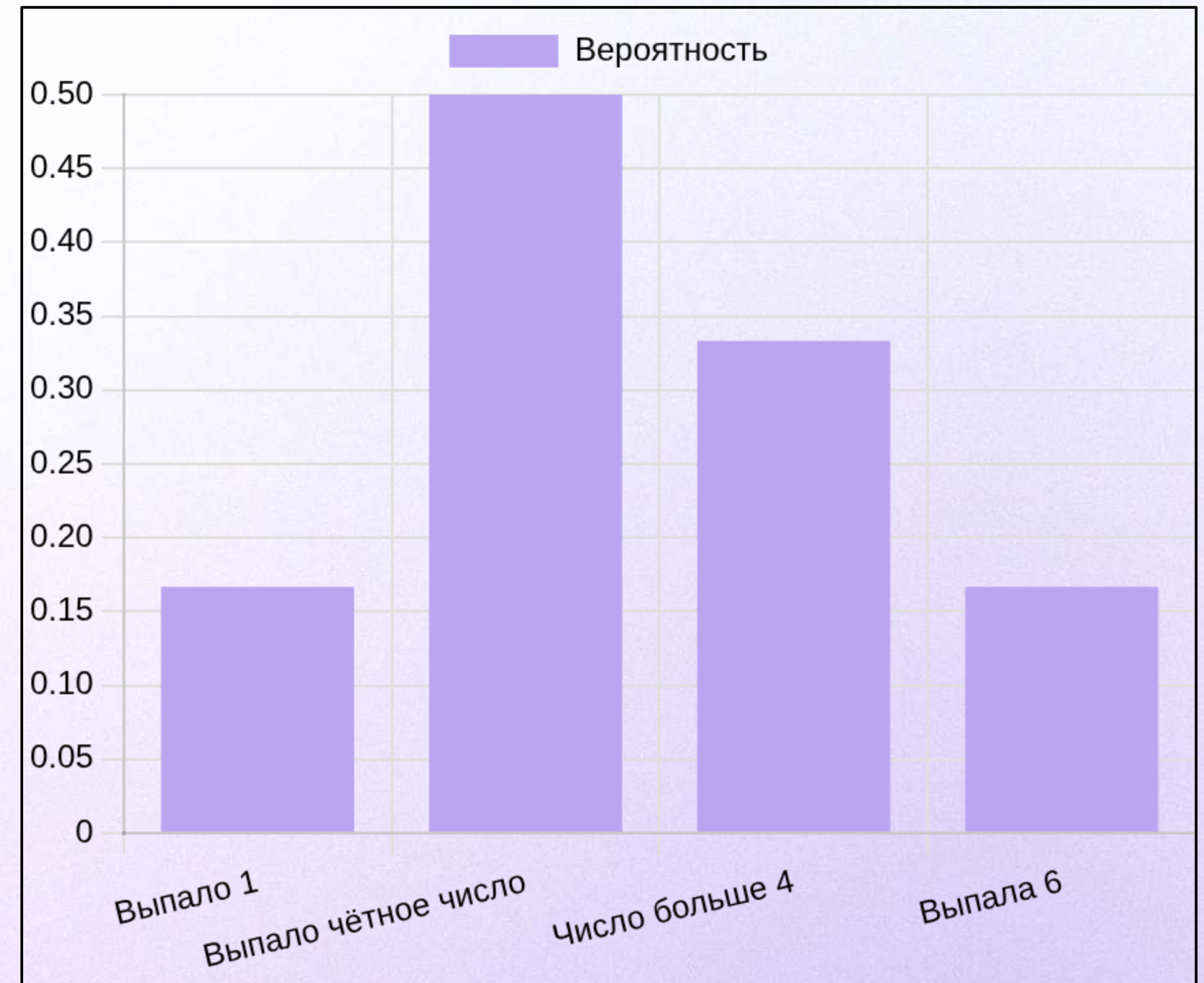
Формула подходит для монеты, кубика, карточек и простого выбора предмета из набора. Главное — правильно посчитать все исходы и не пропустить ни одного.



Вероятности на игральном кубике

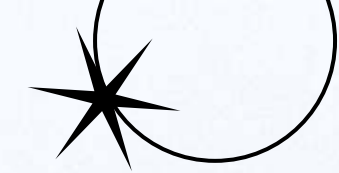
Все события рассмотрены для одного броска стандартного кубика с шестью равновозможными гранями.

Чем меньше благоприятных исходов, тем ниже вероятность. События с одним исходом дают $1/6$, а с тремя исходами — уже $1/2$.



★ Модель стандартного игрального кубика, 6 равновозможных исходов.

Монета как модель простого эксперимента



Два равных исхода

У монеты всего два равновероятных результата: орёл и решка. Поэтому вероятность каждого исхода одинакова и равна $\frac{1}{2}$, если монета не имеет специальных особенностей.

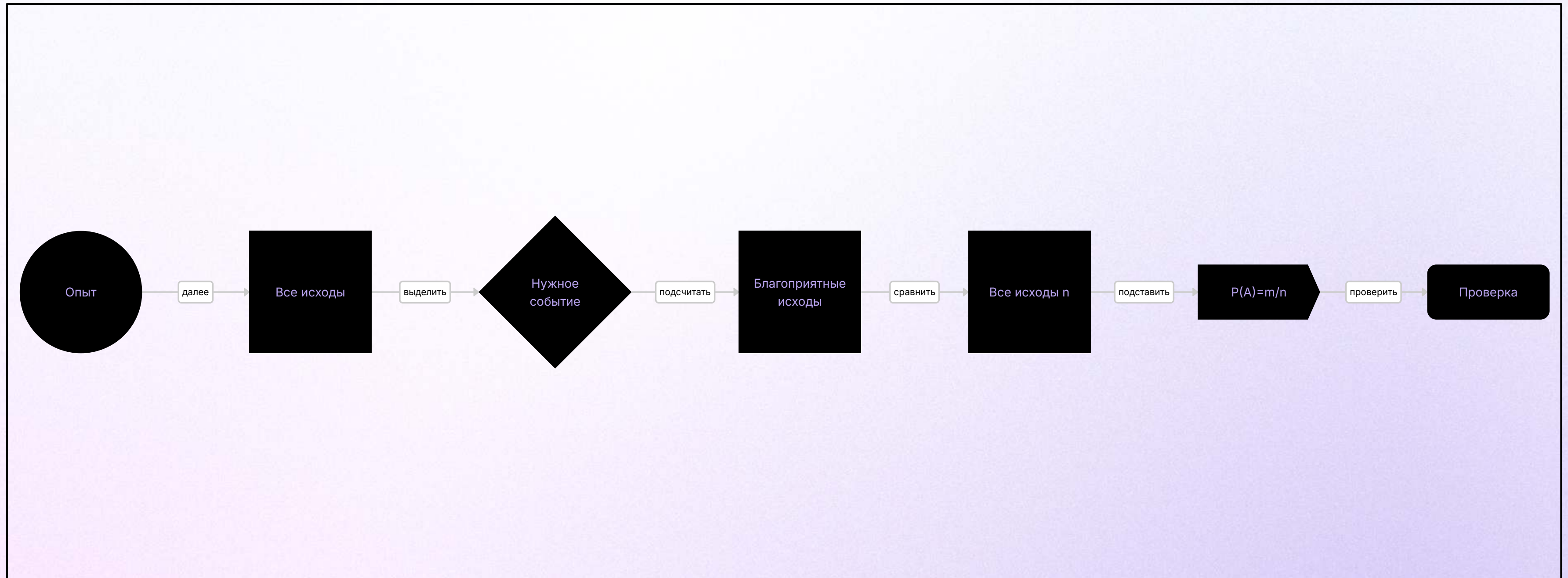
Удобная проверка понимания

Монета помогает быстро проверить, как работает формула вероятности. На ней легко увидеть, что сумма вероятностей всех возможных исходов равна 1, а значит, ничего не пропущено.

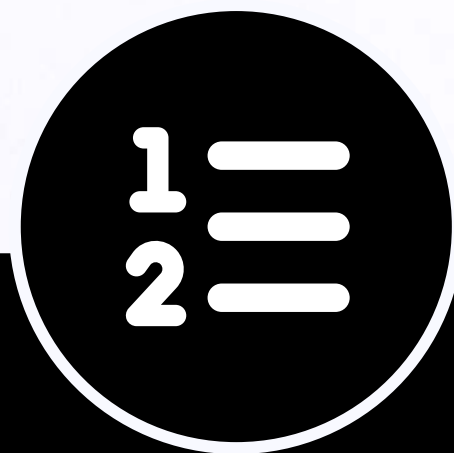
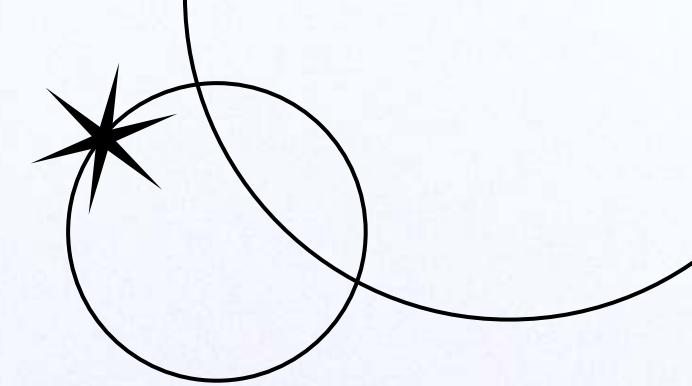


Пошаговое решение вероятностной задачи

Последовательность действий для задач с равновозможными исходами и простым подсчётом.

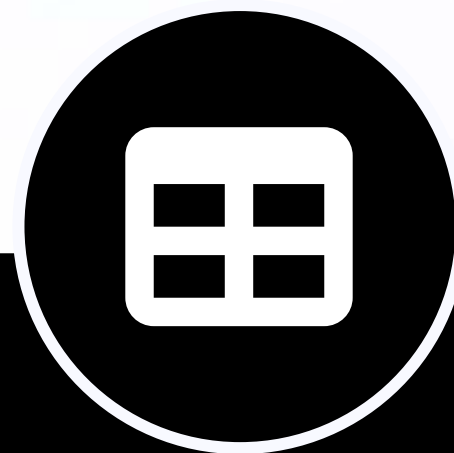


Способы подсчёта всех исходов



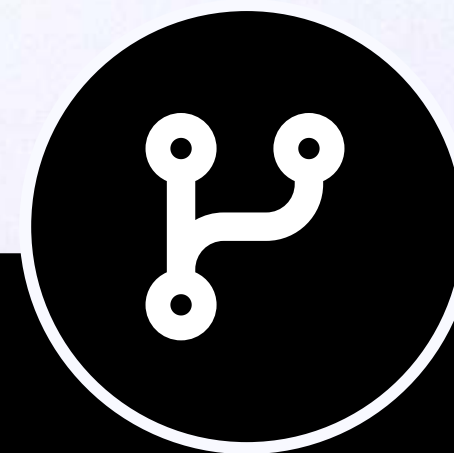
Список

Подходит, когда вариантов немного и их легко перечислить по одному. Такой способ помогает ничего не пропустить, но требует аккуратности: каждый вариант должен быть записан только один раз.



Таблица

Удобна, если нужно сопоставить результаты нескольких действий. Таблица показывает все комбинации наглядно и помогает быстро заметить лишние или отсутствующие варианты.



Дерево вариантов

Используется при последовательных действиях, например двух бросках монеты. Ветви показывают каждый шаг, а общее число исходов находят по правилам умножения.

Дерево вариантов на двух бросках монеты

- **Четыре исхода**

При двух бросках монеты получаются только четыре равновозможных исхода: ОО, ОР, РО и РР. Дерево помогает увидеть каждый путь и не забыть ни один вариант.

- **Вероятность двух орлов**

Только один из четырёх исходов даёт два орла сразу. Поэтому вероятность этого события равна $\frac{1}{4}$, если монета не смещена и исходы равновозможны.

- **Один орёл или ни одного**

Ровно один орёл встречается в двух исходах из четырёх, значит вероятность равна $\frac{1}{2}$. Ни одного орла тоже один исход из четырёх, то есть $\frac{1}{4}$.



Примеры простых задач и их ответы

Ситуация	Благоприятные	Все	Вероятность
Кубик: чётное	3	6	$\frac{1}{2}$
Монета: орёл	1	2	$\frac{1}{2}$
Шар: красный	3	5	$\frac{3}{5}$
Карта: туз	1	10	$\frac{1}{10}$

Таблица связывает условие задачи с числом благоприятных и всех исходов, а затем — с готовой вероятностью.

Во всех примерах ответ получается через одно и то же отношение: число подходящих исходов делится на общее число вариантов.

Сравнение дробей вероятности

Чем больше равновозможных исходов, тем труднее получить один конкретный результат. Это видно даже без вычислений.

Наибольшая вероятность у $\frac{1}{2}$, наименьшая — у $\frac{1}{6}$; рост числа вариантов уменьшает шанс одного исхода.



★ Теоретические значения для равновозможных исходов; учебная схема

Несовместные и противоположные события

1

Несовместные события

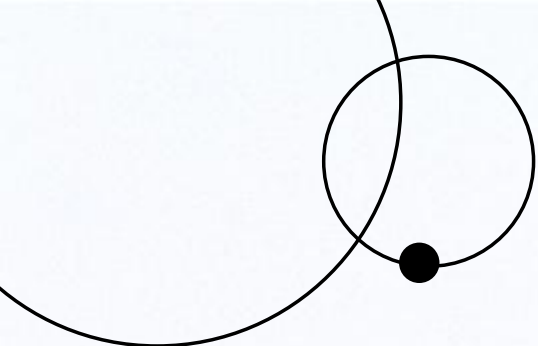
Они не могут случиться одновременно в одном опыте. Если на кубике уже выпало 2, то в том же броске не может одновременно выпасть 5; такие события не пересекаются.

2

Противоположные события

Они вместе образуют все возможные исходы опыта. Для кубика события «выпало чётное число» и «выпало нечётное число» дополняют друг друга, поэтому сумма их вероятностей равна 1.





1/3

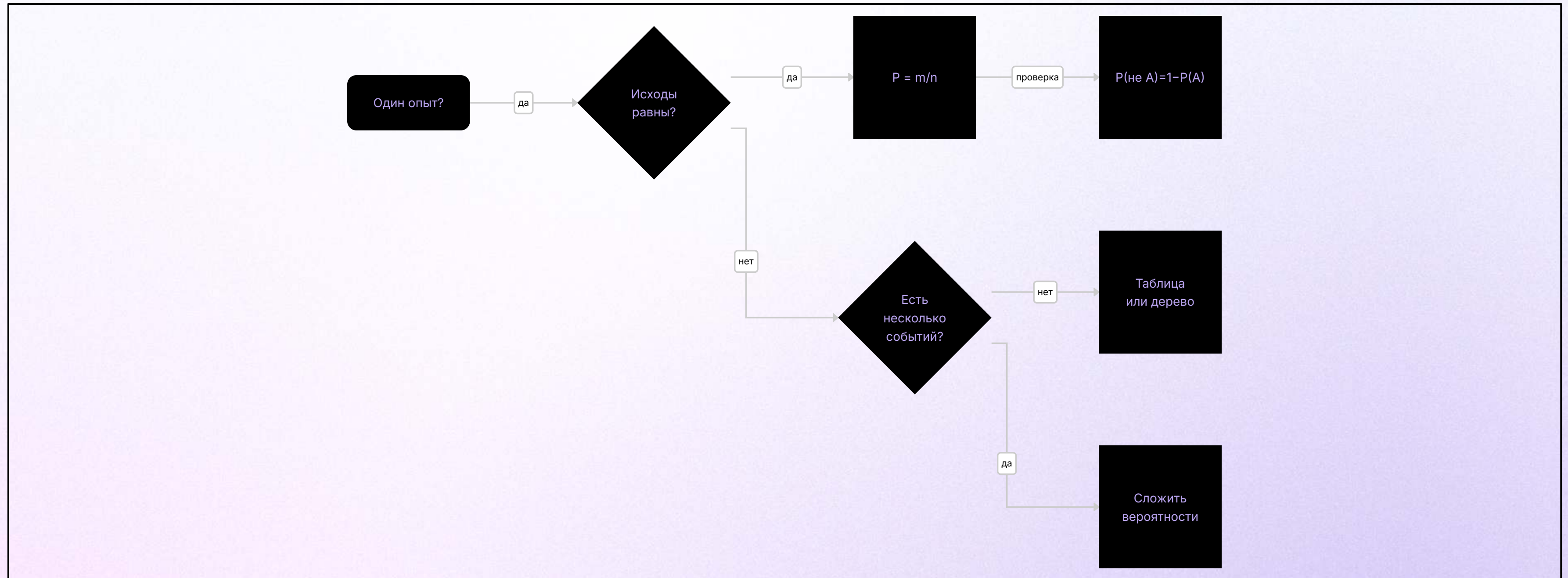
— вероятность
события «выпало 1
или 6»
на стандартном
кубике.

Когда события
не пересекаются,
их вероятности можно
складывать. Это удобно
в задачах, где нужно
объединить несколько
отдельных исходов.

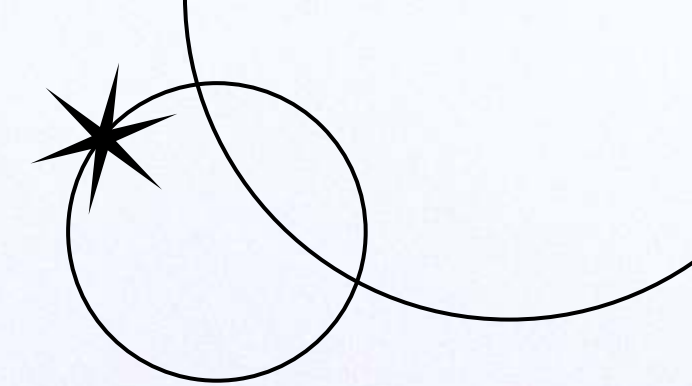
✦ Учебный пример по теме сложения вероятностей

Как распознать тип вероятностной задачи

Схема выбора способа решения для простых школьных задач.



Вероятность в играх и жизненных ситуациях



Кубик в настольной игре

Игрок кидает кубик и ждёт нужное число ходов или очков. Снаружи это выглядит как обычная игра, но внутри работает точный подсчёт исходов: каждый результат можно заранее перечислить и сравнить с другими.



Жеребьёвка и выбор по очереди

Когда нужно справедливо распределить роли, часто используют жетоны, карточки или случайный выбор. Такой способ удобен тем, что у каждого участника понятный шанс, а результат не зависит от личного решения.



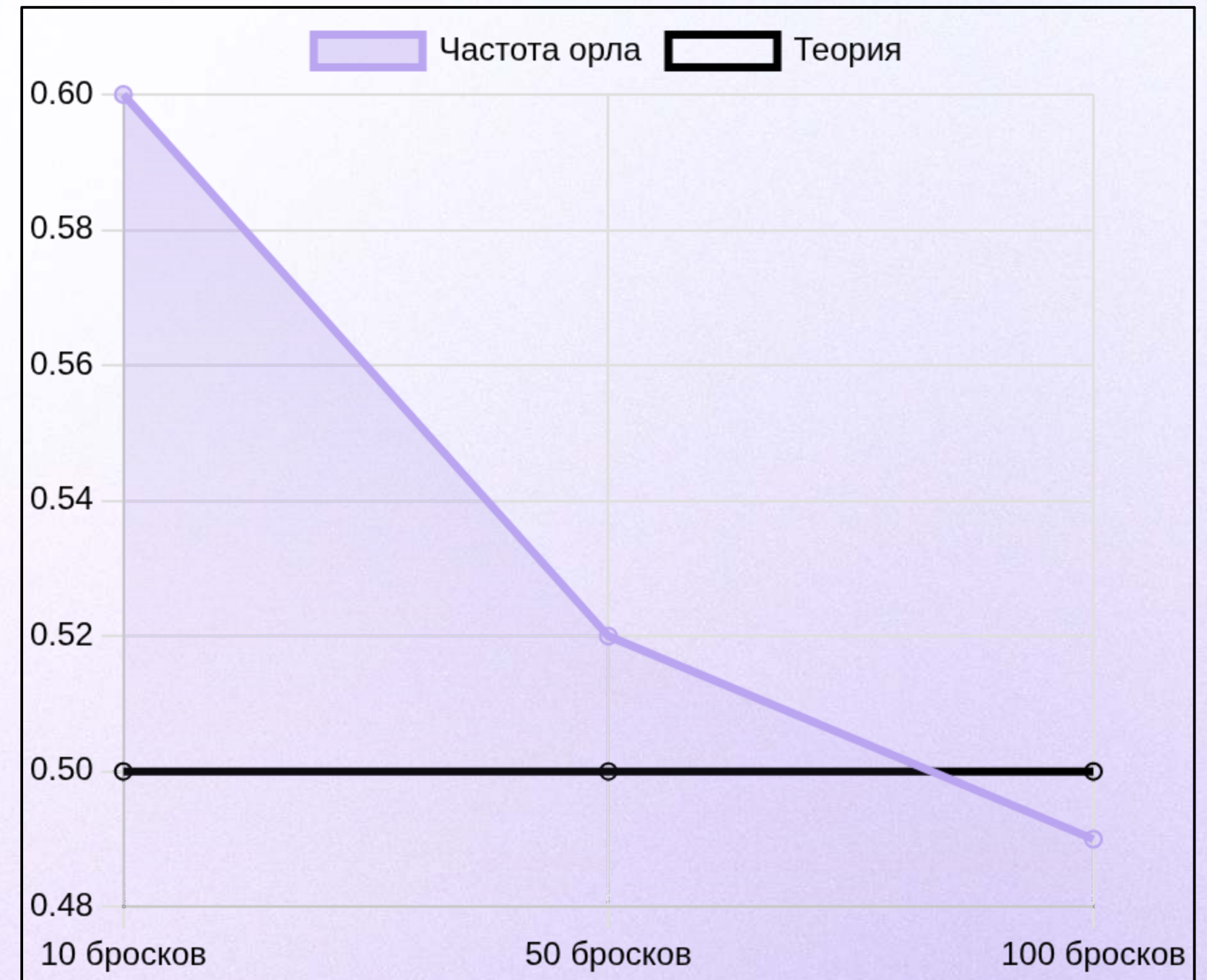
Спорт и случайный бросок

В баскетболе, футболе и других играх есть моменты, где исход зависит от случайности и навыка одновременно. Вероятностная модель помогает отделить случайный выбор от повторяющихся закономерностей и лучше понимать ситуацию.

Частота и теоретическая вероятность

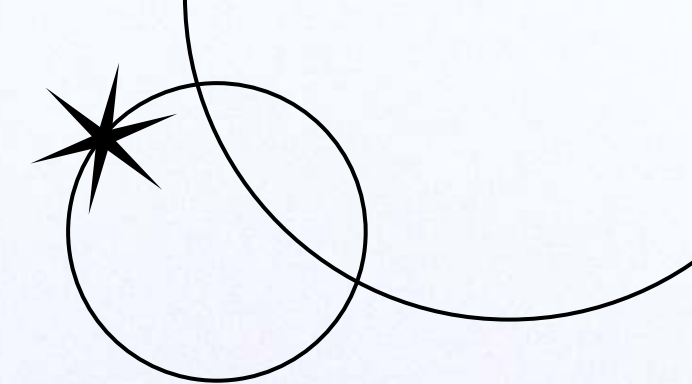
Экспериментальная частота может колебаться, но при увеличении числа опытов она обычно приближается к ожидаемому значению.

С ростом числа бросков результат становится устойчивее и ближе к $\frac{1}{2}$, хотя краткие серии могут сильно отличаться.



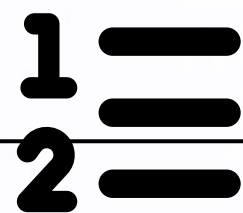
★ Учебный пример для иллюстрации частоты и теоретической вероятности

Типичные ошибки в простейших задачах



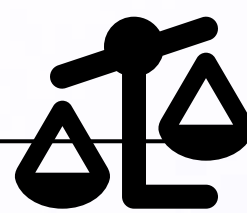
Путают исход и событие

Исход — это один конкретный результат, а событие может объединять несколько исходов. Если не различать эти понятия, легко неверно посчитать благоприятные варианты.



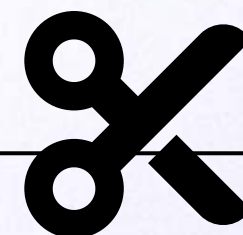
Не перечисляют все варианты

Иногда ученик забывает часть исходов или дважды считает один и тот же вариант. Тогда знаменатель получается неверным, и вся вероятность смещается.



Игнорируют неравные шансы

Формула m/n подходит только для равновероятных исходов. Если условия меняют шансы, простой подсчёт вариантов уже не даёт правильного ответа.



Не сокращают дробь

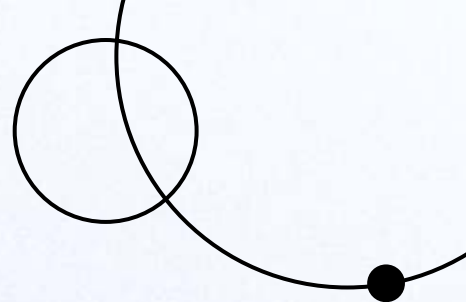
Ответ в виде дроби нужно упрощать, если это возможно. Несокращённая запись не всегда ошибка в смысле вычислений, но выглядит незавершённой.



Получают невозможное значение

Вероятность не может быть больше 1 или меньше 0. Если вышло такое число, это верный сигнал проверить ход решения ещё раз.

Краткая памятка по формулам и приёмам



Памятка помогает быстро выбрать способ решения в зависимости от вида задачи и числа действий.

Ситуация	Приём	Формула
Один опыт	Подсчёт	$P(A)=m/n$
Два шага	Дерево	Правило умножения
Несовместные	Сложение	$P(A \text{ или } B)$
Противоположные	Дополнение	$1-P(A)$

Таблица показывает, что способ решения зависит от структуры задачи: один опыт, несколько шагов, объединение событий или переход к противоположному событию.

Главное о простых вероятностных задачах

Чтобы решать такие задачи, нужно уметь видеть опыт, считать исходы и выбирать подходящую формулу. Тогда ответ получается не случайным, а понятным и проверяемым.