



Поворот на плоскости: основные понятия и правила

Поворот переносит точки вокруг центра на заданный угол, сохраняя размеры и расстояния, но меняя ориентацию.



Где используется поворот и почему он важен в геометрии

Поворот встречается в черчении, архитектуре, орнаментах, механизмах, робототехнике и компьютерной графике. В математике он помогает получать новые координаты точек, строить образы фигур и разбираться в симметрии и системе координат. В школе его применяют к точкам и фигурам.



Основные элементы поворота

.1

Центр поворота — точка, которая остаётся неподвижной. Вокруг неё перемещаются все точки фигуры, поэтому без точного определения центра построение становится неверным.

.2

Угол поворота показывает, на сколько градусов повернулась точка или фигура. Его нужно указывать вместе с направлением, иначе образ может оказаться в другой части плоскости.

.3

Направление задают по часовой стрелке или против часовой стрелки. Для построения важно фиксировать все три элемента одновременно: центр, угол и направление.

Координаты точки при повороте вокруг начала координат

Правила задают, как меняются координаты точки $A(x, y)$ после поворота вокруг начала координат O .

Координаты меняются по строгой формуле для каждого угла, а расстояние до начала координат сохраняется.

Учебный курс геометрии 9 класса (правила преобразований координат)

Угол поворота	Преобразование $A(x, y)$
90° против часовой стрелки	$(x, y) \rightarrow (-y, x)$
180°	$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$
270° против часовой стрелки	$(x, y) \rightarrow (y, -x)$
90° по часовой стрелке	$(x, y) \rightarrow (y, -x)$

Поворот точки на координатной плоскости

.1

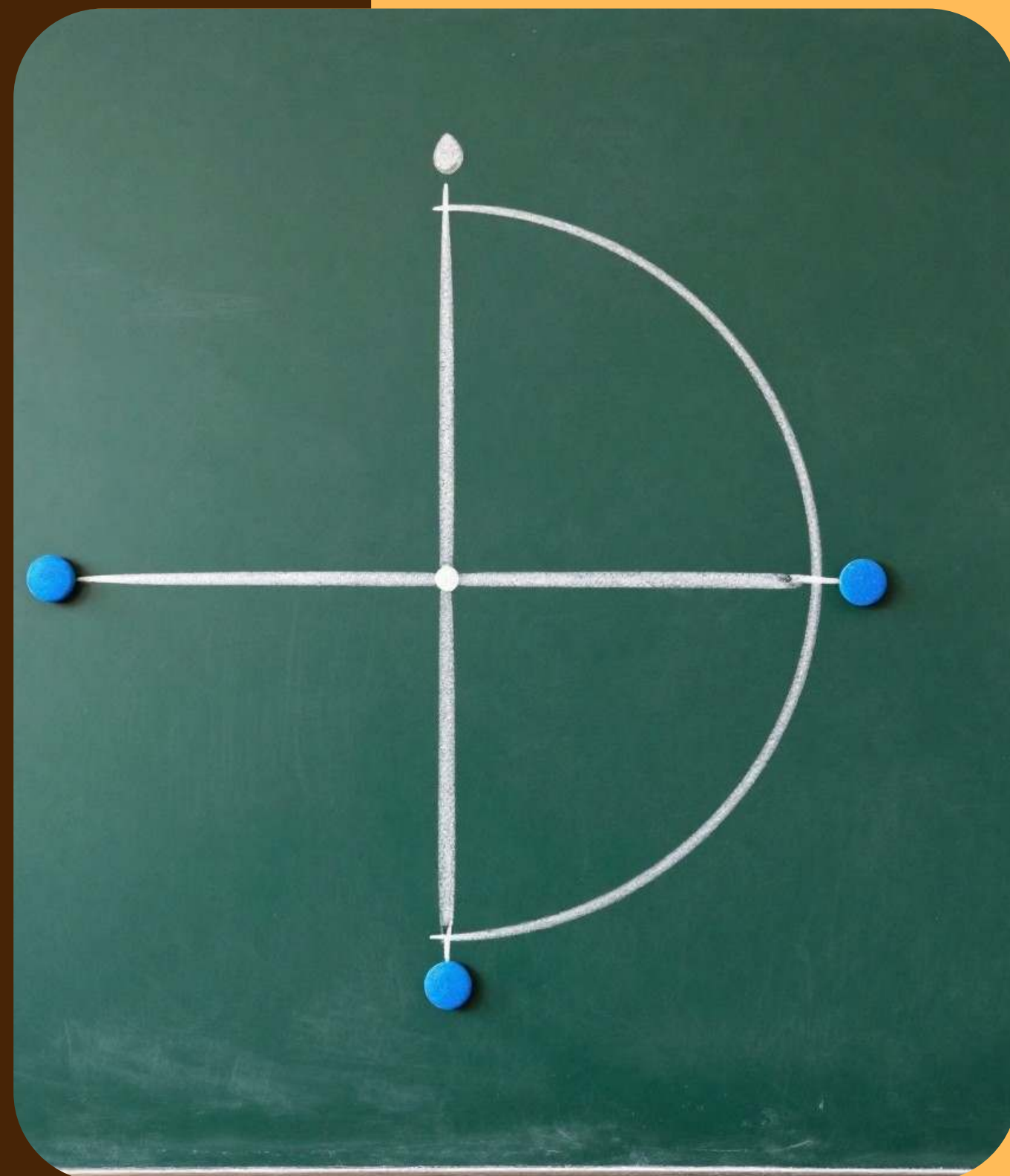
Точка и её образ

Точка $A(x, y)$ при повороте вокруг начала координат переходит в точку A' , которая находится на том же расстоянии от центра O . Радиус OA не меняется, поэтому образ «лежит» на той же окружности.

.2

Радиус и видимое направление

При этом меняется направление луча OA : точка перемещается по плоскости в другую четверть. На схеме обычно отмечают оси, центр O , A , A' и дугу поворота, чтобы точнее понять правило для 90° и 180° .



Что сохраняет поворот

Так как сохраняются расстояния и углы, фигура после поворота остаётся той же по «размеру и строению», только смотрит в другую сторону.

Поворот — это движение: равные элементы остаются равными, а изменяется лишь размещение на плоскости и направление.

Свойства движений в геометрии (поворот как преобразование плоскости)

90°

**При таком повороте удобно быстро
получать новые координаты по
готовым правилам.**

Материалы курса геометрии 9 класса: правила
поворота на 90°

Поворот на 90° часто
встречается в школьных
задачах и экономит время,
потому что координаты
подставляются по простым
формулам без лишних
построений.

Поворот на 180 градусов и центральная симметрия

.1

Поворот на 180° называют центральной симметрией относительно центра поворота. Если центр — начало координат O , то точка (x, y) переходит в $(-x, -y)$.

.2

Например, точка $(4, -1)$ становится $(-4, 1)$. Точка и её образ лежат на одной прямой, проходящей через центр, и центр делит отрезок между ними пополам.

.3

Из-за такой «перестановки через центр» фигура после поворота оказывается в противоположном положении относительно O , но сохраняет форму и размеры как при движении.

Поворот вокруг произвольной точки

1) Задайте центр

Выберите точку, вокруг которой будет происходить поворот. Относительно неё нужно смотреть на положение исходной точки, а не сразу в координатах системы.

2) Переведите координаты относительно центра

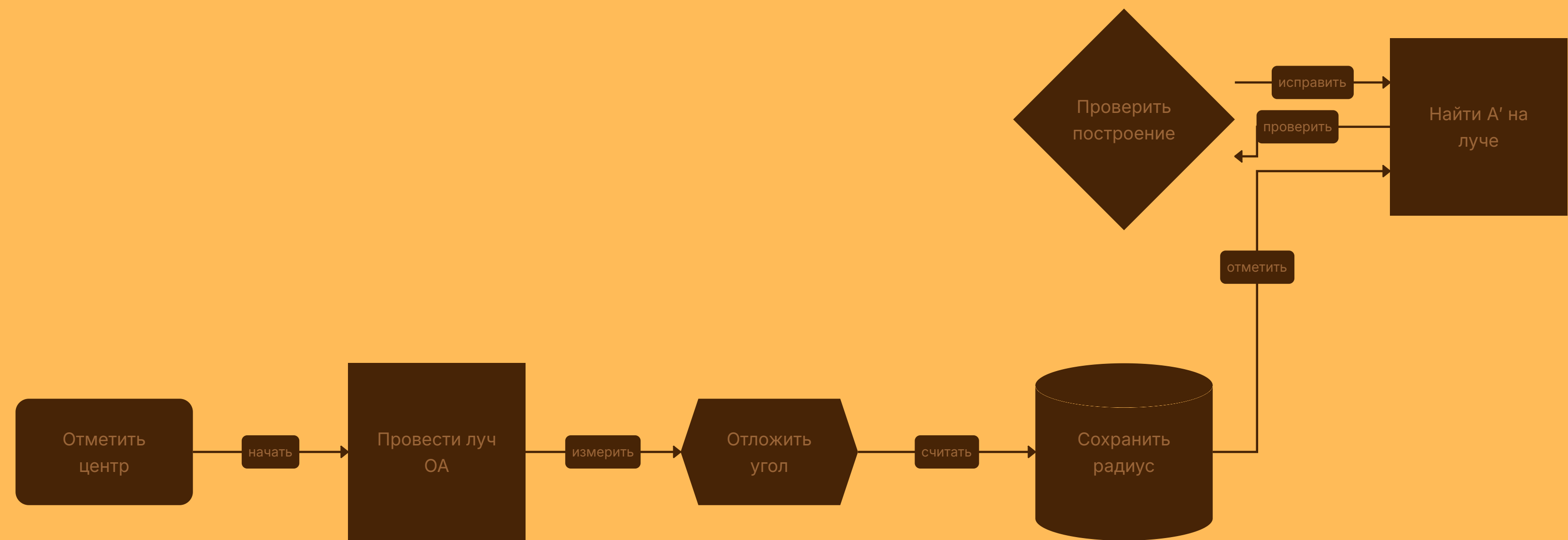
Найдите, где находится точка относительно выбранного центра: фактически определите «сдвиг» от центра до точки в координатной плоскости.

3) Поверните и верните в систему координат

Выполните поворот на заданный угол относительно центра, затем переведите полученный результат обратно в обычные координаты (относительно начала координат).

Алгоритм построения образа точки при повороте

Общий способ построения образа при повороте на плоскости по заданному центру, углу и направлению.



Поворот многоугольника как целой фигуры

.1

При повороте многоугольника каждая вершина переходит в свою новую точку, а порядок вершин сохраняется. Благодаря этому стороны не «ломаются»: их длины остаются теми же, а фигура превращается в равную себе.

.2

Чтобы повернуть треугольник, квадрат или прямоугольник, достаточно построить образы всех вершин и соединить их заново в том же порядке. Прямые стороны получаются автоматически, потому что вершины соединены корректно.

.3

Если все вершины повернуты на один и тот же угол вокруг одного центра, получится многоугольник, равный исходному. Его положение на координатной плоскости меняется, но форма и размеры сохраняются.

.4

Удобно запоминать принцип: поворот работает «точка за точкой», а затем фигура собирается из новых вершин. Поэтому ошибки чаще всего возникают из-за неверно построенной хотя бы одной вершины.

Примеры координат после поворота

Точки меняют координаты и «переезжают» между четвертями, однако расстояние до центра поворота сохраняется, а значит, преобразование остаётся геометрически корректным.

Во всех примерах новая точка находится на том же расстоянии от центра O , но меняются знаки координат и ориентация относительно осей.

Правила координат для поворота точки вокруг начала координат.

Исходная точка	Угол поворота	Новый образ
(1, 2)	90° против ЧС	(-2, 1)
(-3, 4)	180°	(3, -4)
(5, -2)	90° по ЧС	(-2, -5)
(2, -6)	270° против ЧС	(-6, -2)

Поворот в окружающей жизни



Стрелки часов: поворот по расписанию

Короткая и длинная стрелки часов непрерывно поворачиваются вокруг общего центра. При каждом «шаге» меняется направление, а длина стрелок не меняется. Геометрически это похоже на поворот фигуры вокруг неподвижной точки — центра часов.



Колесо велосипеда: движение по окружности

Колесо катится и одновременно вращается вокруг оси. Каждая точка обода совершает путь по окружности: она то оказывается выше, то ниже, и при этом не «растягивается» и не меняет размер. Это наглядная модель поворота с неподвижным центром.



Карусель и дверная ручка: смена направления без изменения формы

У карусели есть центральная ось, вокруг которой платформа поворачивается, сохраняя размеры деталей. Похожий принцип видно и у дверной ручки: вращение меняет положение, но не деформирует сам предмет. Поэтому поворот удобно связывать с реальными движениями.

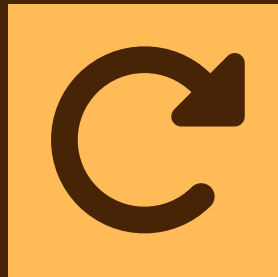
Поворот, отражение и параллельный перенос

У всех трёх преобразований сохраняются форма и размеры, но различается, как меняется ориентация: при повороте она меняется, при переносе — нет, при отражении — «переворачивается».

Диаграмма напоминает: различие между преобразованиями — в способе перемещения и в том, как меняется ориентация фигуры относительно плоскости.

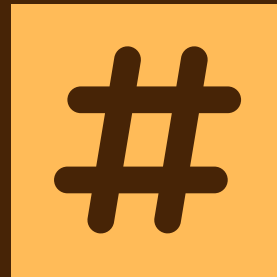
Обобщение свойств геометрических преобразований, учебный материал по теме преобразований фигур (9 класс).

Типичные ошибки при изучении поворота



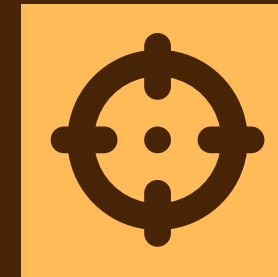
Путают направление вращения

Иногда ученик выполняет формулу для поворота на 90° против часовой стрелки, хотя в задаче указано по часовой стрелке. В результате образ точки оказывается в «соседнем» квадранте не там, где нужно.



Ошибочно меняют знаки координат

При поворотах на 90° и 270° важно правильно переставлять координаты и менять знаки. Частая ошибка — заменить только знак у x или только у y , не выполняя перестановку.



Забывают о центре поворота

Если центр задан не в начале координат, нельзя применять правила «как для O ». Нужно сначала перейти к координатам относительно центра, выполнить поворот, а затем вернуться обратно.

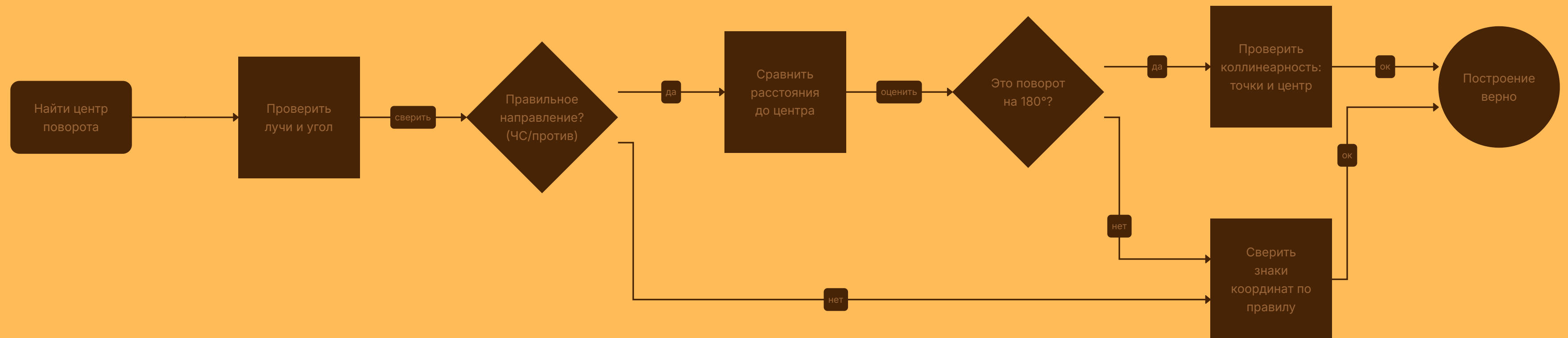


Не сохраняют расстояние до центра

Проверка расстояния от центра до образа часто пропускается. Между тем при правильном повороте радиус (длина луча) не меняется: образ обязан лежать на той же окружности вокруг центра.

Проверка правильности построения поворота

Контрольные шаги для ответа в задачах на поворот точек и фигур.



Поворот и четверти координатной плоскости

.1

При повороте точка может перейти в другую четверть, а значит, меняются знаки координат. После вычисления координат сразу смотрите, какая четверть получилась, и сравнивайте с ожидаемым направлением поворота.

.2

Например, точка из первой четверти при повороте на 90° против часовой стрелки окажется во второй четверти: x станет отрицательным, а y — положительным. Такой ориентир помогает обнаружить ошибку быстрее расчетов «вслепую».

.3

Понимание связи угла поворота и перемещения между четвертями делает проверку результата более наглядной. Чем чаще вы сопоставляете рисунок и координаты, тем меньше вероятности перепутать формулу.

Как связаны углы поворота и результат

При увеличении угла на 90° образ последовательно перемещается вокруг центра. Поэтому полезно мысленно «делить» полный оборот на четверти.

Повторяемость точных положений подтверждает: поворот подчиняется строгим правилам и определяется углом и направлением, а не «случайным» построением.

Схема соответствий для поворота на 90° , 180° , 270° и 360° вокруг центра (учебные правила преобразований фигур).

Краткая памятка по поворотам

Короткое резюме помогает быстро вспомнить, что должно сохраняться и как меняются ключевые признаки решения в задачах на поворот.

Главный ориентир при решении: сначала правильно задают центр и направление, затем применяют правило для нужного угла, а в конце обязательно контролируют сохранение расстояния.

Учебные правила поворота точек на координатной плоскости (9 класс).

Свойство	Значение
Центр поворота	неподвижен
Расстояние до центра	сохраняется
Форма фигуры	сохраняется
Размер фигуры	сохраняется
Направление	ЧС или против
Основные углы	90°, 180°, 270°, 360°
Правила координат	зависят от угла

Итог: поворот — это точное движение по координатным правилам

Поворот на плоскости — это движение фигуры вокруг центра на заданный угол с сохранением формы, размеров и расстояний. Ключевый результат дают центр, угол и направление, а координаты меняются по строгим формулам.

