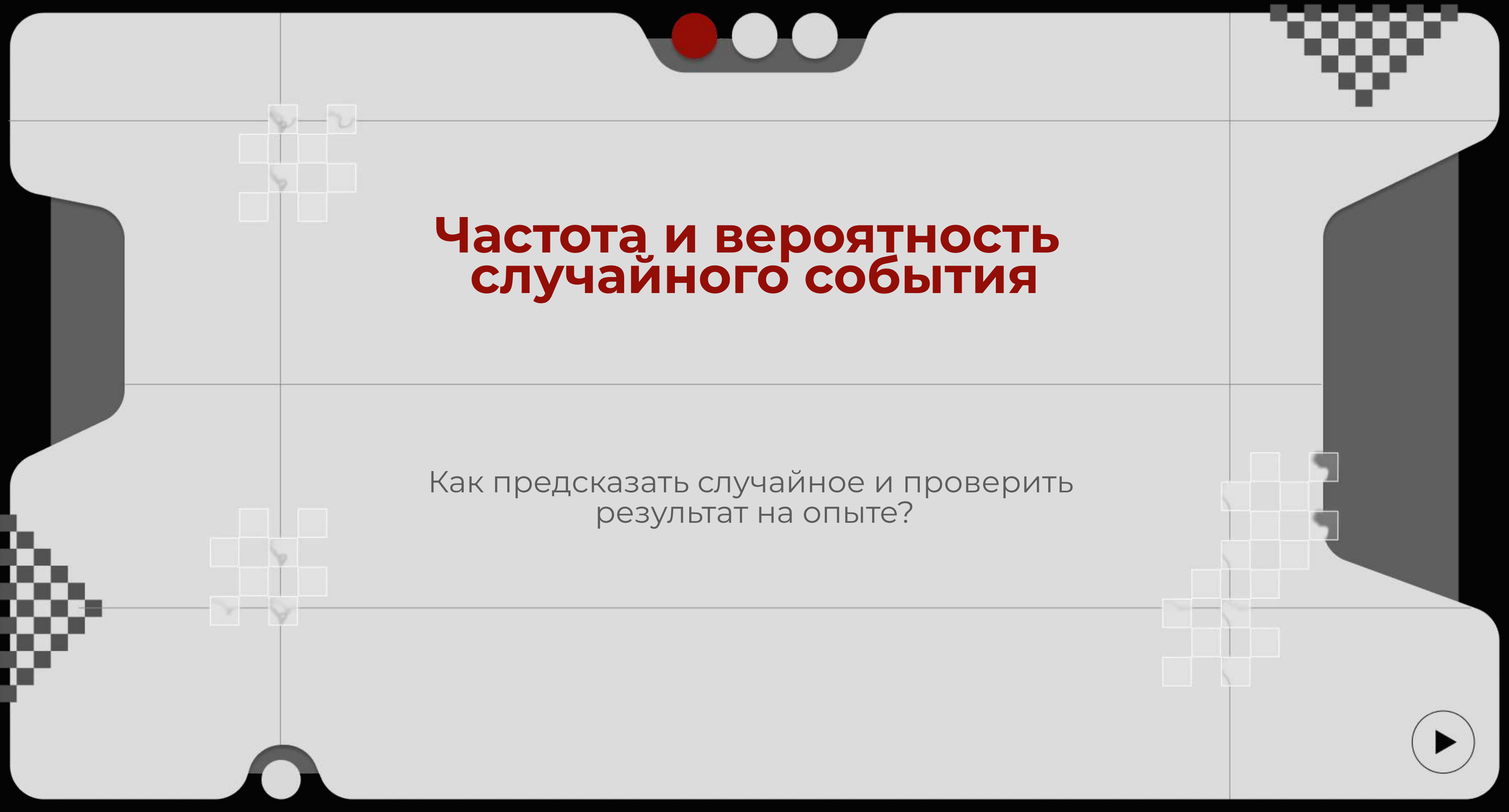




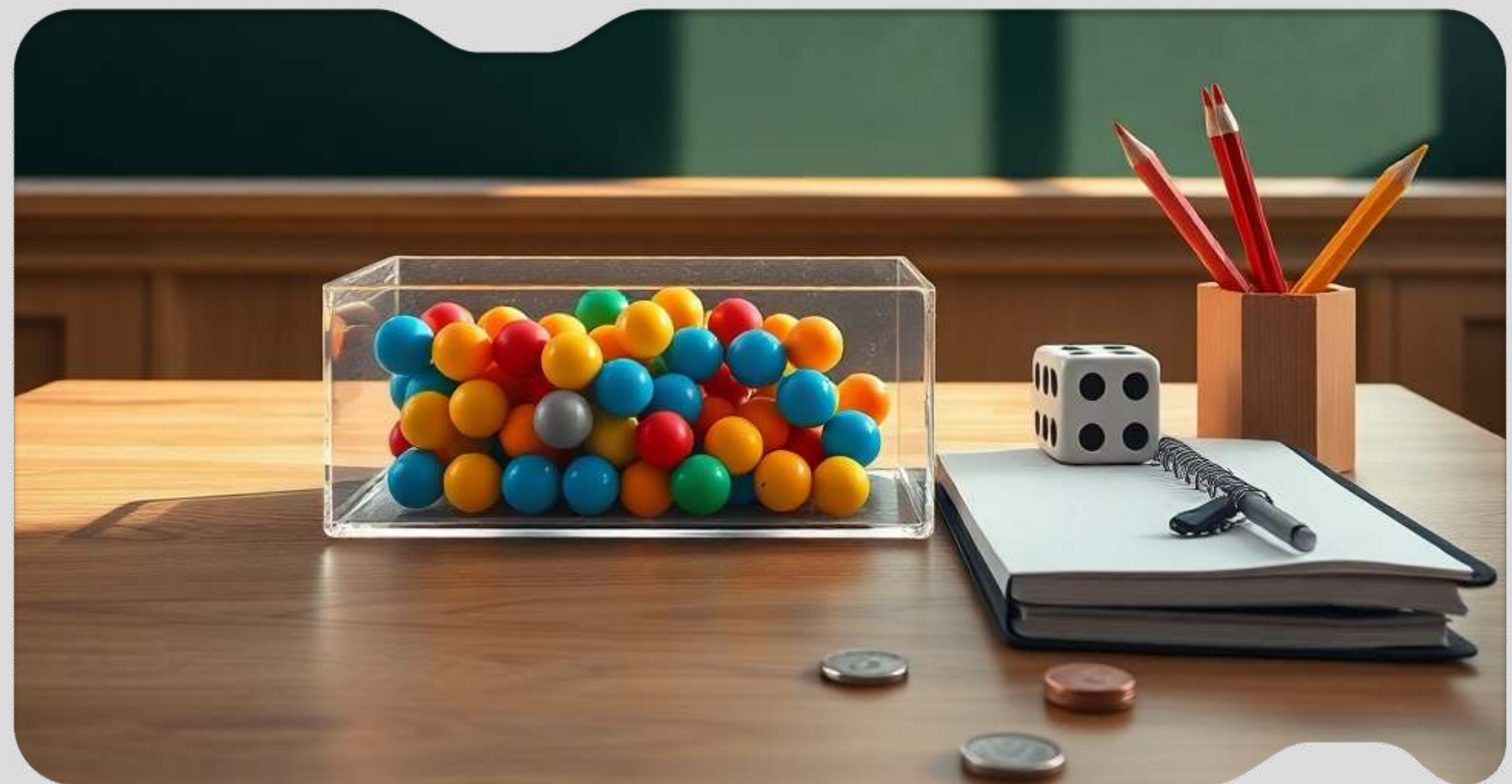
Частота и вероятность случайного события

Как предсказать случайное и проверить
результат на опыте?



Зачем в алгебре изучают вероятность

Вероятность помогает описывать неопределённость, сравнивать теорию с опытом и решать задачи про монету, кубик, жеребьёвку и наблюдения. В 8 классе важно уметь переходить между дробью, десятичной записью и процентом, а также считать относительную частоту по результатам серии испытаний.



Случайный опыт, исход и событие



Случайный опыт

Это испытание, итог которого заранее нельзя предсказать точно. Даже если условия одинаковы, конкретный результат каждый раз может оказаться разным.



Исход

Так называют один отдельный результат опыта. Например, при броске монеты исходом будет «орёл», а при броске кубика — «выпала 5».



Событие

Событие может включать один исход или сразу несколько исходов, объединённых общим признаком, например «выпало чётное число» или «выпало число больше 4».

Монета как простая модель случайности



Два исхода

При броске честной монеты возможны только два результата: орёл и решка. Оба исхода считаются равновероятными, потому что ни один из них не имеет преимущества.



Вероятность поровну

Для такой модели вероятность каждого исхода одинакова и равна $\frac{1}{2}$. Это можно записать как 0,5 или как 50%, то есть половину всех возможных случаев.



Удобная модель

Монета помогает понять саму идею вероятности: сначала мы предполагаем результат до опыта, а потом сравниваем это предположение с тем, что получилось на практике.



Термины и обозначения

Основные понятия темы и краткие примеры их использования.

Вероятность описывает модель до опыта, а относительная частота — результат наблюдений после серии испытаний.

Термин	Обозначение	Пример
Событие	A	чётное число
Вероятность	$P(A)$	$P(A)=\frac{1}{2}$

Учебный материал по теме «Вероятность и частота случайного события»

Как меняется относительная частота при увеличении числа опытов

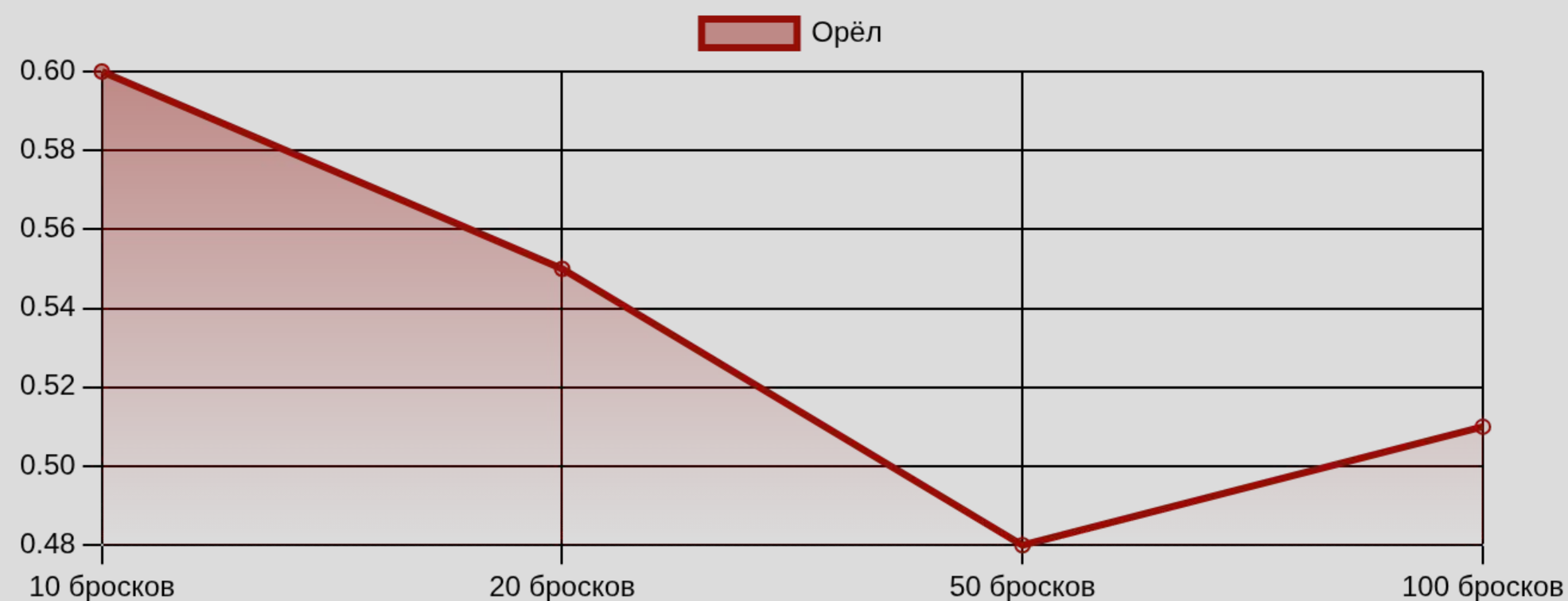


График показывает только одну серию наблюдений, поэтому значения могут немного отклоняться от 0,5.

При росте числа бросков частота становится менее «скачущей» и постепенно приближается к ожидаемому значению.

Учебный пример серии бросков монеты



45%

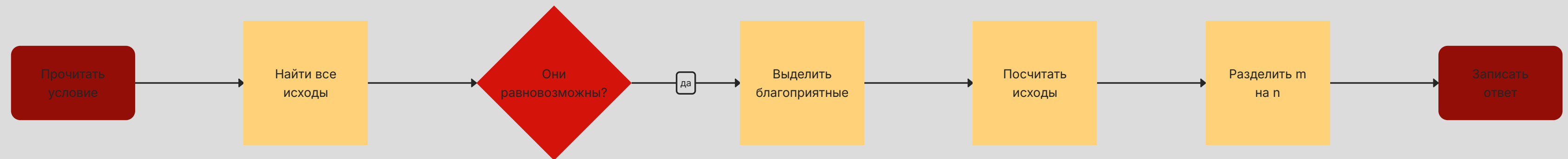
получилось
при 18 успехах
из 40 испытаний

Это значение показывает, как часто событие произошло в серии опытов. Его можно записать как дробь, десятичное число или процент.

Учебный пример: 18 появлений орла из 40 бросков

Алгоритм нахождения вероятности

Последовательность действий для классической модели с равновозможными исходами.



Классическая вероятность

.01

1. Условие равновозможности

Формула классической вероятности применяется только тогда, когда все исходы имеют одинаковые шансы. Тогда событие можно описать через простое отношение частей к целому.

.02

2. Благоприятные исходы

Сначала нужно определить, какие исходы подходят под условие задачи. Именно они считаются благоприятными и входят в числитель дроби.

.03

3. Все возможные исходы

Затем находят общее число исходов опыта. Это число служит знаменателем и показывает, сколько вариантов вообще может произойти.

.04

4. Итоговая запись

Вероятность получают делением числа благоприятных исходов на число всех исходов. Для кубика это удобно считать и в дробях, и в десятичных числах.

Игральный кубик и равновозможные исходы



Шесть граней

У стандартного кубика шесть равновозможных результатов: 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Поэтому вероятность выпадения любого отдельного числа равна $1/6$.



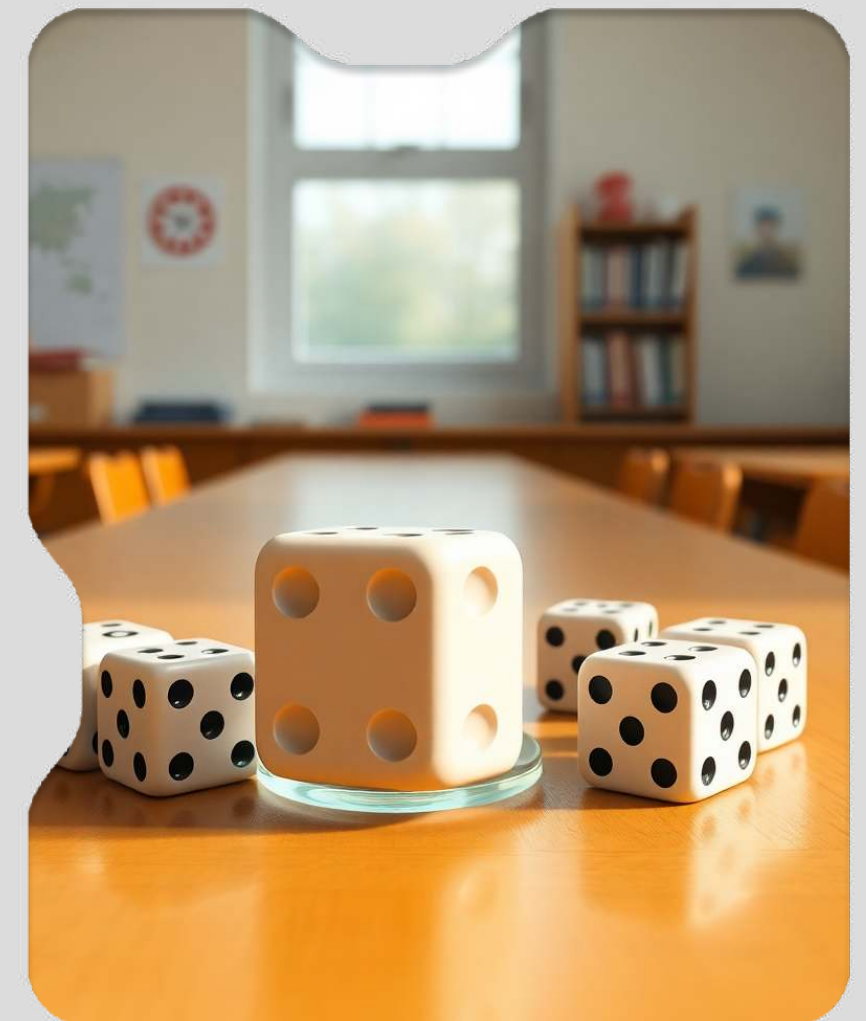
Чётные числа

Событие «выпало чётное число» включает три исхода: 2, 4 и 6. Значит, благоприятных исходов ровно половина от общего числа.



Запись вероятности

Для этого события вероятность равна $3/6$, то есть $1/2$. Так же удобно проверять и другие события на кубике, считая подходящие результаты.



Теоретическая вероятность и экспериментальная частота на кубике



Иллюстративные данные для учебного примера

Число 6 на стандартном кубике — редкий, но вполне обычный исход; серия бросков показывает, как постепенно уточняется оценка шанса.

При росте числа бросков экспериментальная частота становится ближе к теоретической вероятности $1/6$.

Почему частота не совпадает с вероятностью точно

.01

Мало испытаний

В короткой серии результаты сильно зависят от случайных колебаний. Поэтому относительная частота может заметно отклоняться от вероятности, даже если опыт проводится честно и по правилам.

.02

Больше опытов

Когда число испытаний увеличивается, влияние отдельных удачных или неудачных случаев становится слабее. Частота начинает изменяться спокойнее и обычно приближается к ожидаемому значению.

.03

Связь с законом

Такое поведение объясняет упрощённая идея закона больших чисел: при большом числе повторений случайные отклонения не исчезают совсем, но становятся менее заметными и не так влияют на итог.

Результаты классического эксперимента с монетой

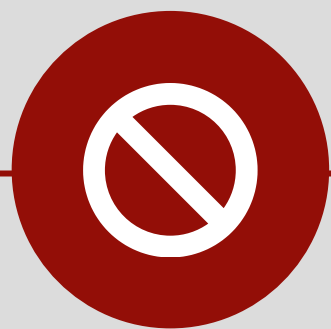
Бросков	Орлов	Частота
20	11	0,55
40	19	0,475
60	31	0,517

Серия бросков показывает, как меняется относительная частота орла при увеличении числа испытаний.

Частота колеблется около 0,5, но в каждой серии может немного отличаться от этого значения.

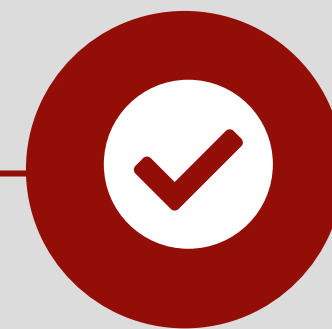
Учебный пример по теме «вероятность и частота»

Невозможные и достоверные события



Невозможное событие

Так называют событие, которое не может произойти при данных условиях. Его вероятность равна 0; например, на обычном кубике невозможно получить число 7.



Достоверное событие

Это событие обязательно произойдёт в заданном опыте. Его вероятность равна 1; при броске стандартного кубика обязательно выпадет число от 1 до 6.

Вероятность в повседневных ситуациях



Когда прогноз говорит о дожде

На экране прогноза погоды часто показывают процент осадков. Это не обещание, что дождь точно начнётся, а оценка шанса увидеть осадки в выбранном месте и в указанное время. Такой прогноз помогает заранее спланировать день.



Жеребьёвка без споров

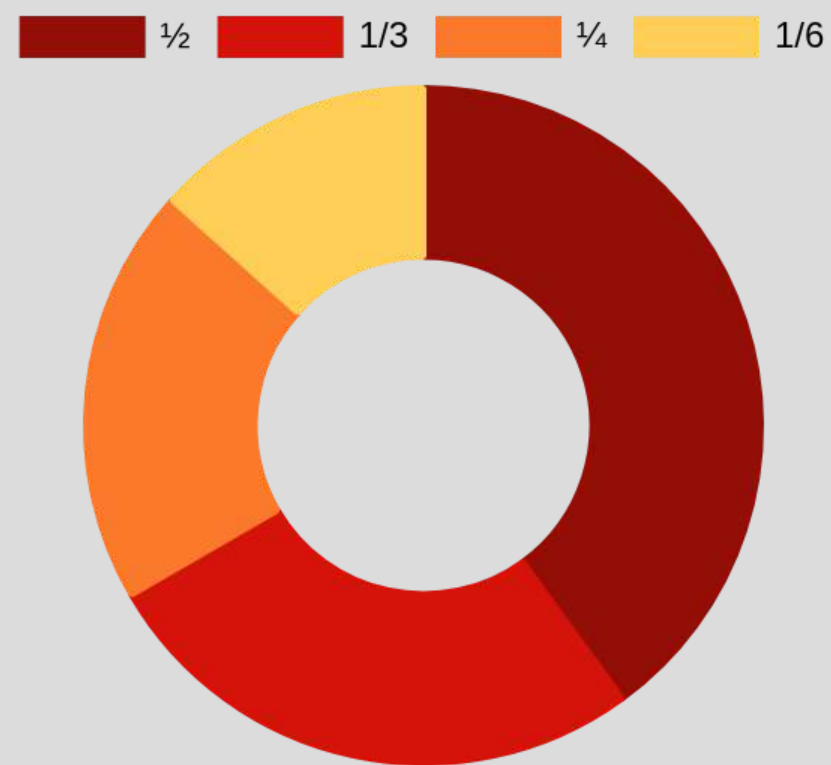
В школьной лотерее или при распределении ролей жребий помогает сделать выбор честно. Участники заранее знают, что исход неизвестен, но каждый вариант имеет понятные шансы, если правила одинаковы для всех.



Игра как модель опыта

Настольные игры тоже используют случайность: кубик, карточка или фишка могут изменить ход партии. Именно поэтому в игре удобно наблюдать, как теория и реальные результаты иногда совпадают, а иногда немного расходятся.

Связь дробей, десятичных дробей и процентов



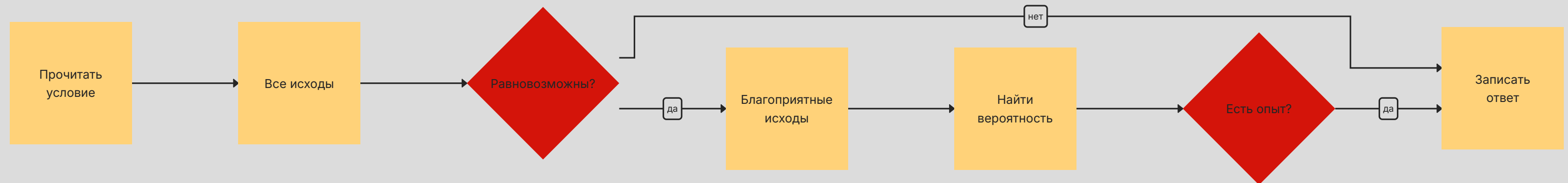
Теоретические значения для учебного сравнения

Одна и та же вероятность может быть записана разными способами, и все они означают одно число.

Чем удобнее форма записи, тем проще сравнивать вероятности и выполнять вычисления в задачах.

Алгоритм решения задач на вероятность

Последовательность действий при решении учебных задач по теме



Типичные ошибки при решении задач



Путают понятия

Некоторые ученики смешивают вероятность и относительную частоту. Вероятность описывает модель до опыта, а частота показывает, как часто событие уже произошло в серии испытаний.



Считают исходы неверно

Ошибка часто возникает при подсчёте всех возможных вариантов. Если не учесть каждую равновозможную ситуацию, дробь получится неправильной и ответ окажется неточным.



Не проверяют равновозможность

Формула через отношение благоприятных исходов работает только тогда, когда все исходы равновозможны. Если это условие нарушено, нужна другая модель рассуждения.



Ошибаются в делителе

Иногда вместо общего числа исходов берут только удобные варианты или число благоприятных исходов. Из-за этого вероятность становится завышенной или заниженной.



Выходят за пределы

Вероятность не может быть больше 1 или меньше 0. Если получен такой ответ, значит в вычислениях допущена ошибка и задачу нужно перепроверить.

Частота и вероятность: сравнение понятий

Сравнение помогает увидеть, чем отличаются теоретическая оценка и результат наблюдения в серии опытов.

Вероятность относится к модели, а частота — к наблюдению; совпадение между ними становится заметнее при большом числе испытаний.

Понятие	Что описывает	Как находят
Вероятность	Возможность до опыта	По исходам
Частота	Результат после опытов	m/n
Общее	Связаны, но не равны	Зависят от условий

Учебное обобщение по теме

Главный вывод по теме урока

Вероятность помогает заранее оценить шанс события, а относительная частота показывает результат серии испытаний. Чем больше опытов, тем ближе частота к вероятности, поэтому обе величины важны вместе.