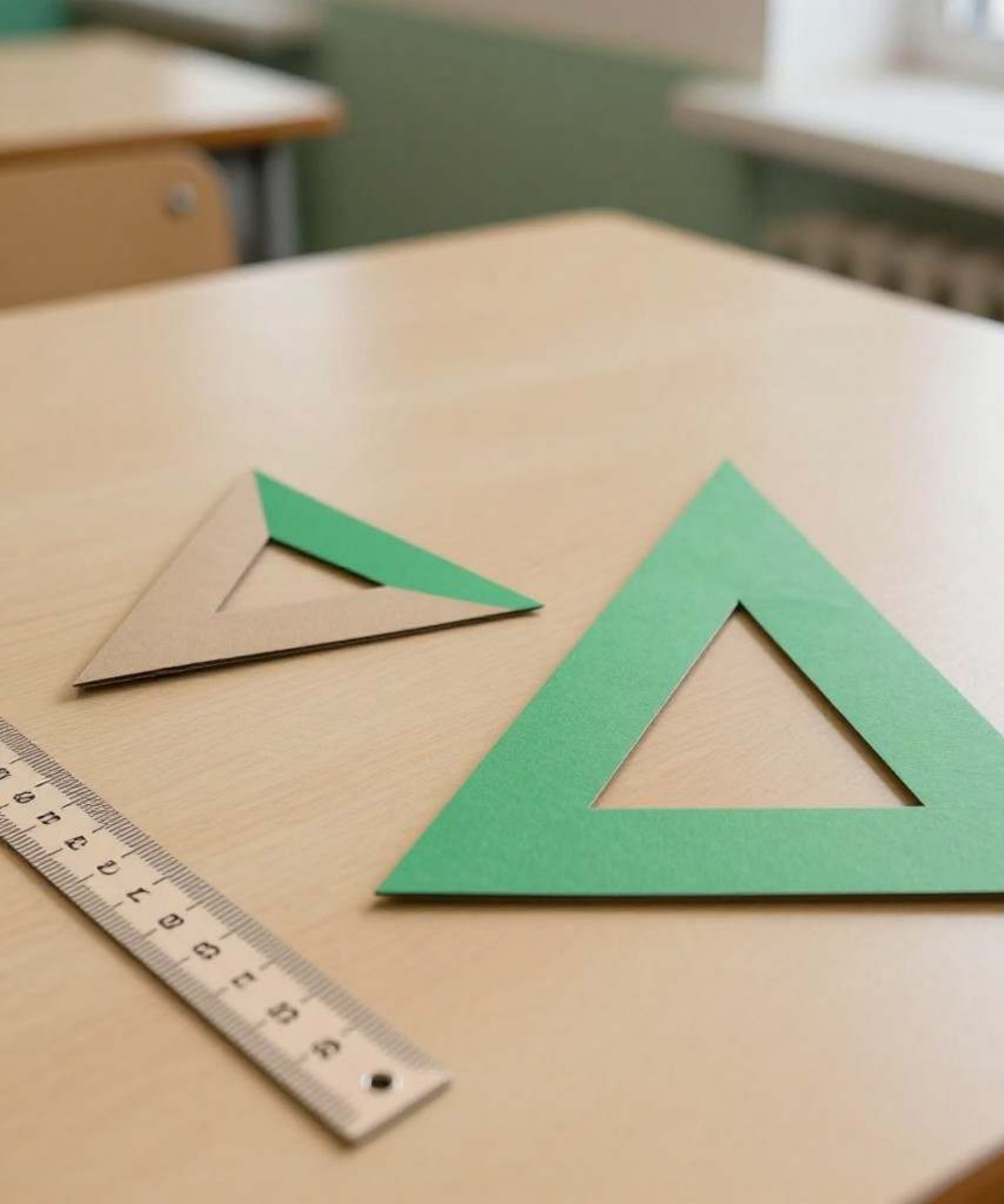




Свойства подобных многоугольников

Форма остаётся, размер меняется.



Зачем изучать подобие

Подобие помогает точно сравнивать фигуры в разных масштабах, сохраняя углы, форму и пропорции сторон.



Где встречается подобие

Карты и планы

На картах и планах один и тот же объект показывают в уменьшенном виде. Это позволяет измерять расстояния и быстро ориентироваться в пространстве без потери точности.

Чертежи и макеты

Архитекторы используют чертежи и макеты, чтобы заранее увидеть пропорции здания. При этом реальные размеры заменяют уменьшенными, а форма конструкции остаётся узнаваемой.

Модели и копии

В моделях техники и уменьшенных копиях предметов сохраняют внешний вид, но меняют масштаб. Благодаря этому удобно изучать детали, не работая с оригиналом.



Определение подобия

1 Сравнение углов

Сначала сравнивают соответствующие углы. Если они равны, фигуры сохраняют одинаковую форму и не «поворачиваются» по-разному относительно друг друга.

2 Пропорции сторон

Затем проверяют стороны: каждая пара соответствующих сторон должна быть пропорциональна. Одного равенства длин недостаточно — важны все пары сразу.

3 Коэффициент масштабирования

После этого находят коэффициент подобия k . Он показывает, во сколько раз одна фигура больше или меньше другой, и связывает все измерения.

Связь с подобием треугольников



Разложение на треугольники

Если многоугольник можно разбить на треугольники с согласованными вершинами, то сравнение сводится к изучению этих треугольников. Их подобие задаёт основу для всей фигуры.



Единая форма

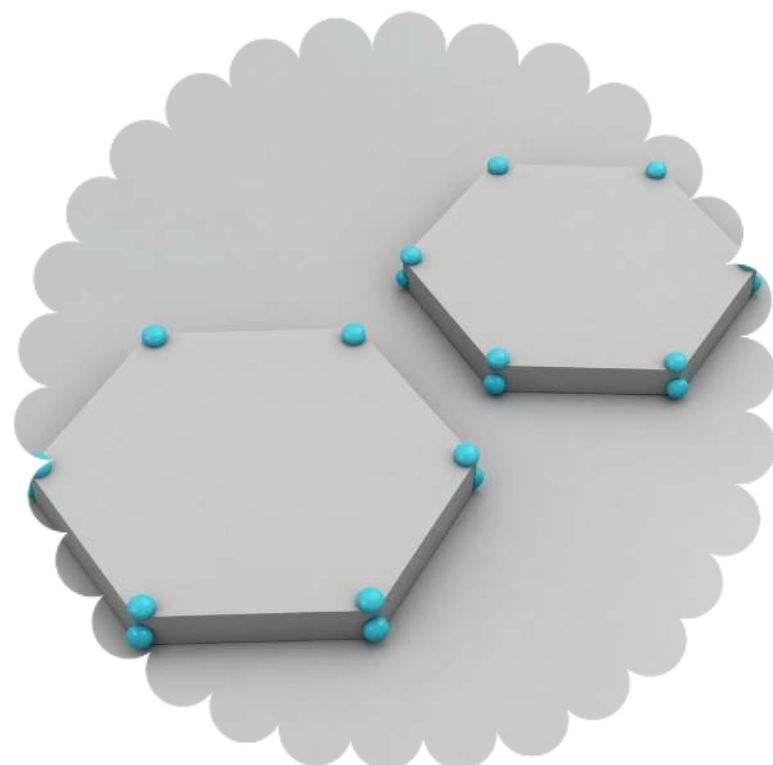
Равенство углов в треугольниках сохраняет общую форму составной фигуры. Поэтому совпадение отдельных элементов не случайно, а подчиняется единому масштабу.



Общий масштаб

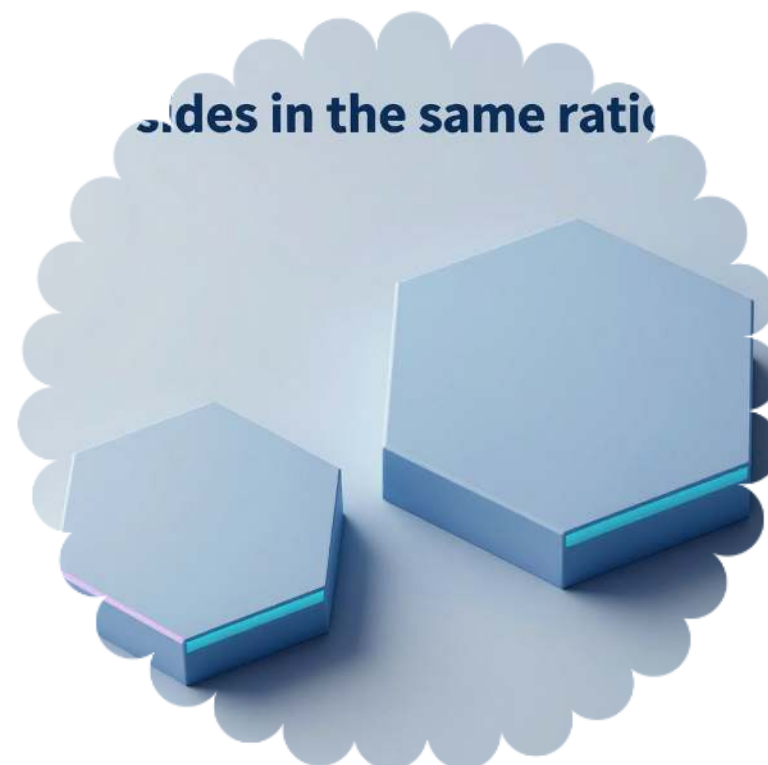
Пропорциональность сторон треугольников распространяется на весь многоугольник. Так удобно доказывать свойства фигур, где напрямую сравнить все стороны было бы сложно.

На рисунке видно главное



Одинаковая форма

Два восьмиугольника выглядят одинаково, хотя один заметно больше другого. На их углах можно отметить равные значения, чтобы показать сохранение формы и направления сторон.



Стороны в одном отношении

Если подписать пары соответствующих сторон, становится видно: каждая большая сторона отличается от меньшей в одном и том же отношении. Именно это отношение и задаёт коэффициент подобия.



Общий коэффициент

На одной из сторон удобно выделить коэффициент k . Он связывает все размеры фигур и помогает быстро переходить от меньшего восьмиугольника к большему без пересчёта каждого элемента.

Основные свойства подобия

1

Равные углы

Соответствующие углы всегда равны, поэтому фигуры можно накладывать по форме, а не по размеру. Это первое и обязательное свойство подобия.

2

Пропорциональные стороны

Длины соответствующих сторон связаны одним и тем же множителем k . Если известна одна сторона, остальные находятся тем же способом через умножение или деление.

3

Увеличение и уменьшение

Когда k больше 1, фигура увеличена. Если коэффициент меньше 1, получается уменьшенная копия, но все углы и пропорции сохраняются.

4

Верный порядок вершин

Порядок вершин остаётся тем же, иначе соответствия нарушаются. Поэтому при записи подобия важно сопоставлять вершины и стороны.



Масштабирование фигуры

Применение масштаба

Затем все стороны и диагонали умножают на один и тот же коэффициент. Углы при этом не меняются, поэтому фигура остаётся той же формы.

Исходная фигура

Сначала выбирают исходную фигуру и фиксируют порядок её вершин. Это помогает сохранить правильные соответствия при дальнейшем изменении масштаба.

Готовый результат

В конце получают подобную фигуру: размеры другие, а пропорции прежние. Именно так работает масштабирование в геометрии, черчении и моделях.



Периметр изменяется так же,
как и стороны: все отрезки
складываются в одном масштабе.

Формула подобия многоугольников: $P_2 = k \cdot P_1$.

k

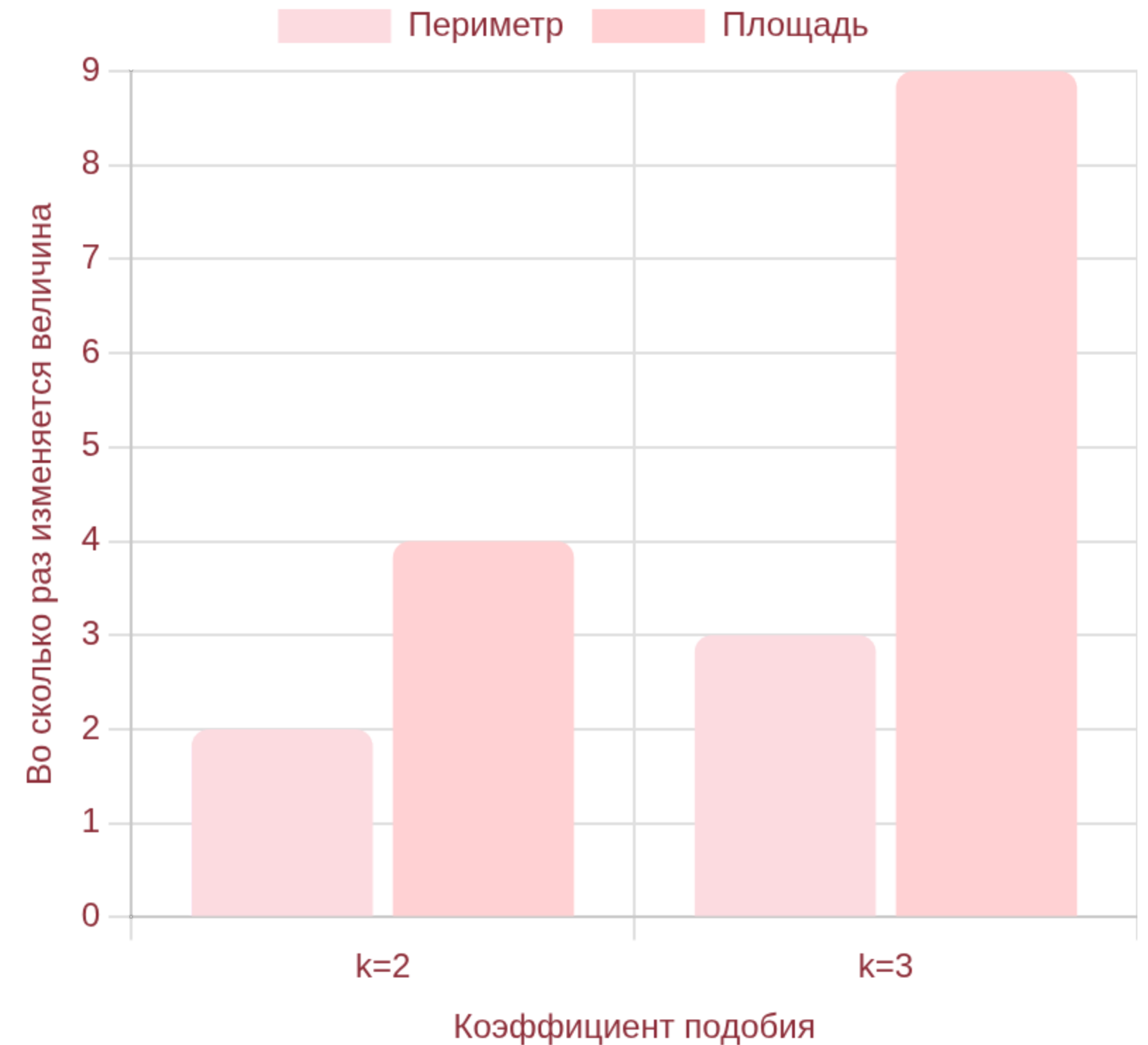
задаёт, во сколько раз
изменится периметр
подобной фигуры.

Периметр и площадь на числах

На рисунке сравниваются множители изменения периметра и площади при разных k .

Периметр растёт линейно, а площадь — быстрее, по квадрату коэффициента подобия.

Формулы подобия многоугольников: $P_2 = k \cdot P_1$,
 $S_2 = k^2 \cdot S_1$.





При увеличении сторон в 2 раза
площадь становится в 4 раза
больше: работает квадрат
коэффициента подобия.

Из формулы $S_2 = k^2 \cdot S_1$

4

Площадь растёт в четыре
раза при двукратном
увеличении сторон.



Если одна диагональ увеличена в 2 раза, то и все соответствующие диагонали меняются в том же масштабе.

Из формулы $D_2 = k \cdot D_1$

2

Соответствующие диагонали удваиваются вместе с фигурой.



У правильных многоугольников одинаковое число сторон означает одинаковые углы, а все линейные размеры меняются по одному коэффициенту.

Свойства правильных многоугольников

1

Все линейные элементы
изменяются согласованно.



В подобных фигурах каждая соответствующая длина изменяется в k раз, поэтому форма сохраняется без искажений.

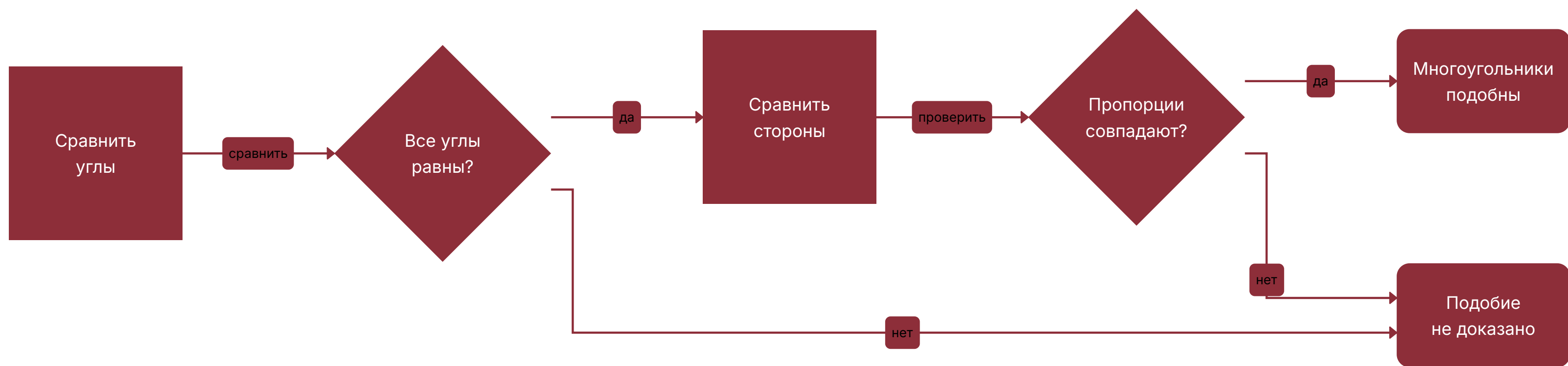
Свойства подобия многоугольников

k

Все расстояния между соответствующими точками меняются одинаково.

Признаки подобия

Алгоритм проверки: сначала углы, затем соответствующие стороны и их отношения.





Чаще всего ошибаются в двух вещах: берут не тот коэффициент и сравнивают несоответствующие стороны. Проверка порядка вершин помогает избежать лишних ошибок.

Типичные ошибки при решении задач на подобие

2

Двух проверок обычно достаточно, чтобы не спутать подобие с совпадением отдельных элементов.



Параметр	Фигура 1	Фигура 2
Соответствующая сторона	4 см	10 см
Другая сторона	6 см	15 см
Периметр	24 см	60 см

Задача 1: найти k по сторонам

Найдите коэффициент подобия по соответствующим сторонам и затем примените его к неизвестным величинам.

$k = 2,5$; неизвестная сторона равна 15 см, а периметр второй фигуры – 60 см.

Условие задачи

Задача 2: найти k по площадям

Показатель	Фигура 1	Фигура 2
Площадь	18 см ²	72 см ²
k^2	1	4
k	1	2

Сначала находят квадрат коэффициента по площадям, затем извлекают корень и переходят к сторонам и периметру.

$k = 2$; все соответствующие стороны и периметр второй фигуры увеличены в 2 раза.

Условие задачи



Параметр	Фигура А	Фигура В
Углы	60°, 80°, 100°	60°, 80°, 100°
Стороны	3, 4, 5	6, 8, 10

Задача 3: проверить подобие

Сравните углы и стороны двух фигур: если все соответствия совпадают, можно сделать вывод о подобии.

Углы равны, а стороны пропорциональны; значит, фигуры подобны.

Условие задачи



Подобие: форма остаётся, размер меняется

Подобие многоугольников удобно тем, что одна формула связывает форму и размеры. Зная коэффициент k , можно быстро находить стороны, периметры, площади и диагонали без лишних вычислений.