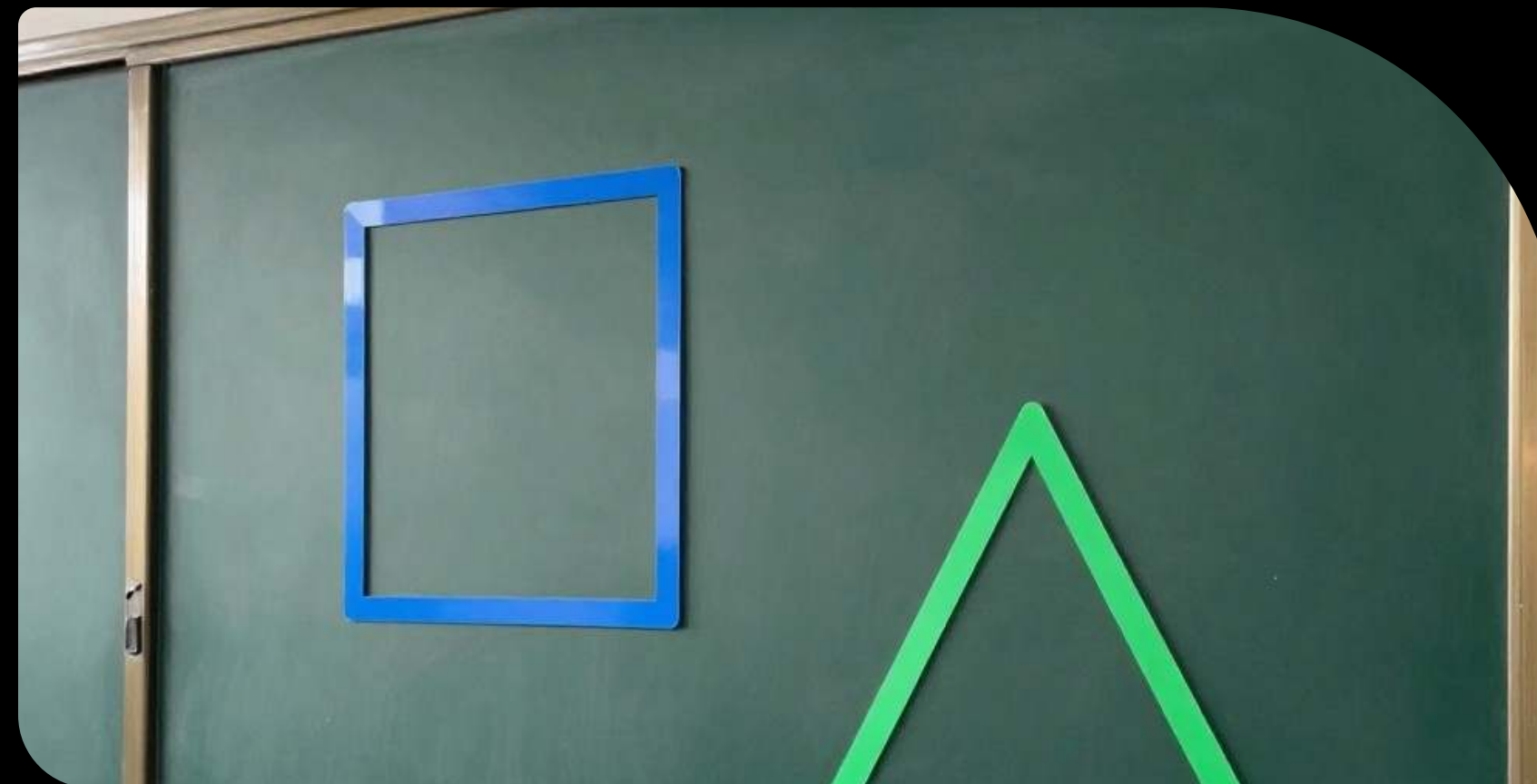


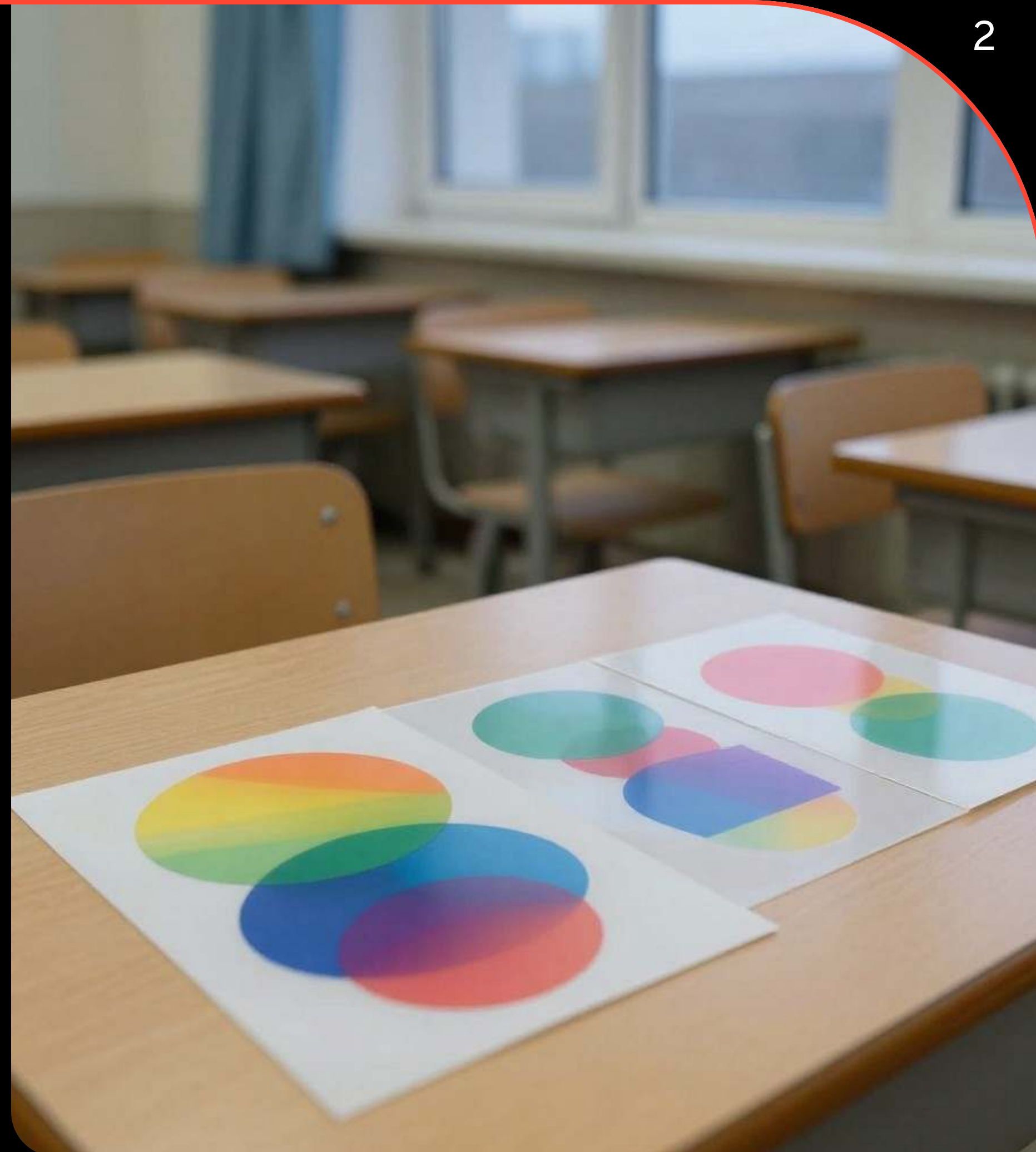
Наложения и движения в геометрии



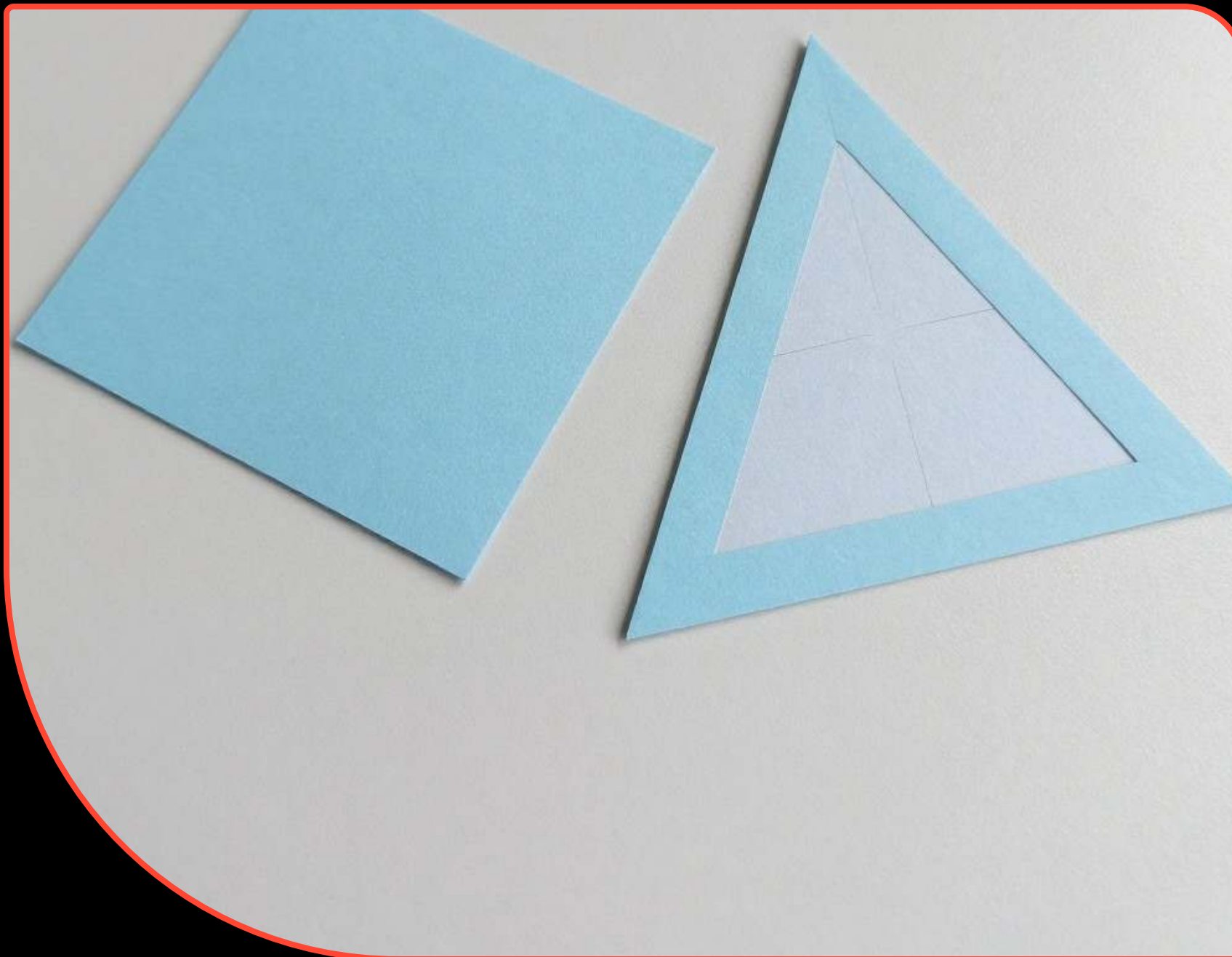
Как понять, что фигуры совпадают
без растяжения и сжатия?

Наложение помогает проверить, совпадают ли фигуры полностью, а движения плоскости показывают, как получить один рисунок из другого без искажения формы.

**Зачем нужны
наложения
и движения**



Что такое наложение фигур



Совмещение фигур

01

Наложение означает мысленное или реальное совмещение фигур в одном положении. Если они полностью совпали, значит, их форма и размеры одинаковы.

Как добиться совпадения

02

Для совмещения можно использовать перенос, поворот или отражение. Выбор движения не меняет результат: важно, чтобы каждая точка оказалась на нужном месте.

Что показывает проверка

03

Такой способ помогает отличать равные фигуры от похожих. Совпадение проверяет не внешний вид, а точное соответствие сторон, углов и расположения.

Главные свойства движения



Единое правило

Движение переводит каждую точку фигуры в новую точку по чёткому правилу. При этом сама фигура не деформируется и не растягивается.



Без изменения размера

После движения все размеры остаются прежними. Меняется только положение фигуры на плоскости, поэтому она выглядит по-новому, но не становится больше или меньше.



Образ каждой точки

Каждая точка получает свой образ, а все образы вместе образуют новую фигуру. Можно проследить путь любой вершины и проверить преобразование.



Общий подход

Движения удобно рассматривать как точные преобразования плоскости. Они позволяют описывать симметрию, поворот и перенос одним общим языком.

Что сохраняется при движении



Сохраняются расстояния

Не меняются длины соответствующих отрезков: если стороны были равны, они останутся равными и после преобразования. Это главный признак движения.

01

Сохраняются углы

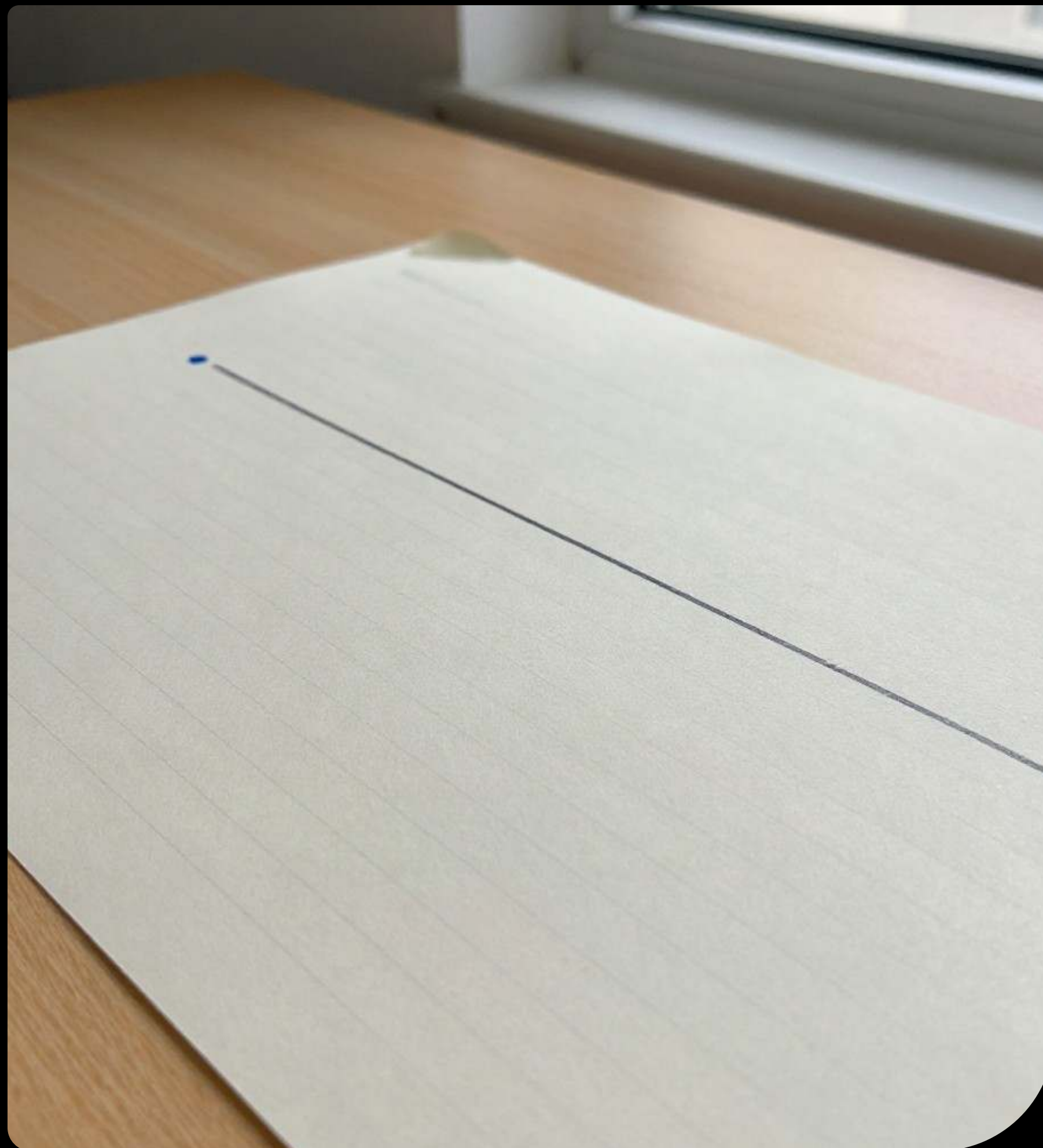
Не меняются величины углов, поэтому форма многоугольника остаётся той же. Можно сравнивать не только стороны, но и весь вид фигуры.

02

Сохраняется структура

Параллельные прямые остаются параллельными, а точки, отрезки, лучи и многоугольники переходят в такие же объекты в новом положении.

03



Осевая симметрия

- **Ось симметрии**

У осевой симметрии есть прямая-ось, относительно которой строится образ фигуры. Каждая точка переходит на другую сторону оси на такое же расстояние.

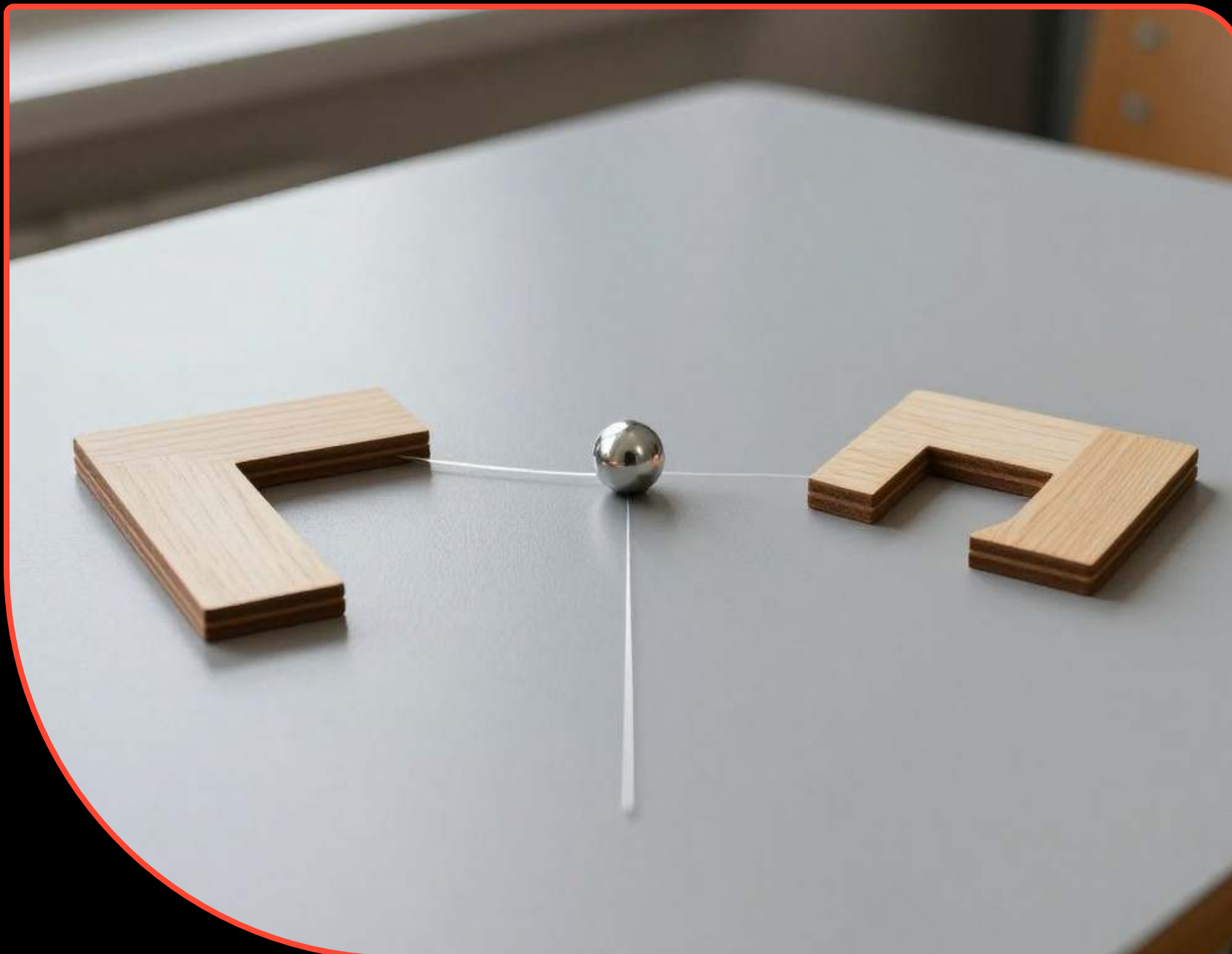
- **Перпендикуляр к оси**

Отрезок, соединяющий точку и её образ, перпендикулярен оси. Это удобная проверка: если перпендикуляр есть, построение выполнено верно.

- **Удобство на сетке**

На клетчатой бумаге легко считать клетки от точки до оси и откладывать такое же число клеток по другую сторону. Так построение становится очень наглядным.

Центральная симметрия



Одна прямая

01

При центральной симметрии точка и её образ лежат на одной прямой с центром. Центр симметрии оказывается серединой отрезка между ними.

Равные расстояния

02

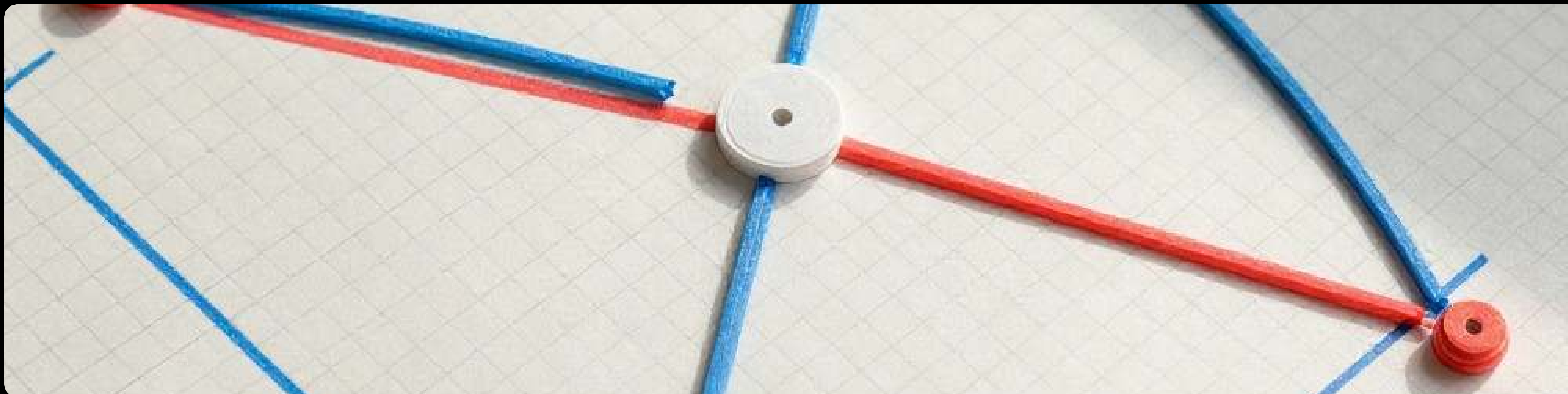
Если соединить точку с её образом, расстояния до центра окажутся равными. Это помогает строить образ, даже если фигура расположена под углом.

Поворот на 180°

03

Центральную симметрию можно представить как поворот на 180° . Поэтому фигура после преобразования сохраняет размеры, но оказывается по другую сторону центра.

Поворот



Центр поворота

Поворот выполняется вокруг заданного центра. Каждая точка движется по окружности, сохраняя постоянное расстояние до центра вращения.

Величина угла

Угол поворота задаёт, насколько надо повернуть фигуру: 90° , 180° или 270° . Именно угол определяет новое положение каждой вершины.

Направление вращения

Поворот может идти по часовой стрелке или против неё. Направление важно: одинаковый угол, но разное направление даёт разные результаты.

Построение на сетке

На клетчатой бумаге особенно удобно строить поворот на 90° и 180° , потому что можно опираться на прямые углы и равные отрезки.

Параллельный перенос



Одинаковый сдвиг

При параллельном переносе все точки фигуры смещаются одинаково. Это значит, что каждая вершина проходит один и тот же путь по горизонтали и вертикали.

01

Вектор переноса

Сдвиг задаётся вектором: он показывает направление и величину переноса. Если вектор известен, новое положение любой точки находится сразу.

02

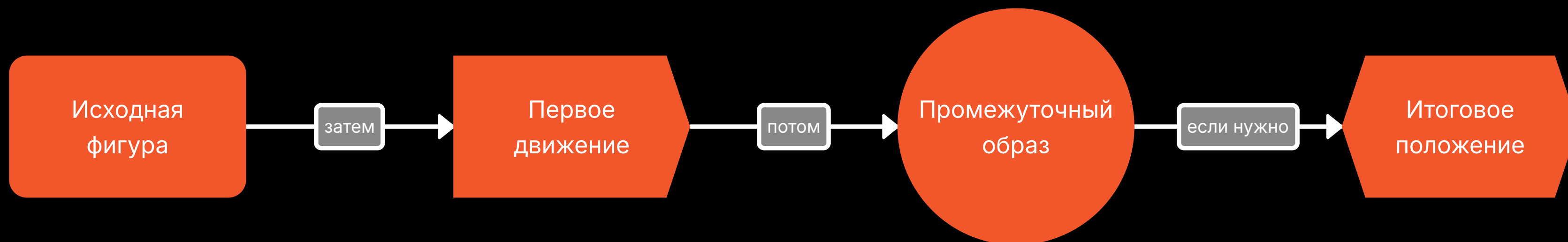
Проверка на сетке

После переноса фигура сохраняет форму, размеры и параллельность сторон. На клетках удобно отсчитывать число шагов вправо, влево, вверх или вниз.

03

Как шаг за шагом получить новый образ

Показана цепочка преобразований от исходной фигуры к конечному образу.



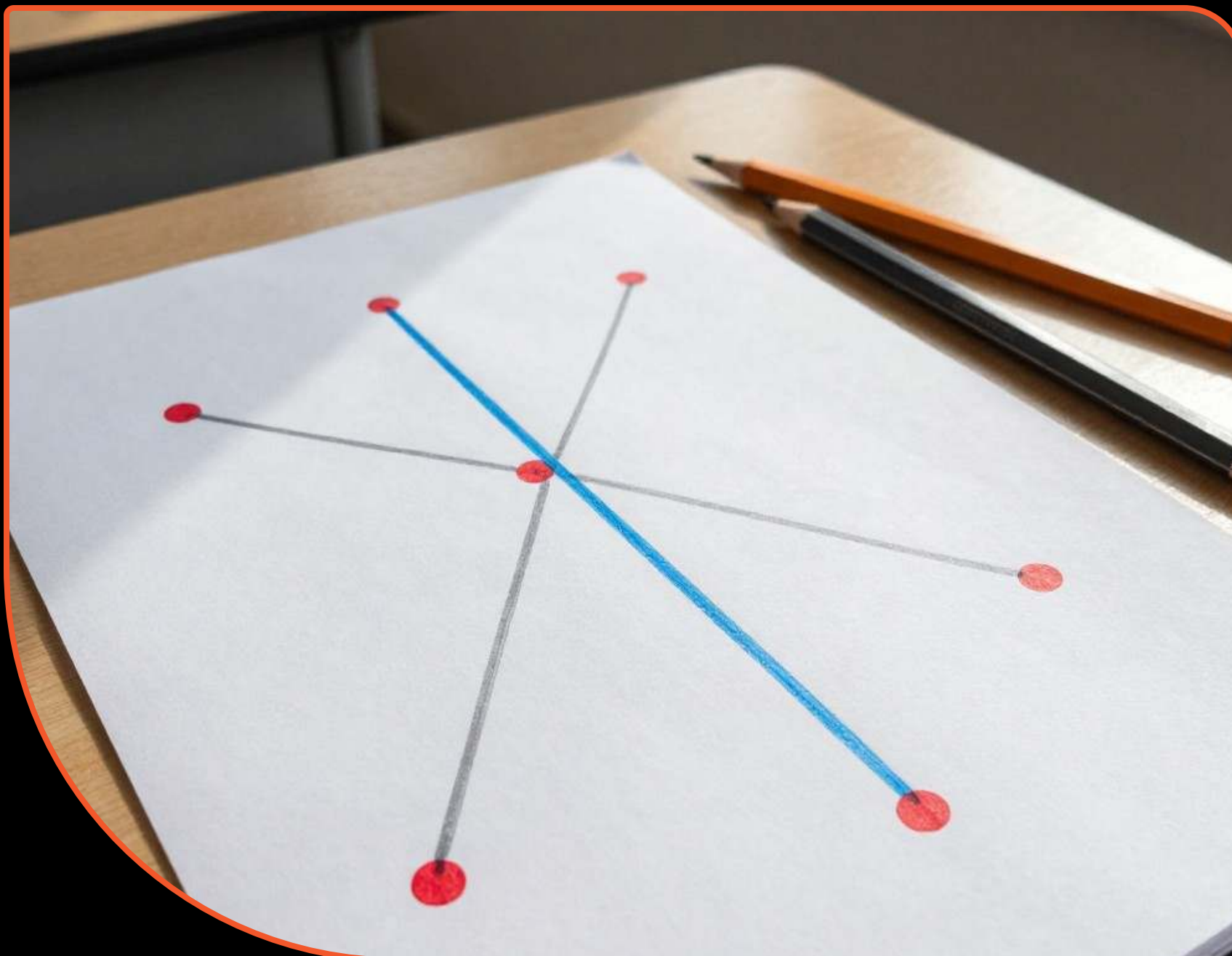
На координатной сетке удобно отслеживать смещение точки по двум направлениям.

2

координаты задают положение точки на плоскости однозначно.

Декартова система координат и правило задания точки парой чисел.

Практикум: симметрия относительно прямой

**01**

Шаг 1: найти опорные точки

Сначала отметьте ось симметрии и проверьте, какие точки фигуры находятся ближе всего к ней. Это поможет строить отражение без лишних ошибок.

02

Шаг 2: построить отражения

Для каждой точки проведите перпендикуляр к оси и отложите на другой стороне такое же расстояние. Отрезок между точкой и её образом должен пересекать ось под прямым углом.

03

Шаг 3: соединить вершины

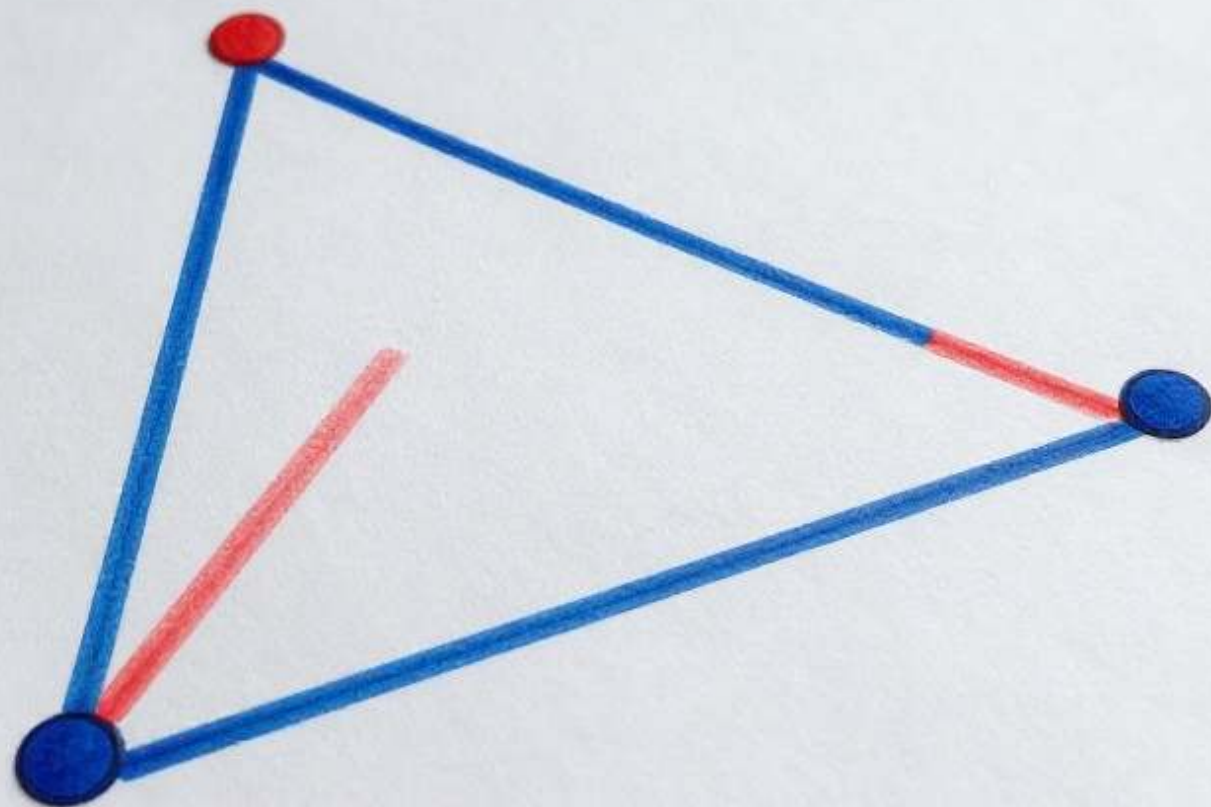
После переноса всех вершин соедините их в том же порядке, что и в исходной фигуре. Тогда образ сохранит форму и ориентацию относительно оси.

04

Шаг 4: проверить результат

Сравните расстояния от каждой пары соответствующих точек до оси. Если они равны, а соединяющие отрезки перпендикулярны оси, построение выполнено верно.

Практикум: симметрия относительно точки



- **Определить направление**

Сначала найдите центр симметрии и выберите первую вершину фигуры. Её образ должен лежать на той же прямой, но по другую сторону от центра.

- **Построить образ точки**

Отложите от центра такой же отрезок в противоположную сторону. Центр должен оказаться серединой между исходной точкой и её образом.

- **Собрать и проверить**

Проверьте, что все вершины перенесены одинаковым правилом, а фигура сохранила свои размеры и порядок обхода. После этого можно соединять новые точки.

Практикум: параллельный перенос



Задать вектор

Запишите вектор переноса и определите, на сколько клеток нужно сдвинуть фигуру по горизонтали и вертикали. Один и тот же шаг применяется ко всем вершинам.

01

Сдвинуть вершины

Перенесите каждую вершину на одинаковое расстояние в указанном направлении. При этом удобно считать клетки и сразу отмечать новые положения точек.

02

Сохранить фигуру

Соедините полученные точки в прежнем порядке и проверьте параллельность соответствующих сторон. Если перенос выполнен верно, фигура сохранит свою форму полностью.

03

Практикум: поворот фигуры



Найти центр

Сначала отметьте центр поворота и выберите направление вращения. Без этого легко перепутать, где окажется каждая вершина после преобразования.

Повернуть вершины

Для поворота на 90° используйте прямой угол клеток: расстояние до центра остаётся тем же, а луч поворачивается на заданный угол.

Проверить построение

После построения сравните расстояния от центра до всех новых точек и соедините их в правильном порядке. Тогда образ совпадёт с исходной фигурой по размерам.

Как увидеть равенство треугольников



Совпадение признаков

На рисунке два треугольника выглядят по-разному, но у них совпадают соответствующие стороны и углы. Это подсказка, что фигуры можно совместить движением без деформации.



Подобрать движение

Сначала выберите вершину, которую удобнее всего совместить с другой. Затем подберите перенос, поворот или симметрию так, чтобы одна фигура заняла положение другой.

Проверка правильности построения

Признак	Проверка	Результат
Вершины	совпали ли	да/нет
Стороны	равны ли	да/нет
Углы	сохранились ли	да/нет

Проверка построения помогает убедиться, что движение выполнено без искажений и все соответствующие элементы совпадают.

Если все признаки совпадают, построение корректно и фигура получена именно движением.

Типичные ошибки и как их избежать

- **Ось и центр**

Не путайте ось и центр симметрии: ось задаёт отражение относительно прямой, а центр — относительно точки. Ошибка меняет весь образ фигуры.

- **Разный шаг**

При переносе все вершины должны смещаться на один и тот же вектор. Если шаг отличается хотя бы в одной точке, фигура исказится.

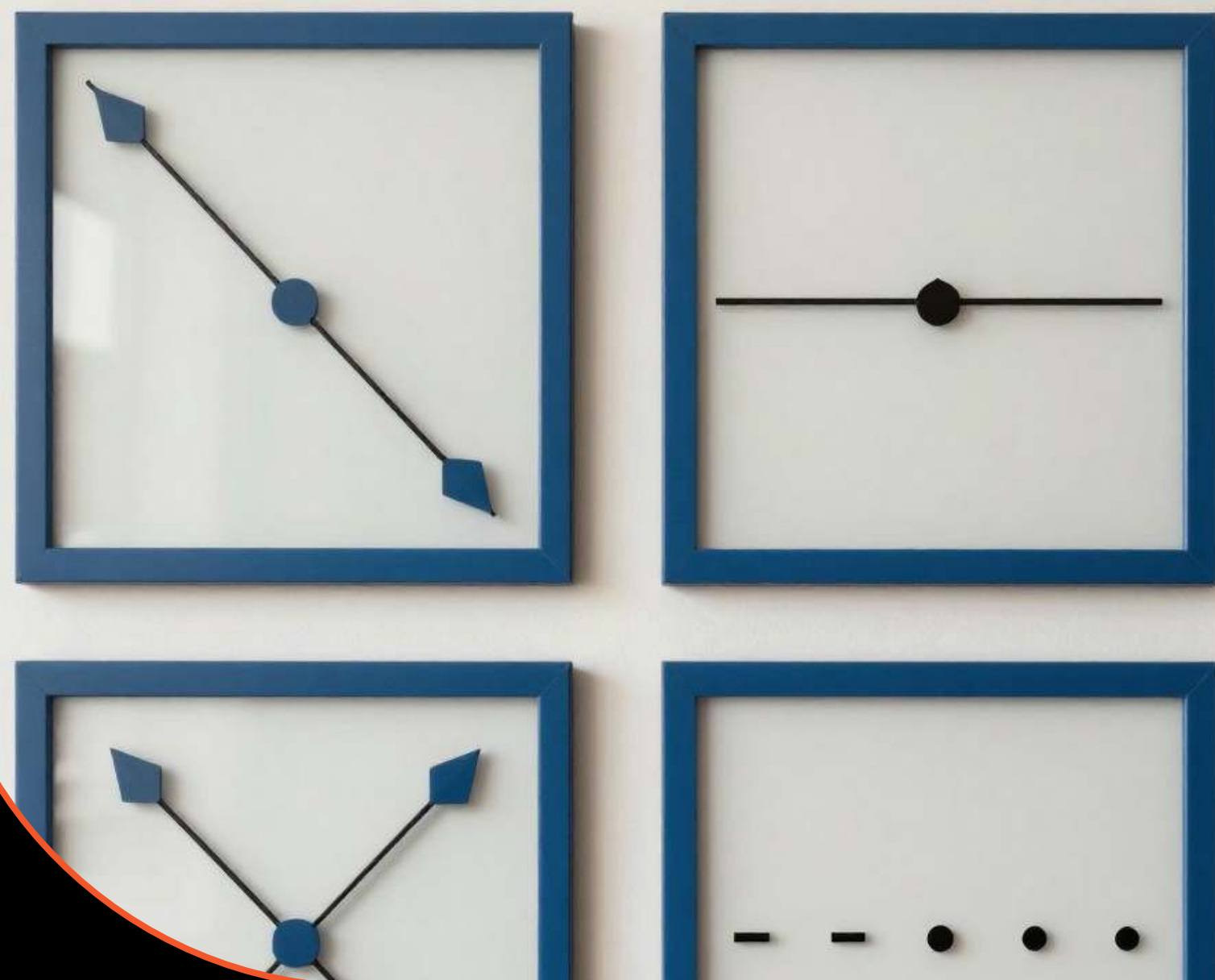
- **Неверное направление**

В повороте важно выбрать верное направление: по часовой стрелке или против неё. Неверный выбор приводит к зеркально другой позиции фигуры.

- **Пропуск этапов**

Сложные построения стоит делать по этапам, отмечая промежуточные точки. Тогда легче сохранить порядок вершин и не потерять нужное расположение.

Мини-игра: какое это движение?



Картинка 1

01

На первой картинке фигура отражена так, будто перед ней стоит зеркало. Это осевая симметрия: у каждого пункта есть пара на противоположной стороне прямой.

Картинка 2

02

На второй картинке фигура развернулась вокруг одной точки и оказалась в новом положении. Такой результат даёт поворот на 180° .

Картинка 3

03

На третьей картинке все вершины сдвинуты одинаково, без изменения формы и размеров. Здесь показан параллельный перенос по вектору.

Картинка 4

04

На четвёртой картинке нужно определить, задана ли симметрия относительно прямой или точки. Подсказкой служат ось, центр и равные расстояния.

Итоги: что нужно запомнить

Наложение показывает, что фигуры совпадают, а движение объясняет, как добиться этого без растяжения и сжатия. Запомните три идеи: сохраняются расстояния, углы и параллельность.