

Площади и объёмы в геометрии 9 класса

Как измерить плоские фигуры и пространственные тела?

1 ÷ 2

log

8



Зачем в геометрии изучают площади и объёмы

Площади и объёмы помогают связывать чертёж с реальными предметами: от пола и участка до коробки, аквариума и комнаты. Эти вычисления учат работать с единицами измерения, масштабом и переводом величин.





Это правило помогает не путать квадратные единицы и правильно сравнивать фигуры.

100

**раз уменьшается численное
значение площади
при переходе к следующей
квадратной единице.**

Соотношения единиц площади в школьном курсе геометрии.



Единицы площади и их соотношения



Школьные соотношения квадратных единиц измерения.

На диаграмме видно, что каждая следующая квадратная единица крупнее предыдущей в сто раз.

При переводе в более крупные единицы числовое значение площади уменьшается, поэтому важны точные расчёты.

Площадь прямоугольника на чертеже и клетчатой сетке

Формула

Площадь прямоугольника находят по формуле $S = a \times b$, где a и b — его стороны. Она показывает, сколько единичных квадратов помещается внутри фигуры.

Сетка помогает считать

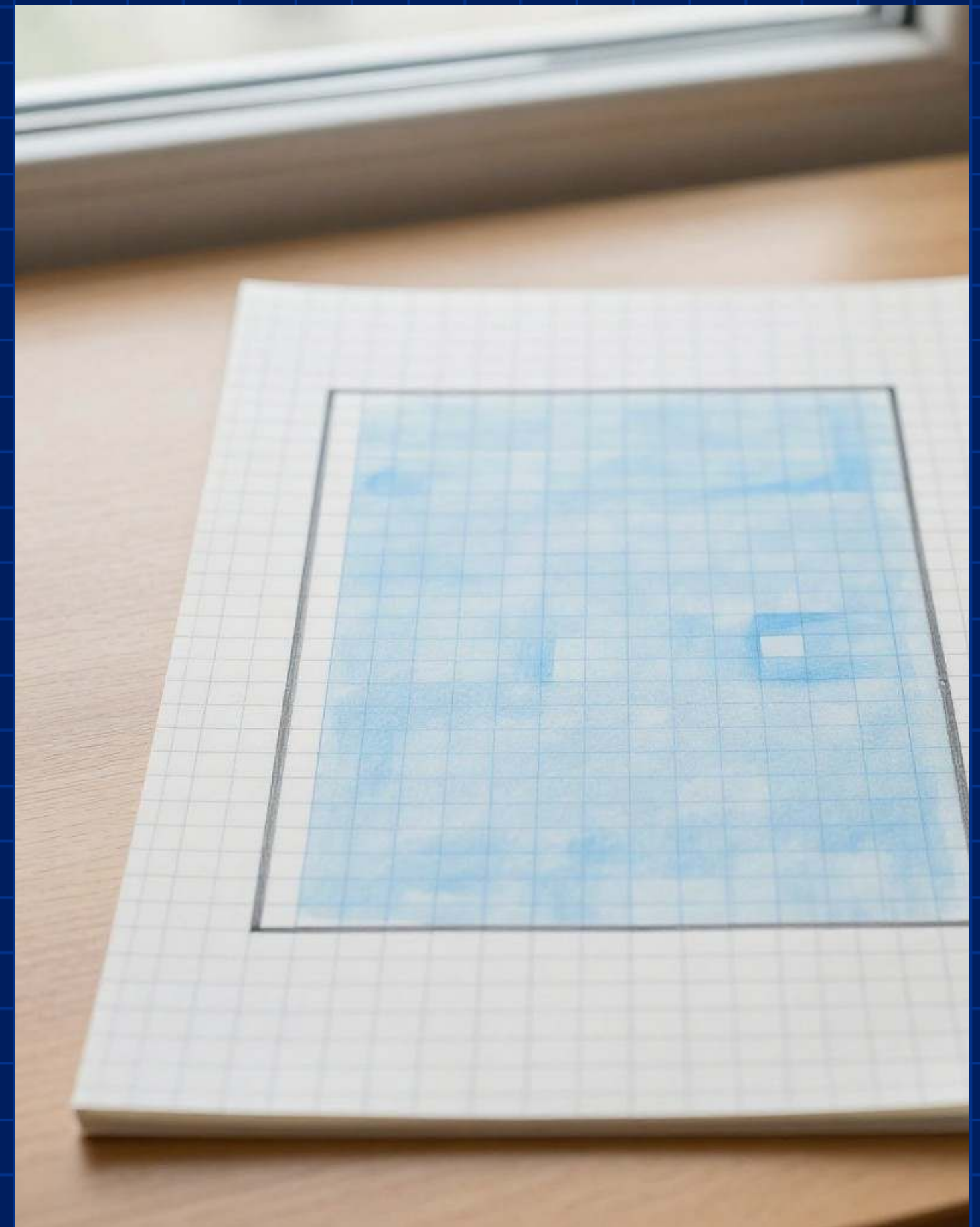
На клетчатой бумаге прямоугольник удобно оценивать по числу клеток внутри границ. Такой способ особенно полезен, когда фигура изображена схематично.

Пример вычисления

Если одна сторона равна 6 см, а другая — 4 см, то площадь составляет 24 см^2 . Результат всегда записывают в квадратных единицах.

Почему это важно

Умение находить площадь прямоугольника нужно в задачах про пол, лист бумаги, экран и другие плоские поверхности.



Основные формулы площадей плоских фигур

Фигура	Формула	Пример
Прямоугольник	$S = a \times b$	6 см и 4 см
Треугольник	$S = \frac{1}{2} \times a \times h$	8 см и 6 см
Круг	$S = \pi r^2$	$r = 3$ см
Квадрат	$S = a^2$	$a = 5$ см

Школьные формулы площадей плоских фигур.

В таблице собраны самые нужные формулы и короткие примеры, чтобы быстро выбрать подходящий способ вычисления.

Формула зависит от вида фигуры и от того, какие размеры известны: сторона, основание, высота или радиус.



30 см²

Высота должна быть перпендикулярна основанию: именно это делает формулу точной и удобной для вычислений.

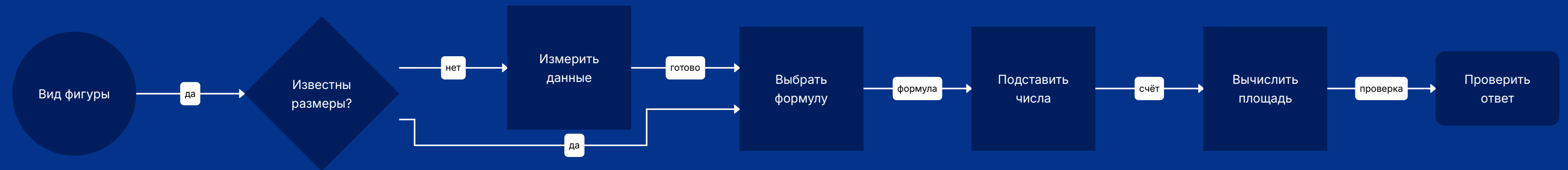
получается,
если основание
треугольника равно 10 см,
а высота – 6 см.

Школьная формула площади треугольника.



Алгоритм нахождения площади фигуры

Последовательность действий помогает не пропустить формулу, единицы и проверку ответа.

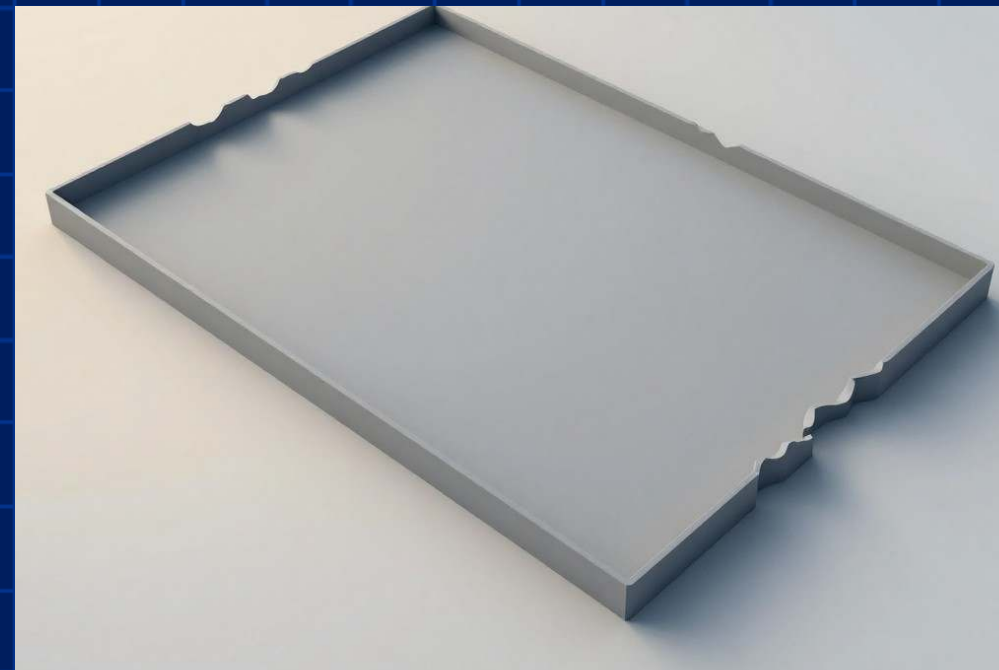


Сложные фигуры и разбиение на части



План комнаты с выступом

Комната с нишей или выступом редко бывает удобной для одной формулы. Её контур можно разбить на два прямоугольника, найти площадь каждого и затем сложить результаты. Так чертёж становится понятным и для расчёта пола, и для выбора материалов.



Участок с неровной границей

Если граница участка не образует простую фигуру, её удобно представить как набор частей с известными формами. Иногда достаточно мысленно добавить недостающий прямоугольник, посчитать общую площадь и вычесть лишний фрагмент. Такой приём часто используют в практических задачах.



Деталь на чертеже

Техническая деталь может сочетать несколько геометрических элементов: прямоугольник, треугольник и полукруг. Тогда каждая часть измеряется отдельно, а итоговая площадь собирается как сумма. На чертеже это удобно показать пунктирными линиями и подписями.

Как изменяется площадь при изменении размера фигуры



Зависимость площади квадрата от длины стороны по формуле $S = a^2$.

Даже небольшое увеличение стороны заметно усиливает рост площади, потому что измерение идёт сразу по двум направлениям.

Площадь квадрата растёт неравномерно: при увеличении стороны в несколько раз результат увеличивается ещё быстрее.

Объём как характеристика пространственного тела

1

log



Сколько места внутри

Объём показывает, сколько кубических единиц помещается внутри тела. Чем больше внутреннее пространство, тем больше значение объёма. Эта величина помогает сравнивать предметы по вместимости, а не по внешнему виду.



Единицы измерения

В школьных задачах объём записывают в мм^3 , см^3 , дм^3 и м^3 . Для жидкостей часто используют литры, причём 1 дм^3 соответствует 1 л, поэтому перевод выполняют без пересчёта по таблице.



Примеры из быта

Объём нужен, когда считают вместимость коробки, аквариума, бака или комнаты. В таких задачах важно знать не только размеры предмета, но и его внутреннее пространство, которое можно заполнить.



Зачем это на практике

В строительстве и технике объём помогает оценивать ёмкости, материалы и размеры деталей. Он нужен там, где важно понять, сколько вещества поместится или сколько пространства займёт объект.

2

x

Формулы объёмов основных тел

Тело	Формула	Пример
Куб	$V = a^3$	$a = 4 \text{ см}$
Прямоуг. параллелепипед	$V = abc$	$5 \times 3 \times 2 \text{ см}$
Призма	$V = S_{\text{осн}} \times h$	основание и h
Цилиндр	$V = \pi r^2 h$	$r = 2 \text{ см}, h = 10 \text{ см}$

Формулы школьного курса геометрии 9 класса

Таблица объединяет самые употребимые формулы и показывает, какие размеры нужно знать для вычисления объёма.

Во всех случаях объём связан либо с тремя линейными размерами, либо с площадью основания и высотой; поэтому важно сначала определить вид тела.

Куб и прямоугольный параллелепипед в окружающих предметах

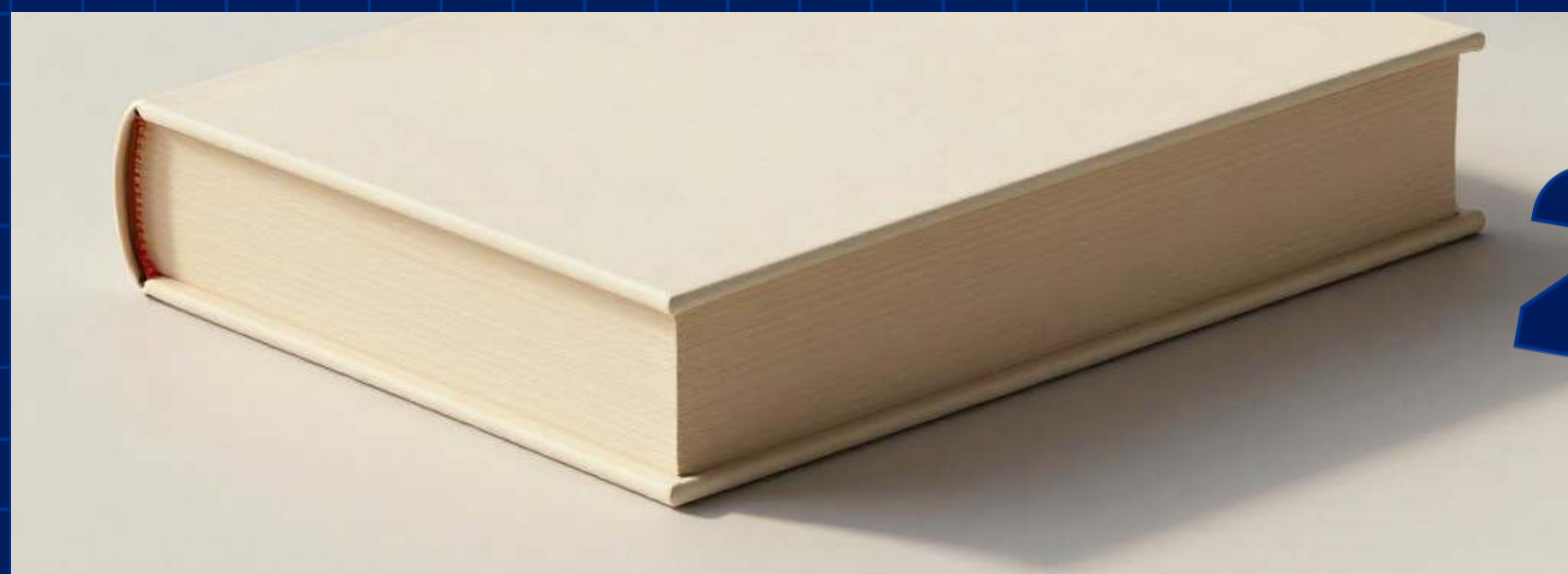
Куб: форма, которую легко узнать

Куб часто встречается в знакомых предметах: игровой кости, детском кубике, некоторых коробках для упаковки. У него все рёбра одинаковы, поэтому на чертеже удобно отмечать одно ребро и сразу понимать весь размер тела.



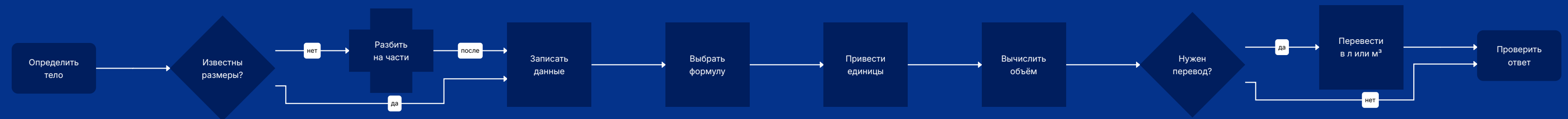
Прямоугольный параллелепипед вокруг нас

Эта фигура похожа на книгу, обувную коробку, кирпич или корпус техники. У неё три разные измерения, и на рисунке обычно выделяют основание, высоту и рёбра, чтобы без ошибок применить формулу объёма.

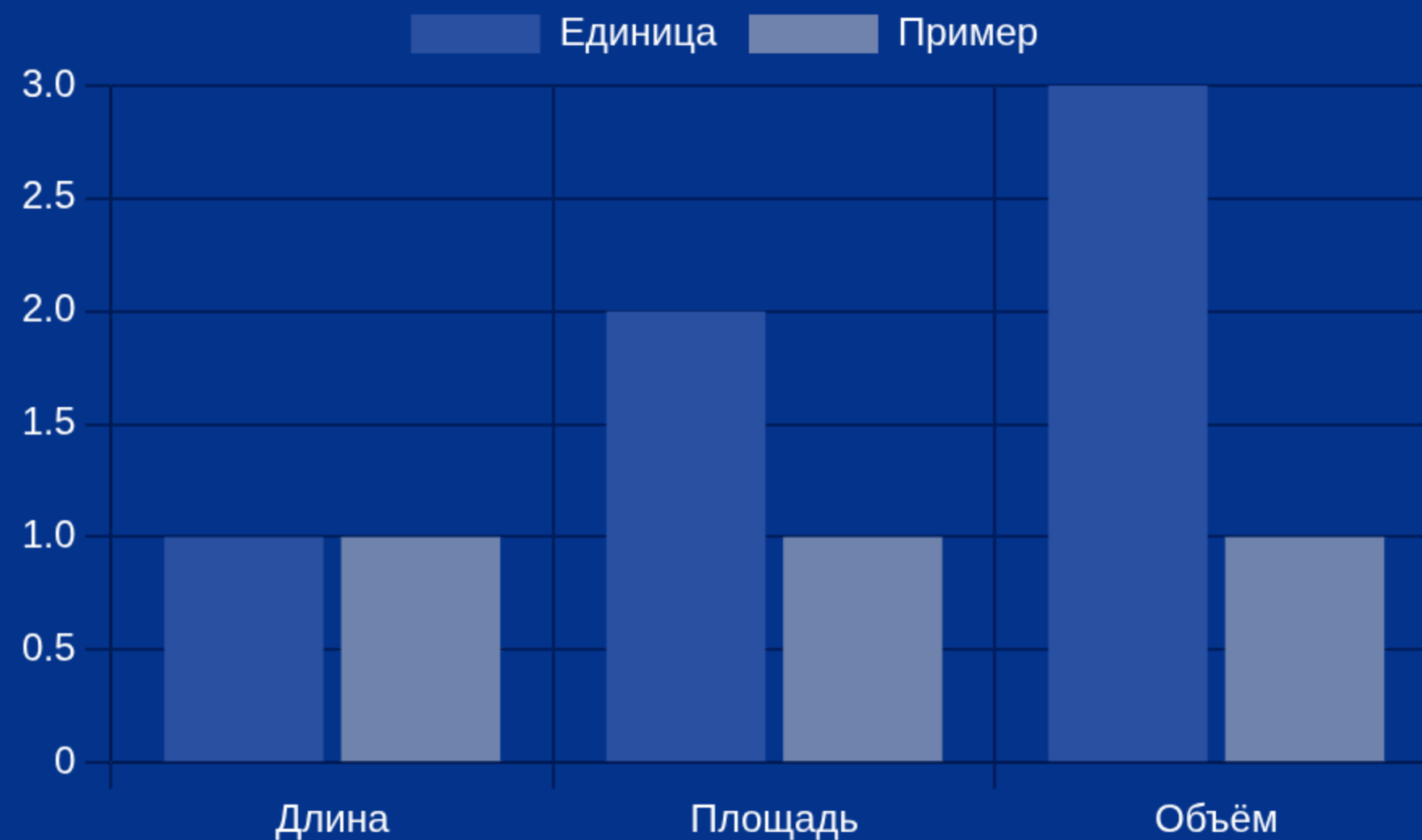


Алгоритм нахождения объёма тела

Последовательность решения задачи: от определения фигуры до проверки ответа и перевода результата в нужные единицы.



Площадь и объём: различие единиц измерения



Школьные определения величин; пример 1 см, 1 см², 1 см³

Площадь и объём связаны с разными способами измерения, поэтому одинаковые числа могут означать разные величины.

Без формулы и правильной единицы сравнивать длину, площадь и объём нельзя: одинаковая запись не означает одинаковый смысл.

Типичные ошибки в задачах на площадь и объём

sin

cos

tg

ctg

Путают единицы

Часто ученики записывают площадь в сантиметрах, а объём – в квадратных единицах. Нужно помнить: см относится к длине, см^2 – к площади, см^3 – к объёму.

Забывают степень

При вычислении площади квадрата требуется возведение в квадрат, а при нахождении объёма куба – в куб. Если пропустить степень, ответ будет слишком маленьким и неверным.

Неверная высота

В формулах треугольника, призмы и цилиндра высота должна соответствовать условию и быть перпендикулярной основанию. Подставлять любую сторону нельзя, иначе меняется смысл всего вычисления.

Выбирают не ту формулу

Прямоугольник, квадрат, треугольник и круг считают по разным правилам. Сначала нужно определить фигуру, а уже потом подставлять известные размеры в подходящую формулу.

Не переводят единицы

Если размеры даны в разных единицах, ответ может оказаться ошибочным даже при правильной формуле. Перед вычислением все величины приводят к одной системе измерения.

Перевод единиц площади и объёма

Соотношение	Где встречается
$100 \text{ см}^2 = 1 \text{ дм}^2$	Обложка тетради
$10\,000 \text{ см}^2 = 1 \text{ м}^2$	Площадь комнаты
$1000 \text{ см}^3 = 1 \text{ дм}^3$	Объём коробки
$1\,000\,000 \text{ см}^3 = 1 \text{ м}^3$	Объём бака
$1 \text{ дм}^3 = 1 \text{ л}$	Объём бутылки

Школьные соотношения единиц площади и объёма

Перед вычислением важно привести все размеры к одной системе единиц, иначе результат будет неверным.

Перевод единиц помогает сопоставить размеры, получить ответ в нужной форме и избежать ошибок при решении практических задач.

Применение площади и объёма в жизни и технике



Ремонт и отделка

Площадь считают, когда покупают линолеум, плитку, обои или краску. Она подсказывает, сколько материала нужно для покрытия поверхности без лишних затрат.



Участки и помещения

Площадь помогает оценить размер комнаты, стены или земельного участка. По ней легко сравнить поверхности и заранее представить, сколько места они занимают.



Ёмкости и упаковка

Объём нужен для коробок, бутылок, аквариумов и контейнеров. Он показывает, сколько жидкости, воздуха или сыпучего материала может вместить предмет.



Строительство и расчёты

В строительстве площадь используют для покрытия поверхностей, а объём — для подсчёта бетона, песка, щебня и воды. Это делает расчёты точными и экономичными.

Связь чертежа, модели и формулы

1

Рассмотреть чертёж

Сначала определяют, какая фигура изображена, и отмечают на чертеже основание, высоту, стороны или рёбра. Это помогает увидеть, какие размеры действительно нужны.

2

Сопоставить с моделью

Затем полезно представить объёмное тело в виде коробки, куба или цилиндра. Модель показывает, как плоский чертёж превращается в реальный предмет в пространстве.

3

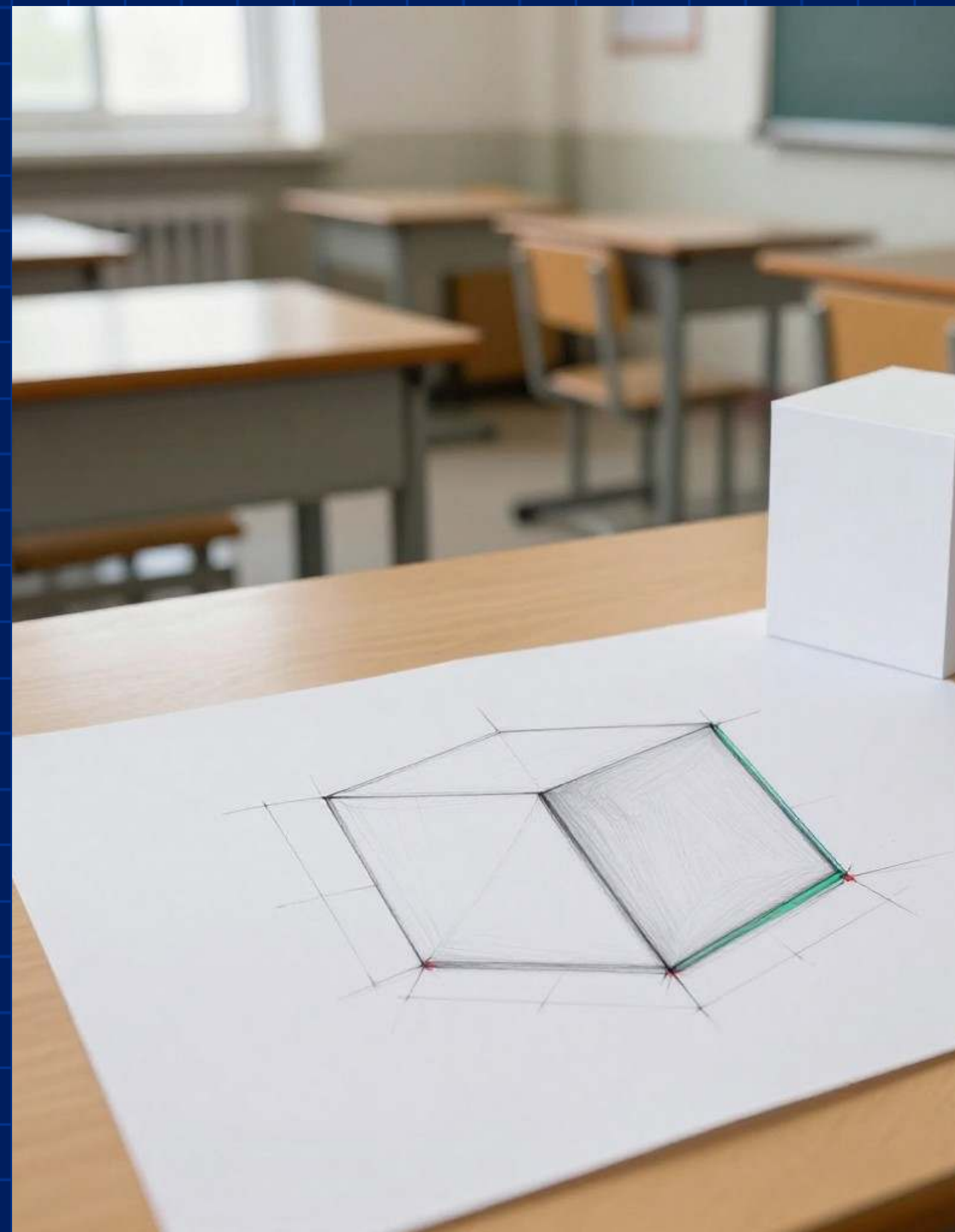
Выбрать формулу

Когда понятны форма и размеры, легко подобрать нужную формулу площади или объёма. Ошибки часто возникают именно тогда, когда вид фигуры определён неточно.

4

Проверить измерения

После вычисления важно проверить, соответствует ли ответ размерности задачи. Если единицы подобраны верно, результат выглядит разумно и согласуется с чертежом и моделью.



Площади и объёмы делают геометрию полезной

Площадь и объём помогают точно описывать формы вокруг нас — от листа бумаги до комнаты и коробки. Правильные формулы, единицы и чертёж превращают задачи в понятные и полезные вычисления.



sin

1

tg

ctg