

Квадратичная функция: парабола, формула и основные свойства

Узнай, как формула превращается в красивую параболу.





Зачем изучать квадратичную функцию в 9 классе

Она связывает формулы, графики и уравнения, а ещё
помогает понимать движение, формы и изменения,
которые происходят неравномерно.

Общий вид квадратичной функции

Формула

Квадратичная функция записывается как $y=ax^2+bx+c$, где a , b и c — числа, а a не равно нулю.

Свободный член

При $x=0$ получаем $y=c$, поэтому число c сразу показывает, где график пересекает ось Oy .

Роль квадрата

Когда x по модулю становится больше, член ax^2 начинает сильнее влиять на значение функции и форму графика.

Основа графика

Именно сочетание трёх коэффициентов задаёт параболу, её положение на плоскости и общий вид кривой.

Как коэффициенты влияют на график параболы

Каждый коэффициент меняет форму или положение параболы по-своему.

Знак a задаёт направление, модуль a — ширину, а b и c определяют положение параболы.

Свойства функции $y=ax^2+bx+c$

Коэффициент	Роль	Пример влияния
a	Направление ветвей	$a>0$ — вверх
$ a $	Ширина графика	Больше — уже
b	Положение вершины	Сдвигает ось

Парабола в реальной жизни

Мяч, который летит вверх

Если бросить мяч и не учитывать сильное сопротивление воздуха, его высота меняется неравномерно. График такого движения часто похож на параболу: сначала значение растёт, затем уменьшается. Вершина показывает наибольшую высоту.

Арки и отражатели

Параболическая форма встречается в мостовых арках, некоторых элементах зданий и отражателях. Такая геометрия помогает распределять нагрузку и направлять лучи или сигналы. Поэтому парабола важна не только в математике, но и в технике.

Сравнение графиков $y=x^2$, $y=2x^2$ и $y=0,5x^2$

Все три графика симметричны относительно оси Oy и имеют вершину в начале координат.

Чем больше $|a|$, тем парабола уже и круче; чем меньше $|a|$, тем она шире.

Вычисленные значения функций при x от -3 до 3

Вершина параболы и ось симметрии

1 Что такое вершина

Вершина — это самая низкая точка у параболы с ветвями вверх или самая высокая у параболы с ветвями вниз.

2 Зачем нужна ось

Ось симметрии проходит через вершину и делит график на две зеркально равные части, поэтому помогает проверять построение.

3 Формула для абсциссы

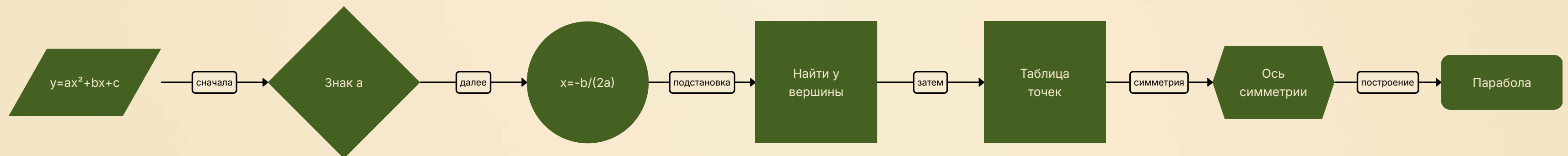
Для функции $y=ax^2+bx+c$ абсцисса вершины находится по формуле $x=-b/(2a)$. Она быстро указывает, где искать вершину на координатной плоскости.

4 Практический смысл

Зная вершину и ось симметрии, можно сразу понять, как расположен график, и построить его гораздо точнее.

Построение параболы по формуле

Последовательность шагов для построения графика квадратичной функции



Нули функции и точки пересечения с осью Ox



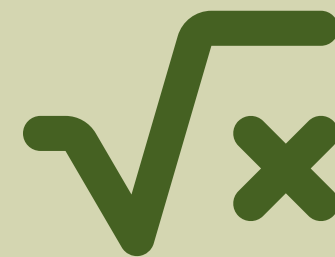
Ноль функции

Нулём функции называют такое значение x , при котором $y=0$.
На графике это место, где парабола пересекает ось Ox .



Сколько может быть точек

У квадратной функции может быть два, один или ни одного действительного нуля. Всё зависит от того, как расположена парабола.



Связь с уравнением

Чтобы найти нули, решают уравнение $ax^2+bx+c=0$. Его корни совпадают с абсциссами точек пересечения графика с осью Ox .

Дискриминант и число корней квадратного уравнения

Дискриминант помогает понять, сколько раз парабола пересечёт ось Ox .

По знаку дискриминанта можно заранее определить число действительных корней и вид пересечения с осью Ox .

Формула $D=b^2-4ac$ для квадратного уравнения

D	Корни	График
$D>0$	2 корня	2 точки
$D=0$	1 корень	Касание

Вершинная форма квадратичной функции

● Запись через вершину

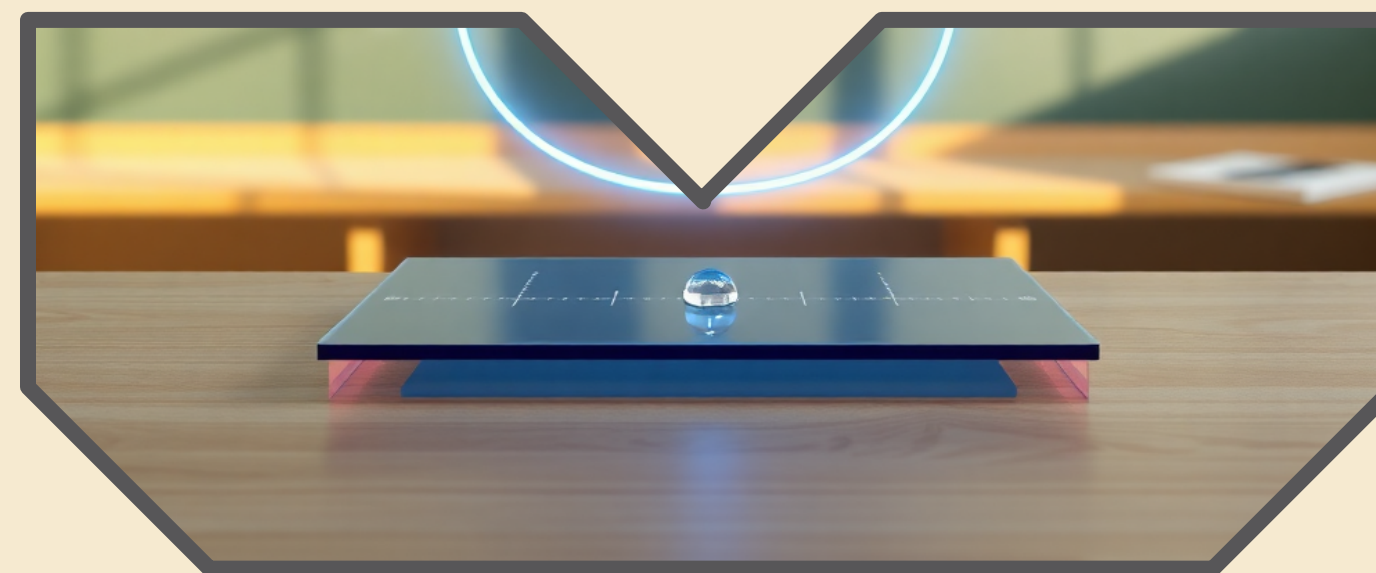
Форма $y=a(x-h)^2+k$ сразу показывает вершину параболы: это точка $(h; k)$. Такой вид особенно удобен, когда график нужно быстро построить по уже известным координатам.

● Почему это удобно

Вершинная форма помогает не вычислять лишние точки: достаточно знать вершину и направление ветвей. Это ускоряет чтение графика и делает построение более наглядным.

● Роль коэффициента a

Число a сохраняет направление ветвей и одновременно задаёт ширину графика. Если модуль a больше, парабола становится уже; если меньше, её ветви расходятся шире.



Как знак и модуль a меняют параболу

На графике удобно сравнить, как одно и то же x даёт разные значения y . Видно, что все параболы симметричны относительно оси Oy .

Чем больше $|a|$, тем график уже и круче; знак a определяет направление ветвей. При $a=0$ парабола не получается.

Иллюстративные значения для сравнения форм $y=x^2$, $y=2x^2$ и $y=0,5x^2$

Сдвиг параболы по координатам

Исходная форма

Сначала рассматривают запись $y=a(x-h)^2+k$. В ней вершина уже «зашита» в формулу, поэтому положение графика можно определить сразу, без дополнительных преобразований.

Сдвиг по Oy

Число k задаёт вертикальный перенос графика. При $k>0$ парабола поднимается вверх, при $k<0$ опускается вниз, сохраняя свою форму и ширину.

Сдвиг по Ox

Число h отвечает за горизонтальное смещение. Если h положительное, парабола сдвигается вправо; если отрицательное — влево. Направление ветвей при этом не меняется.

Итоговая позиция

После учёта h и k легко увидеть координаты вершины $(h; k)$. Это особенно полезно при построении графика и сравнении нескольких парабол.

Три формы записи одной и той же функции

Одна и та же квадратичная функция может быть записана по-разному, чтобы удобнее находить нужные элементы графика и решать конкретные задачи.

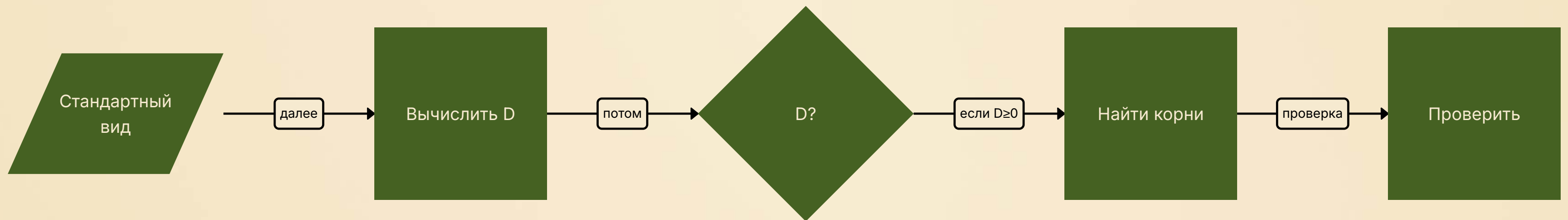
Форма	Что удобно	Сразу видно
$y=ax^2+bx+c$	коэффициенты	c и D
$y=a(x-h)^2+k$	вершину	$(h; k)$
$y=a(x-x_1)(x-x_2)$	нули функции	x_1 и x_2

Общий вид нужен для анализа коэффициентов и дискриминанта, вершинная форма — для вершины, а разложение на множители — для нулей функции и пересечений с осью Ox .

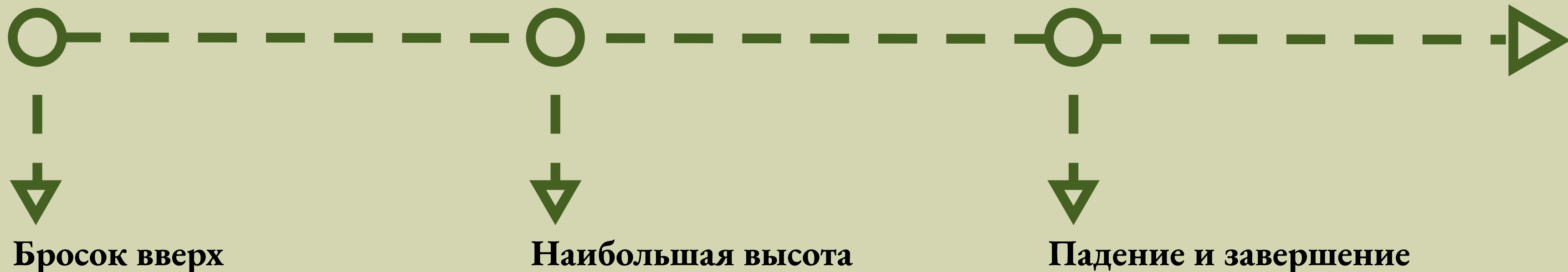
Школьный курс алгебры

Как решают квадратное уравнение

Алгоритм основан на приведении уравнения к стандартному виду, вычислении дискриминанта и проверке найденных корней.



Пример движения мяча и график высоты



После броска мяч поднимается, и его высота растёт. На графике это соответствует участку, где значения увеличиваются до достижения вершины.

В верхней точке мяч ненадолго останавливается, а затем начинает опускаться. Именно здесь находится вершина параболы, если сопротивление воздуха не учитывать сильно.

При снижении высота уменьшается, пока мяч не достигнет земли. Точки пересечения графика с осью времени показывают начало и конец движения.

Где встречается квадратичная функция

Квадратичная зависимость помогает описывать как движение объектов, так и форму конструкций. Поэтому она часто встречается в задачах из разных школьных предметов.

Парабола полезна не только в алгебре: она связывает расчёты, движение и форму предметов в реальных ситуациях.

Иллюстративная схема областей применения квадратичной функции

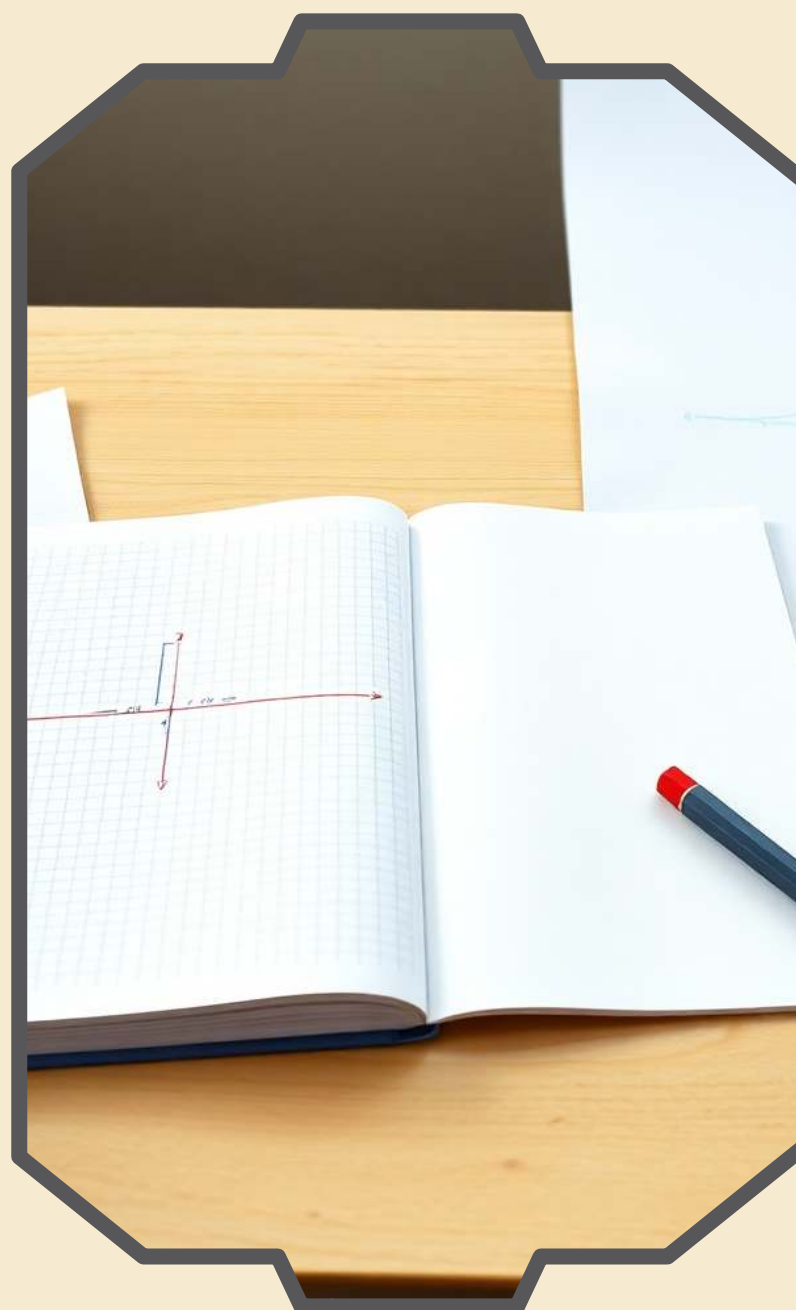
Типичные ошибки при построении и чтении графика

1 Проверь знак a

Неверный знак коэффициента a меняет направление ветвей параболы. Из-за этого график может быть построен вверх вместо вниз или наоборот, и ответ окажется неправильным.

3 Не путай c и вершину

Коэффициент c показывает точку пересечения с осью Oy , но не вершину. Если перепутать эти элементы, график будет прочитан неправильно уже на первом шаге.



2 Найди вершину точно

Ошибка в формуле $x = -b/(2a)$ смещает ось симметрии и вершину. Тогда все последующие точки строятся неверно, хотя сама парабола остаётся симметричной.

4 Используй симметрию

После выбора нескольких точек проверь, лежат ли они зеркально относительно оси симметрии. Это помогает заметить неточности и сделать график аккуратным и правильным.

Главные формулы темы

Эти формулы помогают читать график, находить вершину, понимать число корней и переходить между разными формами записи квадратичной функции.

Зная общий вид, формулу вершины, дискриминант и вершинную форму, можно уверенно исследовать параболу и решать квадратные уравнения.

Школьный курс алгебры

Формула	Смысл	Применение
$y=ax^2+bx+c$	общий вид	анализ коэффициентов



Квадратичная функция соединяет график и уравнение

Квадратичная функция помогает увидеть, как формула превращается в параболу, а график — в способ решения задач. Важно уметь читать вершину, ось симметрии и корни.