

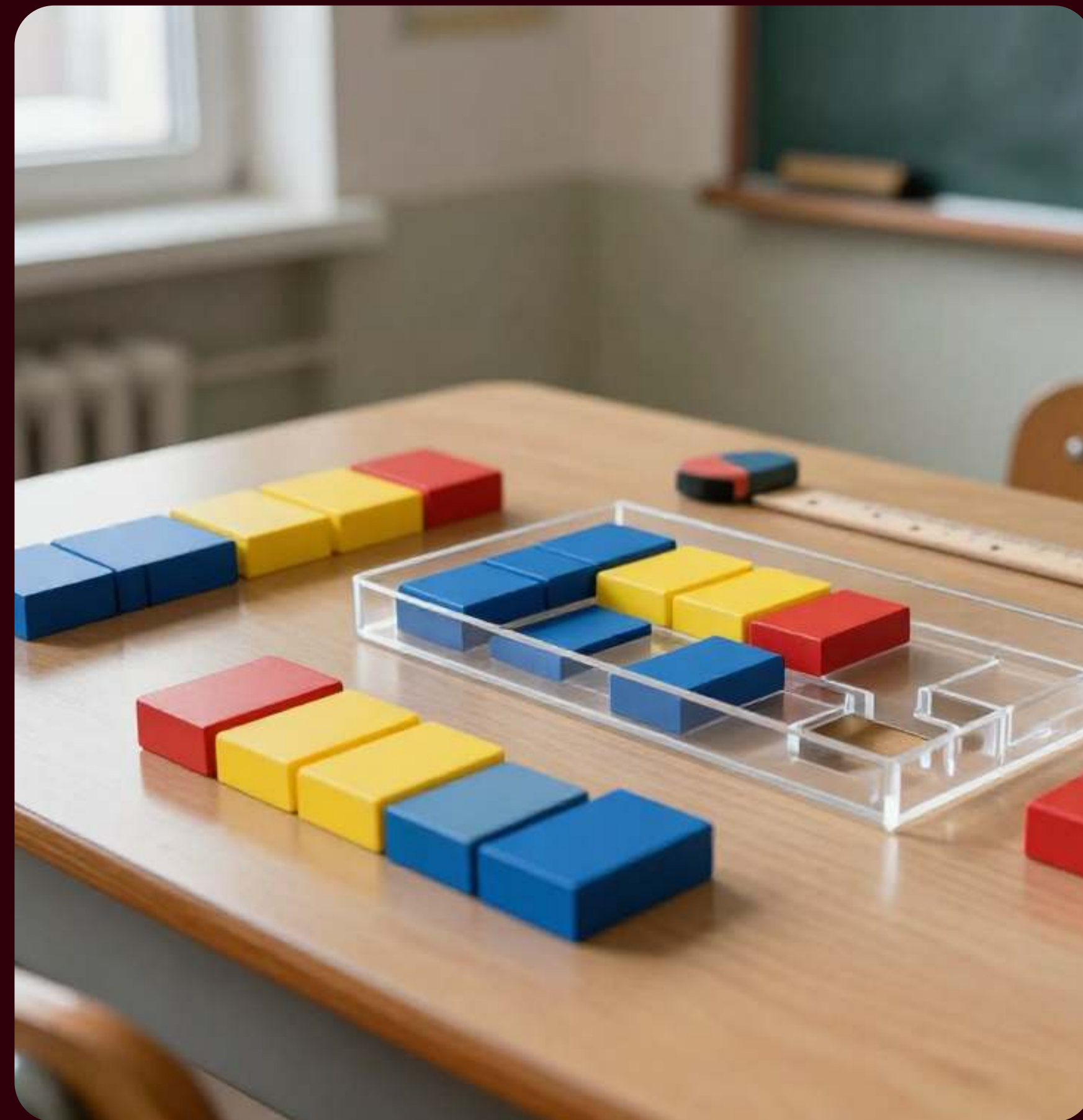


Учимся упрощать выражения без ошибок
в знаках и степенях.

Сложение и вычитание многочленов

Зачем работать с многочленами

Эти действия нужны на уроках алгебры, помогают решать уравнения и преобразовывать формулы, а также встречаются в задачах на периметр, площадь, стоимость, скорость и расстояние.



Что такое многочлен

Состав выражения

Многочлен состоит из нескольких одночленов, соединённых знаками сложения или вычитания. В нём могут быть числа, буквы и степени, которые вместе образуют одно выражение.

Примеры записи

К многочленам относятся, например, $3x+5$, $2a^2-a+7$ и $4m-3n+1$. В таких записях удобно сразу видеть отдельные части, которые можно сравнивать и преобразовывать.

Одночлены внутри

Каждый одночлен — это отдельная часть многочлена, например $3x$, $2a^2$ или $-5mn$. Если одночлен не содержит букву, он называется свободным членом.

Зачем это знать

Понимание строения многочлена помогает быстрее находить похожие части, правильно раскрывать скобки и получать более короткую запись ответа без потери смысла выражения.

Подобные слагаемые



01 Одинаковая буквенная часть

Подобные слагаемые имеют одинаковые буквы в одинаковой степени. Например, $3x$ и $-8x$ можно объединить, потому что их буквенная часть совпадает полностью.

02 Степени должны совпадать

Члены $2a^2$ и $5a^2$ являются подобными, а $2x$ и $2x^2$ — нет. Различие в показателе степени делает слагаемые разными, даже если буква одна и та же.

03 Коэффициенты можно менять

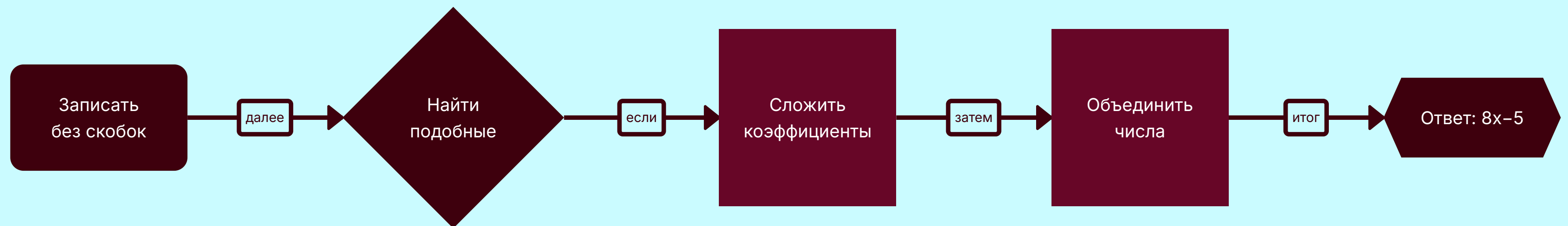
Когда слагаемые подобные, складывают или вычитают только их числовые коэффициенты. Буквенная часть при этом остаётся без изменений и переходит в ответ.

04 Неподобные не объединяют

Если буквенная часть или степень отличаются, такие члены нельзя складывать. Поэтому $7mn$ и $-mn$ подходят для объединения, а $2x$ и $2x^2$ — нет.

Алгоритм сложения многочленов

Последовательность действий на примере выражения $(3x+2)+(5x-7)$.





Сложение многочленов на примере

- **Квадратичные члены**

Сначала объединяют члены с одинаковой степенью. В примере $3x^2$ и $5x^2$ дают $8x^2$, потому что у них совпадает буквенная часть и показатель степени.

- **Линейные члены**

Затем складывают члены с x : $2x - 7x = -5x$. Здесь важно внимательно работать со знаками, чтобы не потерять отрицательный результат.

- **Свободные члены**

После этого складывают числа без букв: $-1 + 4 = 3$. Такой шаг завершает преобразование и помогает записать многочлен в более коротком и удобном виде.

Правило вычитания многочленов

Шаг 1. Оставить первый
многочлен

Первый многочлен
переписывают без изменений.
Он служит основой
для дальнейшего
преобразования выражения.

Шаг 2. Раскрыть скобки

Перед вторым многочленом
стоит минус, поэтому
у каждого его члена меняется
знак на противоположный.

Шаг 3. Привести подобные

После раскрытия скобок
объединяют подобные
слагаемые и получают
упрощённую запись ответа.

Что происходит со знаками при раскрытии скобок



Диаграмма показывает, что основная работа происходит на этапе смены знаков, а затем выражение сокращается за счёт объединения одинаковых членов.

Главный вывод: минус перед скобками относится ко всем членам внутри, поэтому внимательность к знакам решает исход преобразования.

Типичные ошибки при работе с многочленами

Пропуск минуса

Часто забывают изменить знаки у всех членов второго многочлена. Из-за этого весь ответ становится неверным, даже если дальнейшие вычисления выполнены правильно.

Неподобные члены

Иногда складывают разные части выражения, например x и x^2 . Такие слагаемые нельзя объединять, потому что их буквенная часть и степень не совпадают.

Ошибка в коэффициенте

При сложении чисел легко ошибиться в знаке или в результате, особенно если рядом стоят отрицательные числа. Полезно отдельно проверять каждый коэффициент.

Путаница в степенях

Учащиеся иногда не замечают различие между x и x^2 . Из-за этого многочлен записывается неправильно, хотя внешне выражение кажется почти одинаковым.

Нет проверки

Если не подставить простое число и не сравнить ответы, ошибку можно не заметить. Проверка помогает быстро увидеть несоответствие в знаке или коэффициенте.

Сравнение сложения и вычитания на примерах

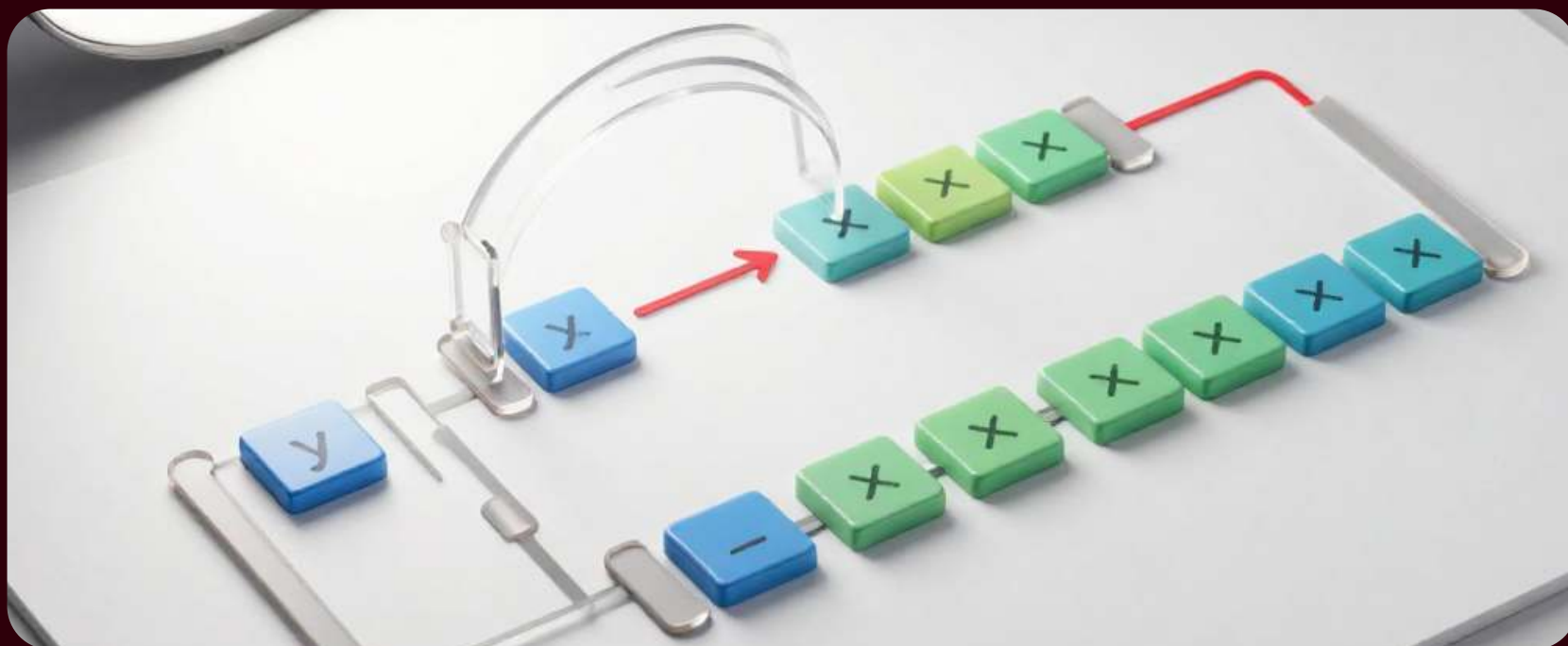
Выражение	Действие	Ответ	Шаг
$(2x+3)+(x-5)$	сложение	$3x-2$	подобные
$(4a-1)-(2a+6)$	вычитание	$2a-7$	смена знаков
$(3m^2+m)-(m^2-2m)$	вычитание	$2m^2+3m$	приведение

В таблице показано, как работают одинаковые члены при сложении и вычитании многочленов.

При сложении объединяются одинаковые члены, а при вычитании второй многочлен нужно записать с противоположными знаками.

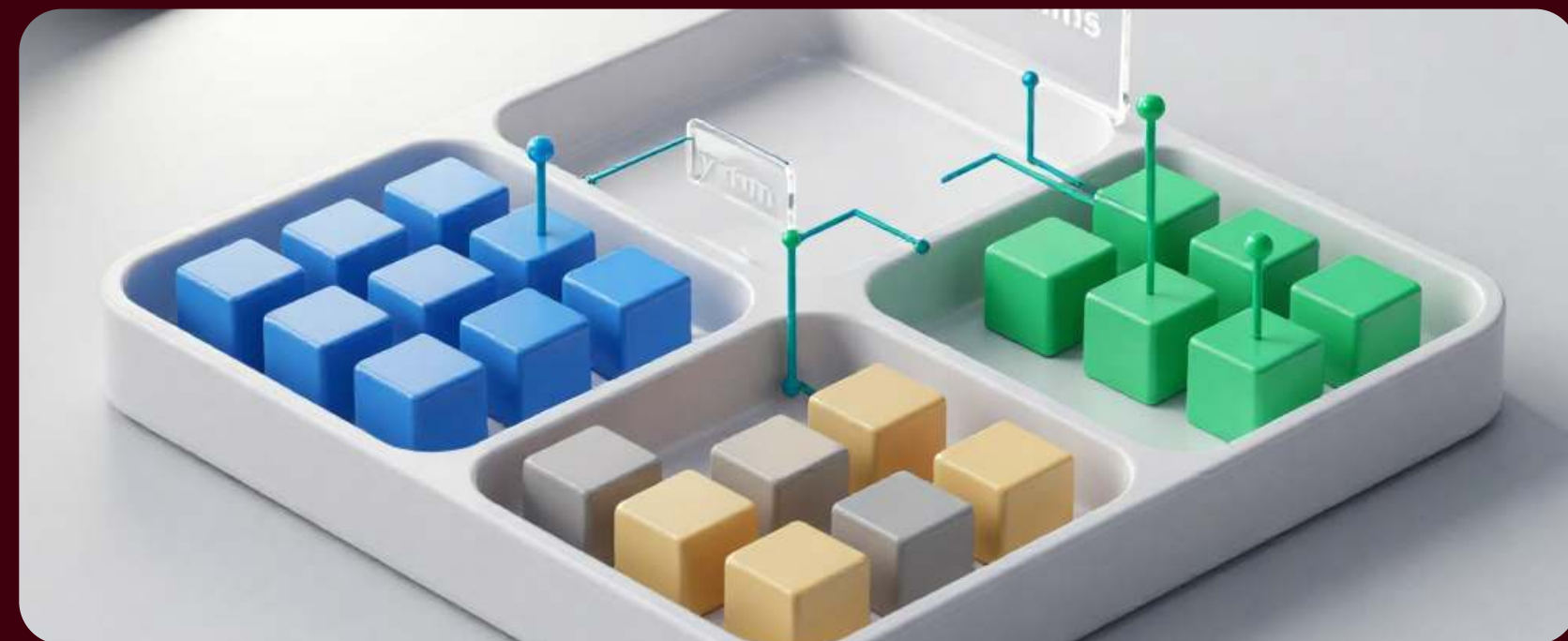
Примеры составлены по правилам сложения и вычитания многочленов

Пошаговый разбор выражения со скобками



От исходной записи к раскрытым скобкам

На первом шаге выражение читают как единое целое и убирают скобки, сохраняя все знаки. В примере важно не потерять минус перед вторыми скобками, иначе дальнейшее преобразование даст неверный ответ.



Объединяем одинаковые части

После раскрытия скобок сразу видно, какие слагаемые можно соединить. Члены с y складываются отдельно, затем собираются члены с x , а свободные числа образуют последнюю группу. Так получается короткая и аккуратная запись результата.

Удобная запись многочленов перед вычислением

Старшие степени —
сначала

01

Если записать многочлен по убыванию степеней, похожие члены сразу оказываются рядом. Это ускоряет вычисления и помогает не пропустить слагаемое, которое можно объединить с другим.

Одинаковые части
рядом

02

Когда в выражении есть несколько букв, полезно сгруппировать одинаковые буквенные части вместе. Тогда проще сравнивать степени, находить подобные слагаемые и избегать путаницы между x , x^2 и свободным членом.

Свободный член в конце

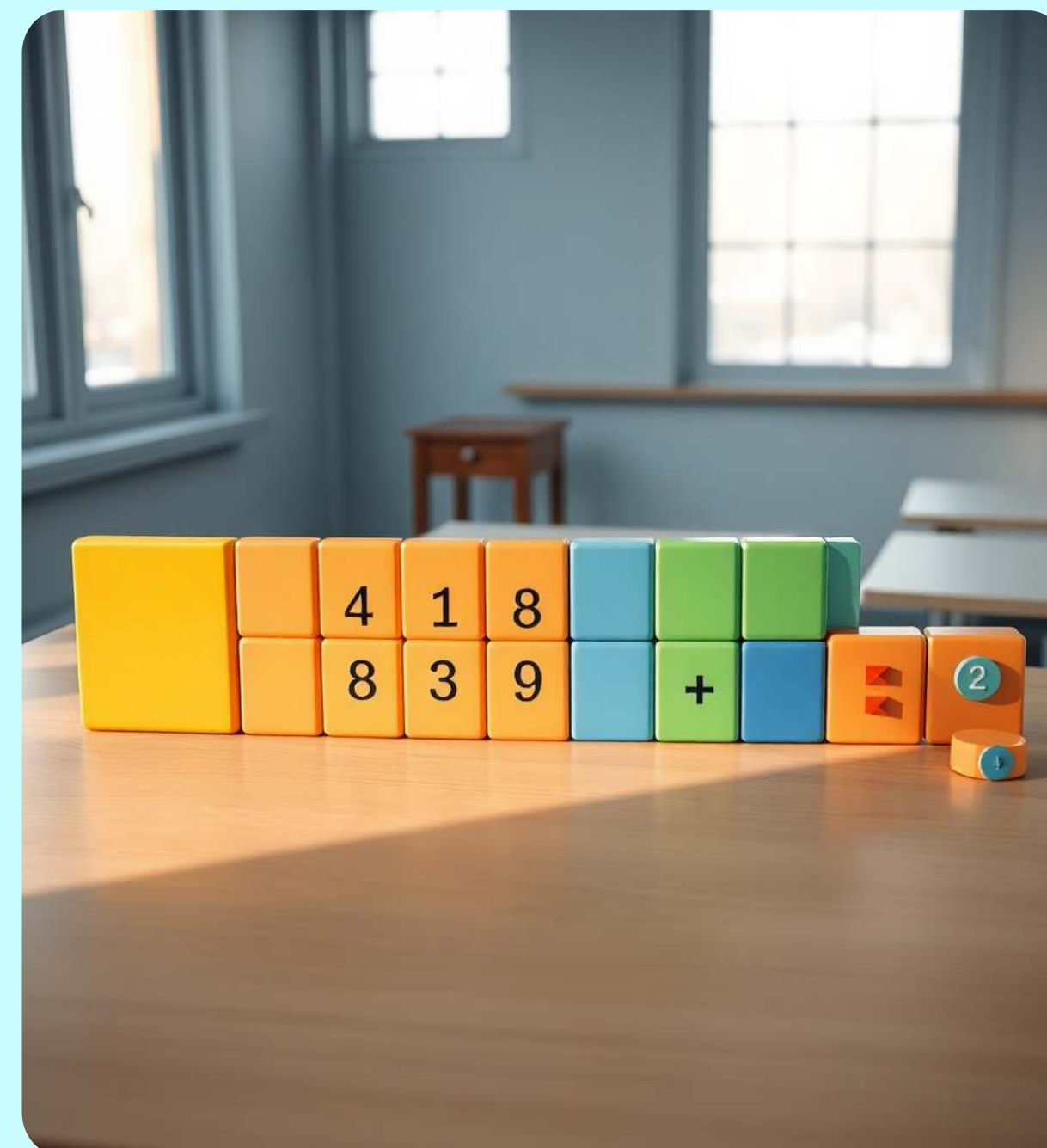
03

Число без буквы удобно ставить последним. Такая запись делает структуру многочлена понятной, а при сложении и вычитании сразу видно, какие части относятся к буквенным, а какие — к числовым.

Меньше ошибок
в знаках

04

Порядок записи помогает быстрее проверять результат после раскрытия скобок. Когда выражение оформлено одинаково, легче заметить пропущенный минус, неверный коэффициент или неподобные члены.

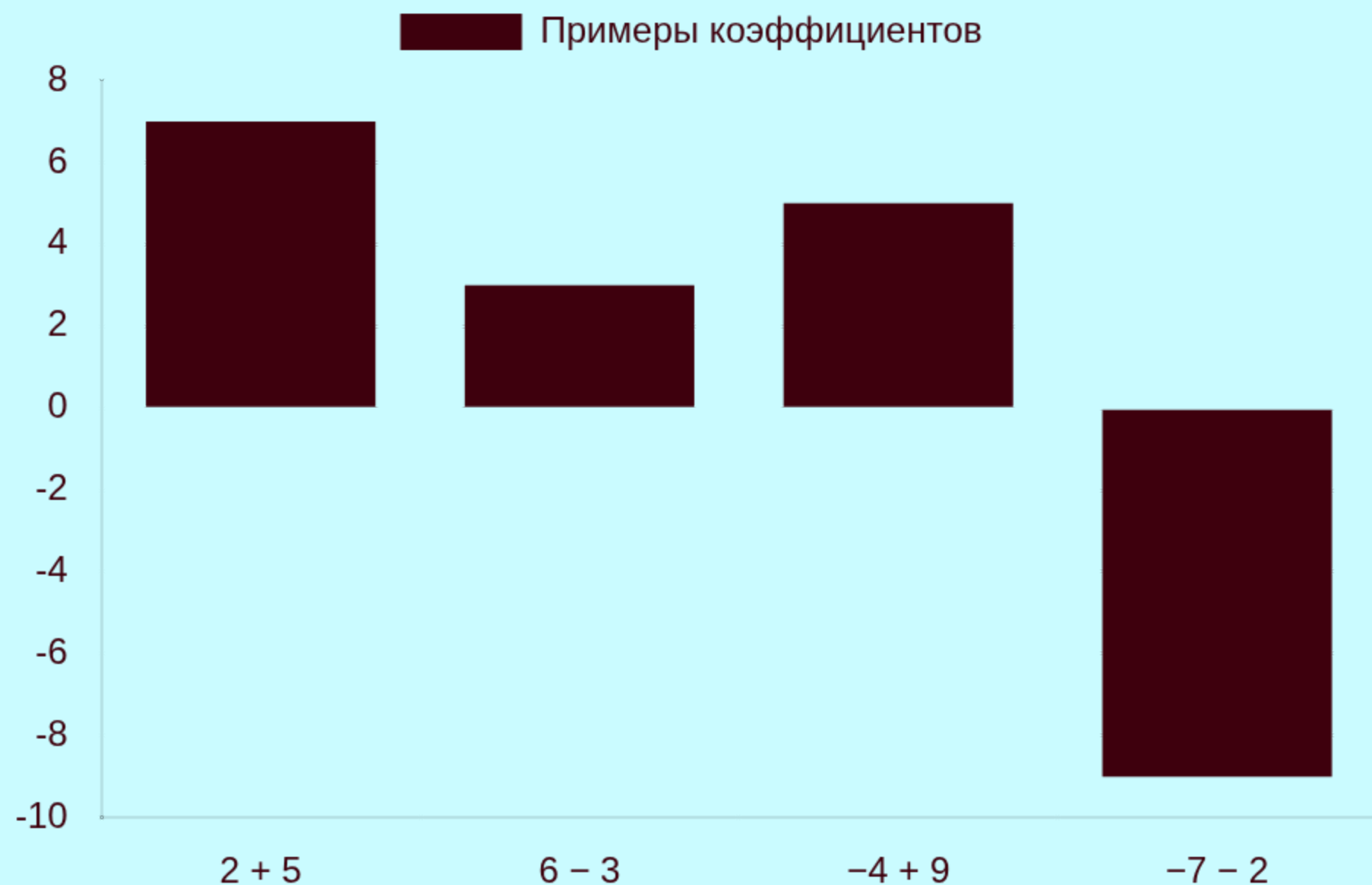


Проверка результата после преобразования

Последовательность действий для проверки многочлена подстановкой простого числа.



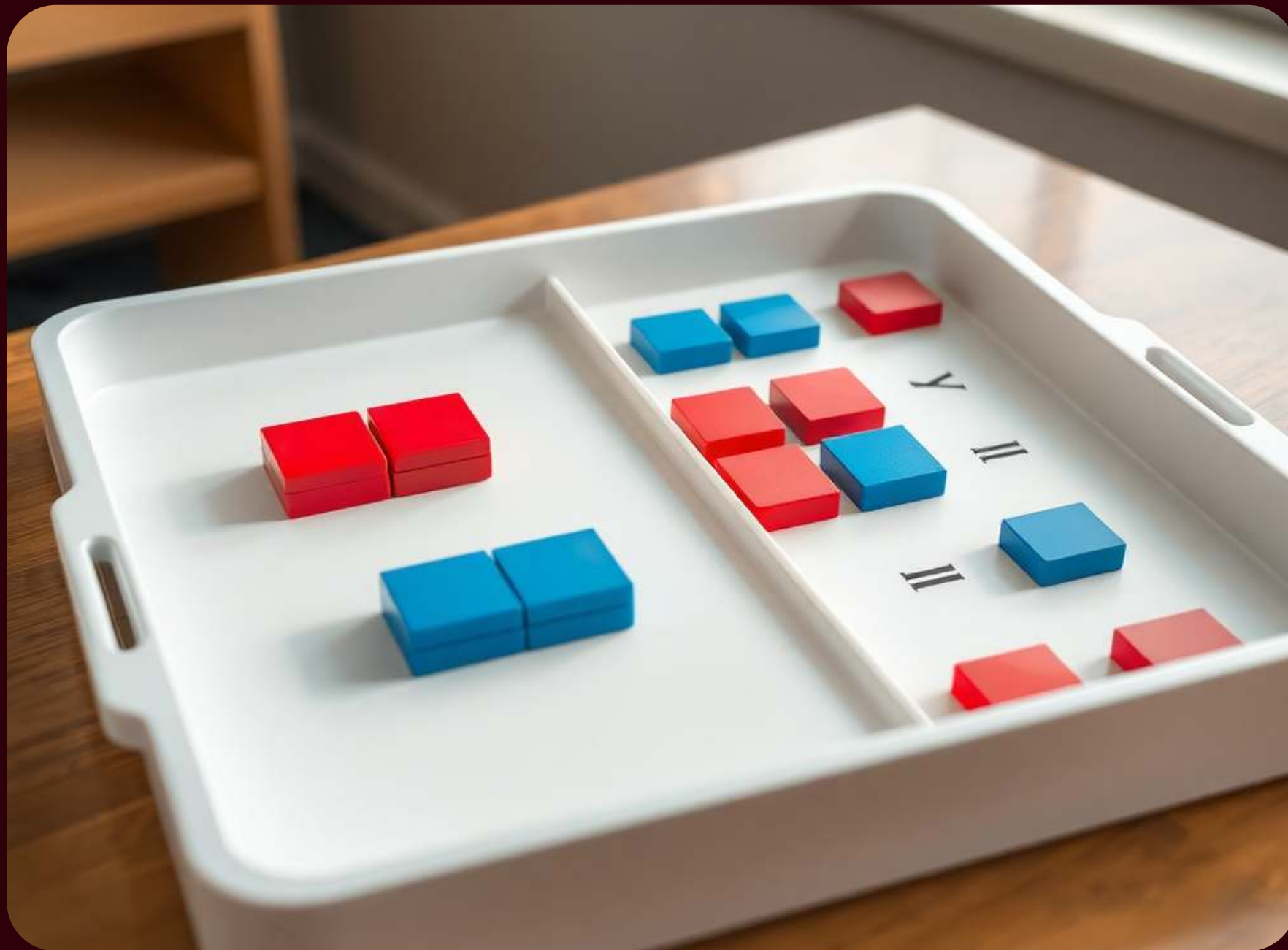
Как складываются и вычитаются коэффициенты



На примерах видно, что знак перед числом может изменить результат сильнее, чем само число. Это особенно важно при объединении коэффициентов у подобных слагаемых.

Положительные и отрицательные значения ведут себя по-разному, поэтому при сложении многочленов нужно внимательно следить за знаками каждого члена.

Сложение и вычитание одночленов внутри многочлена



Только подобные члены

Объединять можно лишь те одночлены, у которых совпадают буквенная часть и степень. Именно поэтому $4x$ и x можно сложить, а x и x^2 — нельзя.

Коэффициенты изменяются

При сложении или вычитании одинаковых одночленов меняются только числа перед буквами. Буквенная часть и степень сохраняются, поэтому $2a^2 + 5a^2$ превращается в $7a^2$.

Разные члены не смешиваются

Если у одночленов разные буквы или показатели степени, они остаются отдельными частями выражения. Так сохраняется точный смысл записи и не происходит лишнего упрощения.

Запись должна быть аккуратной

После преобразования важно проверить, что каждый член записан без ошибки в знаке и степени. Это помогает сохранить правильный вид многочлена и избежать неверного ответа.

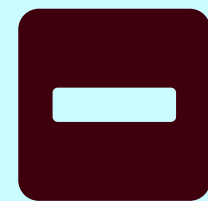
Мини-сборник примеров для тренировки

В таблице показаны короткие выражения и их упрощённый вид. Все примеры решаются одинаково: сначала раскрываются скобки, затем объединяются подобные члены.

Во всех строках работает один и тот же алгоритм: раскрытие скобок, затем приведение подобных членов. Это делает решения короткими и удобными для проверки.

Выражение	Ответ
$(x+7)+(3x-2)$	$4x+5$
$(6b-1)-(2b-4)$	$4b+3$
$(5p^2-p)+(p^2+3p)$	$6p^2+2p$

Связь с задачами на геометрию



Поиск недостающей части

Вычитание удобно, когда нужно узнать площадь или длину неизвестного участка. Тогда из целого выражения вычитают известную часть и получают нужный результат.



Площадь частей фигуры

В геометрических задачах многочлены помогают складывать площади отдельных частей. Если каждая часть выражена через переменную, общая площадь находится простым объединением подобных слагаемых.



Буква как неизвестное число

Выражения вида $3x+2$ показывают, что буква может обозначать ещё не найденное число. Это помогает решать задачи, где ответ зависит от условия и должен быть записан в общем виде.

Этапы работы с выражением со скобками

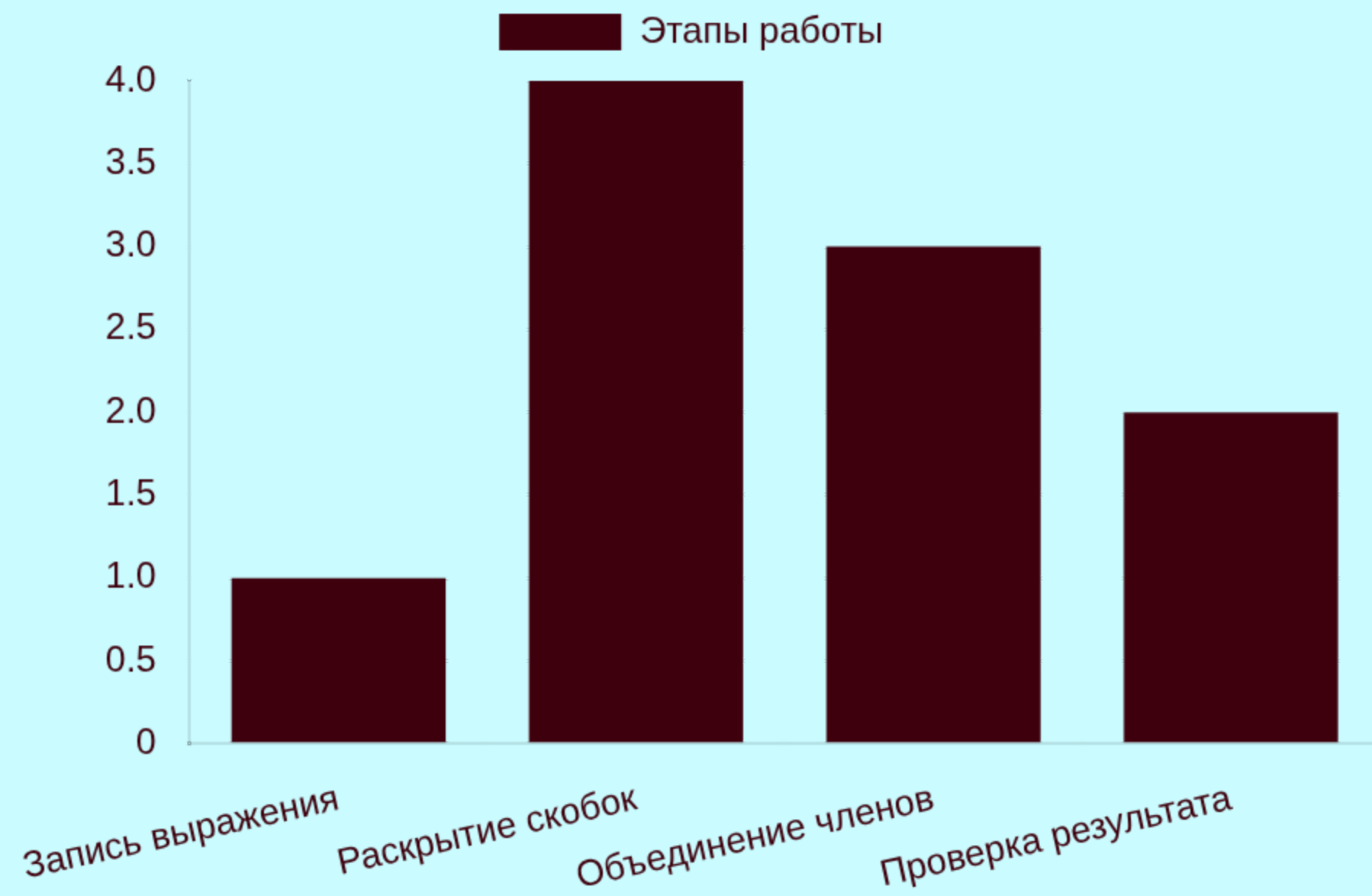


Диаграмма показывает, что не все шаги одинаково сложны. Больше всего внимания требует раскрытие скобок, потому что именно здесь чаще всего теряются знаки.

Самый ответственный этап — раскрытие скобок, а проверка завершает работу и снижает риск ошибки в ответе.

Правила, которые нужно запомнить



01 Смотри на буквенную часть

Подобными считаются только те слагаемые, у которых совпадают и буквы, и степень. Если хотя бы один из этих признаков отличается, члены складывать нельзя.

02 Скобки раскрывай внимательно

При вычитании второго многочлена каждый его член получает противоположный знак. Это правило нужно выполнять для всех слагаемых внутри скобок без исключения.

03 Объединяй только похожие

Сложение и вычитание многочленов всегда сводится к работе с подобными членами. Неподобные части остаются в записи отдельно, чтобы сохранить точность выражения.

04 Не забывай свободные члены

Числа без букв тоже участвуют в действиях. Их складывают или вычитают отдельно, а затем записывают в итоговом многочлене с нужным знаком.

05 Проверь форму записи

Удобный порядок членов помогает быстрее увидеть структуру выражения и заметить ошибку. Особенно полезно располагать слагаемые по убыванию степеней.

Сложение и вычитание многочленов — шаг к уверенной алгебре

Освоив подобные слагаемые, раскрытие скобок и проверку результата, можно уверенно упрощать выражения. Эти навыки становятся основой для решения уравнений, задач и более сложных преобразований.

