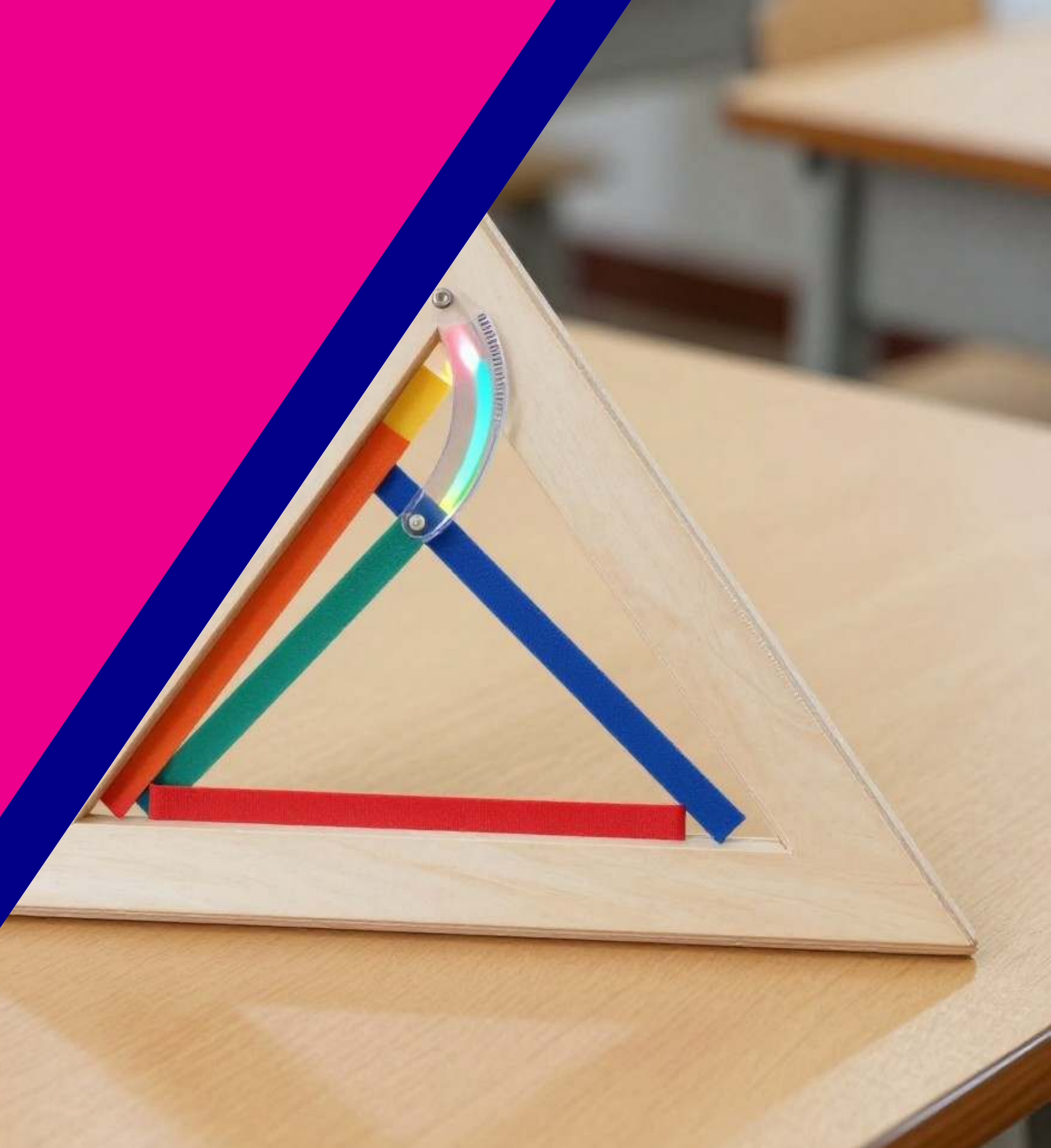
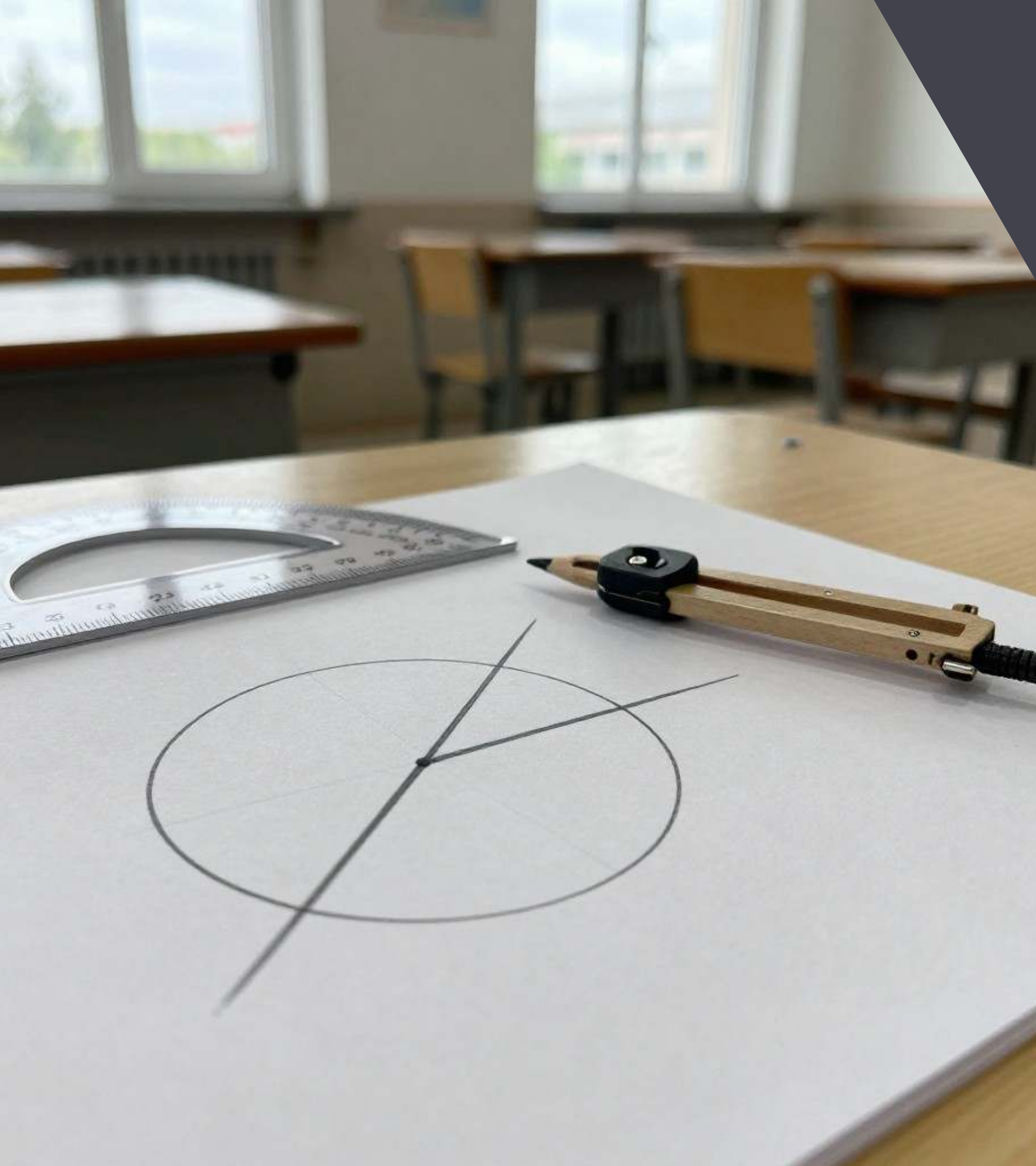


Тангенс и котангенс в прямоугольном треугольнике

Как углы помогают находить стороны?



A photograph of a classroom desk. On the desk is a piece of white paper with a geometric diagram. The diagram consists of a circle with a horizontal diameter and a vertical radius. A line is drawn from the center of the circle, passing through the top of the vertical radius, and extending upwards and to the right. Another line is drawn from the center of the circle, passing through the right side of the horizontal diameter, and extending upwards and to the right. A protractor is placed on the left side of the paper, and a compass is placed on the right side. In the background, there are other desks and chairs in a classroom setting.

Тригонометрия в школьных задачах

Тангенс и котангенс связывают угол и стороны прямоугольного треугольника. Они помогают находить высоту, расстояние и наклон, когда часть данных уже известна.

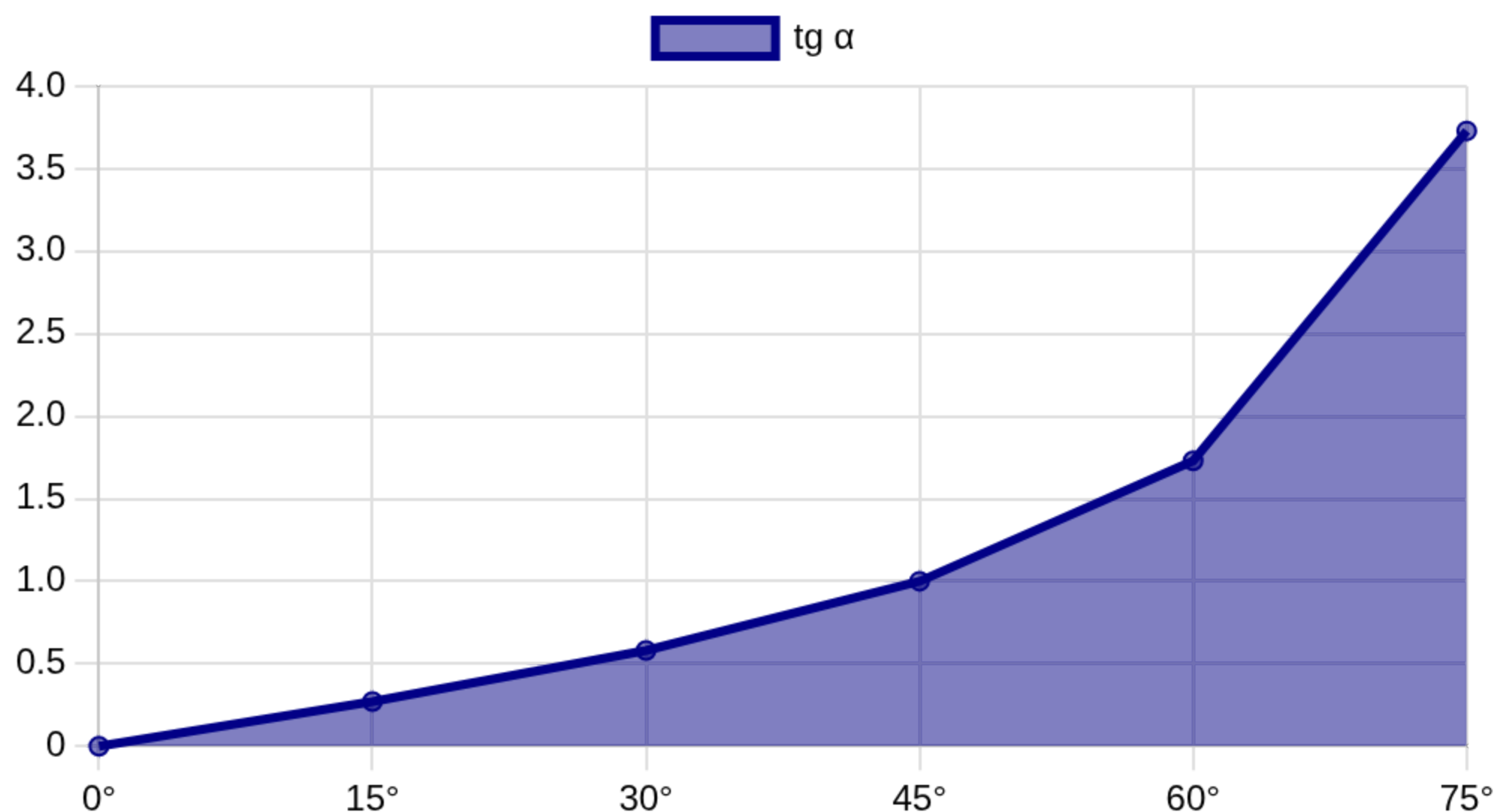
1

при таком угле катеты равны, поэтому отношение сторон становится одинаковым.

Для угла 45° тангенс равен единице: это удобная проверка формулы и рисунка.

Школьная таблица значений тригонометрических функций для острых углов

Как меняется $\operatorname{tg} \alpha$ при увеличении угла



Значения показаны для типичных школьных углов, чтобы увидеть общий характер изменения функции.

Чем больше угол, тем быстрее растёт тангенс; после 45° рост становится особенно заметным.

Табличные значения $\tan \alpha$ для 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°

1

при таком угле прилежащий и противолежащий катеты совпадают по длине.

Для угла 45° котангенс тоже равен единице, потому что отношение катетов становится равным.

Школьная таблица значений тригонометрических функций для острых углов

Основные значения тангенса и котангенса

Угол	tg	ctg
0°	0	не опр.
30°	0,58	1,73
45°	1	1
60°	1,73	0,58
90°	не опр.	0

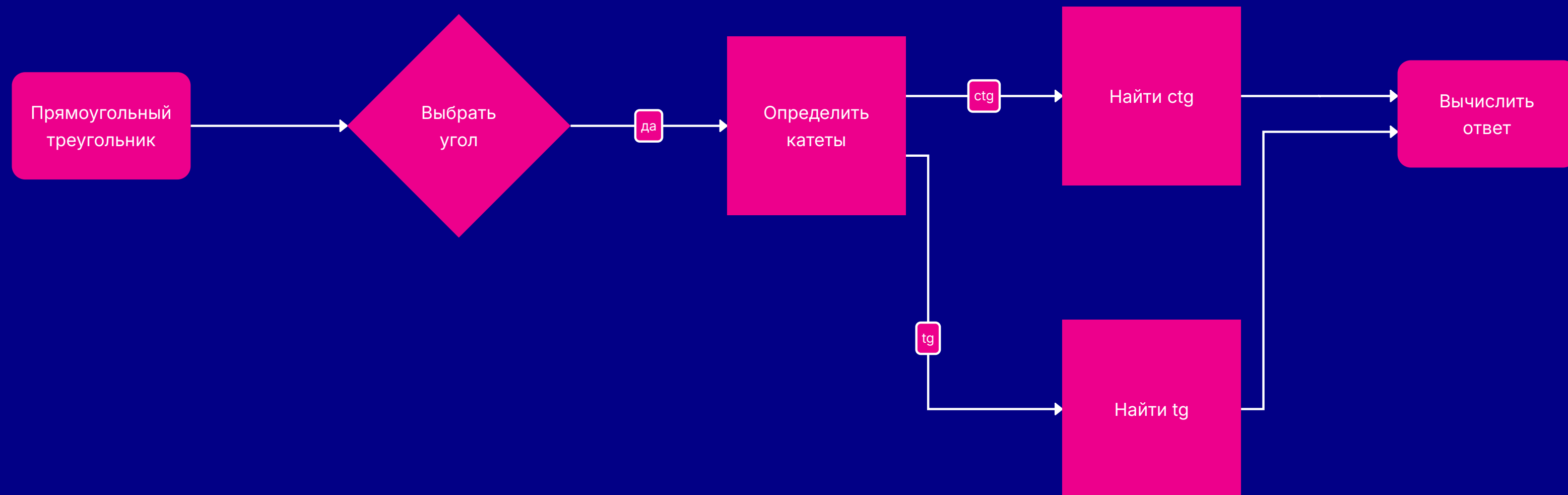
Таблица помогает быстро сравнить значения функций для самых важных углов.

При увеличении угла тангенс растёт, а котангенс уменьшается; в точке 45° они равны.

Школьная таблица значений тригонометрических функций

Как найти tg и ctg в задаче

Последовательность действий при решении задач на прямоугольный треугольник



Как обозначаются стороны в треугольнике

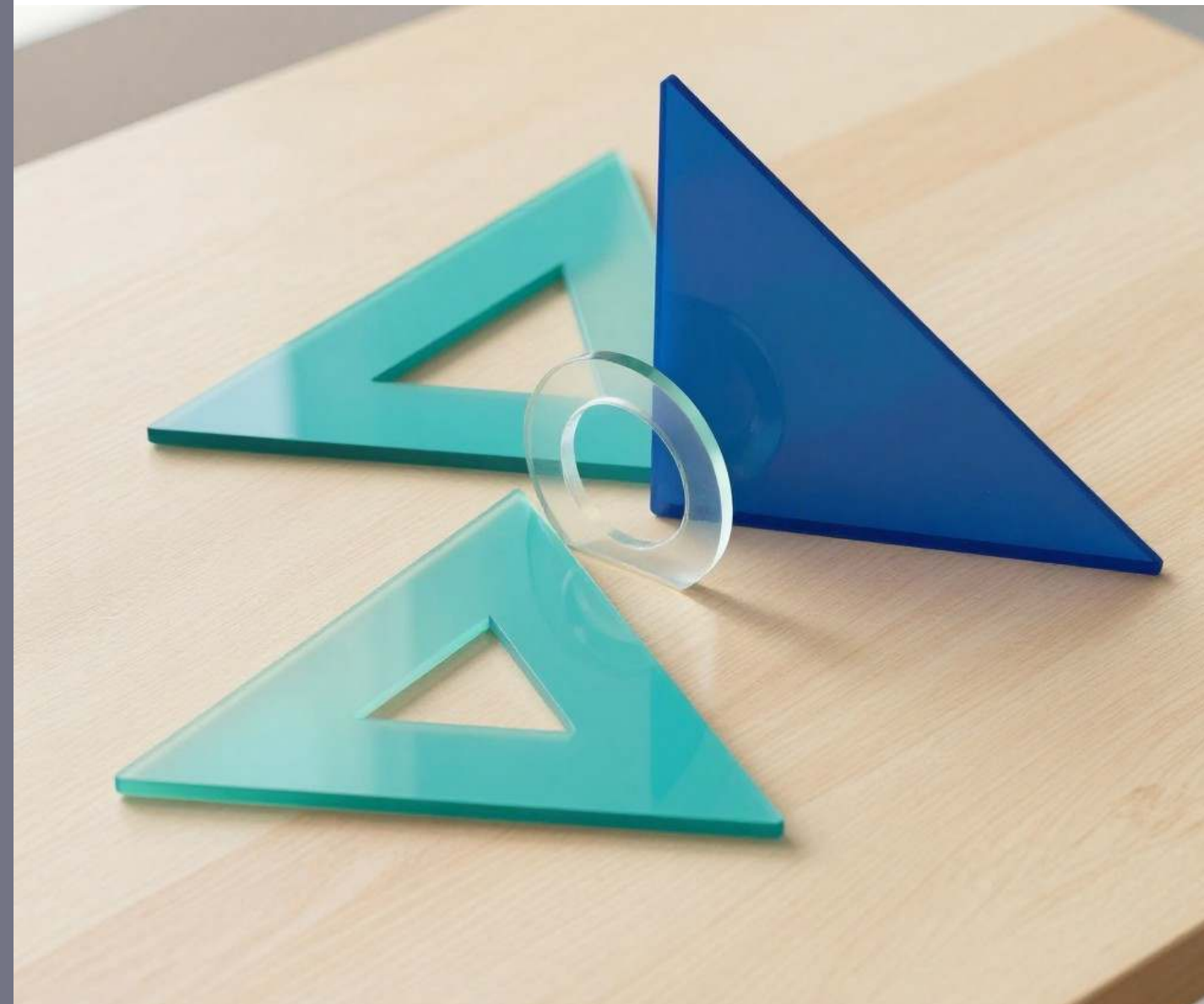
Прямая опора для формул

На схеме прямой угол выделяет два катета, а напротив него лежит гипотенуза. Если выбрать острый угол α , сразу видно, какая сторона прилежит к нему, а какая находится напротив. Именно эти подписи нужны для формул $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$.



Один угол — разные роли сторон

При повороте взгляда на другой острый угол те же стороны меняют своё название. Катет, который был прилежащим, может стать противолежащим. Поэтому в задаче важно сначала отметить угол, а уже потом подписывать стороны по отношению к нему.



Связь тангенса с синусом и косинусом

1

Тангенс через две функции

Тангенс удобно выражается через синус и косинус: $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$. Это помогает вычислять значение функции, если известны обе более простые величины.

2

Котангенс в обратном порядке

Котангенс записывается как $\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$. Формула показывает, что он связан с тангенсом обратным отношением тех же функций.

3

Проверка вычислений

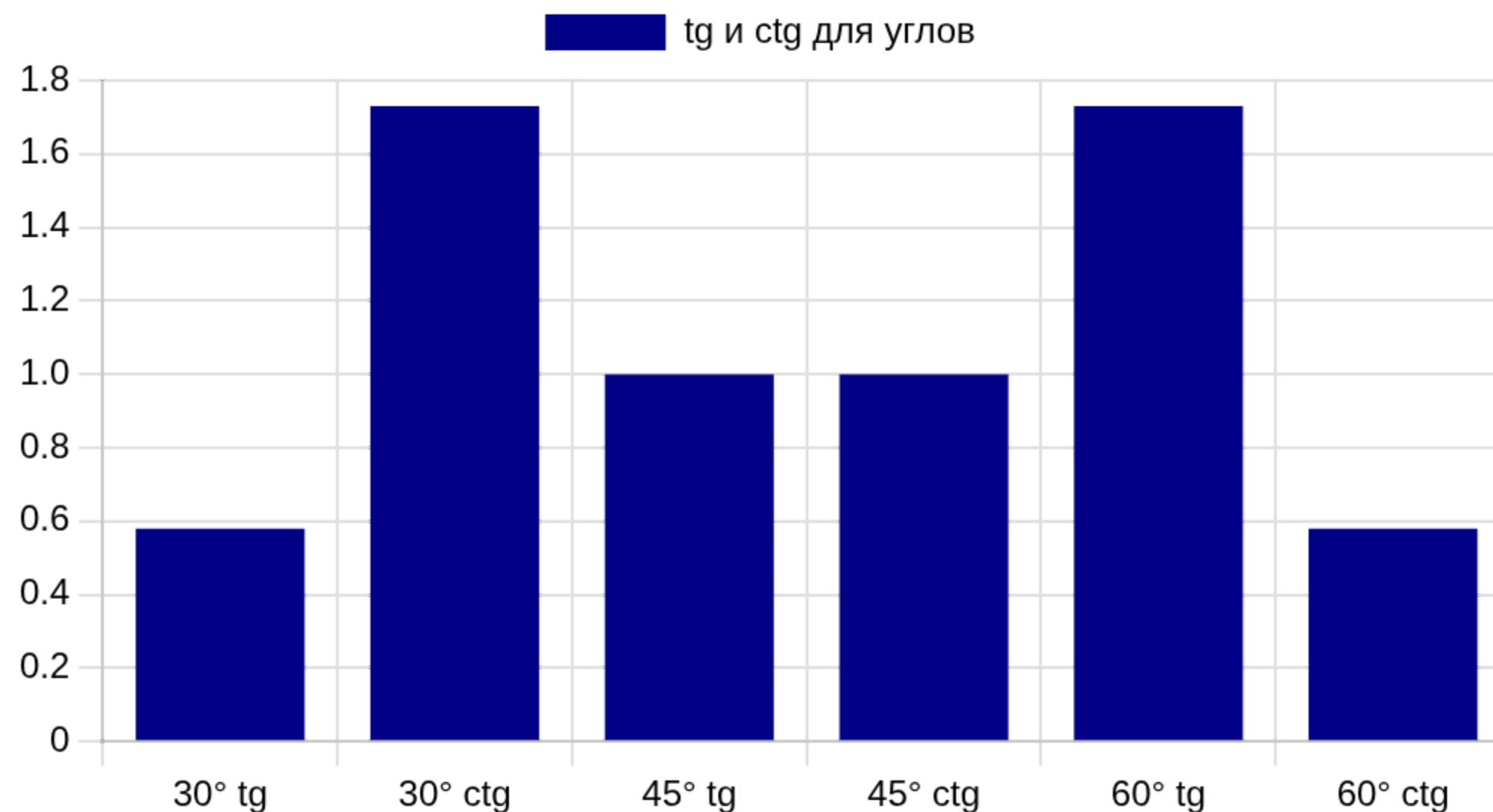
Если ответ получился неожиданным, полезно сравнить его с $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$. Связанные формулы помогают быстро заметить ошибку в подстановке или делении.

4

Когда это особенно полезно

В некоторых задачах стороны треугольника не даны напрямую, но известны $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$. Тогда можно сразу найти $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$ без дополнительных измерений.

Тангенс и котангенс как противоположные значения



На сравнении удобно видеть, как меняется величина одной функции при изменении другой.

Тангенс и котангенс движутся навстречу друг другу: когда один растёт, другой уменьшается.

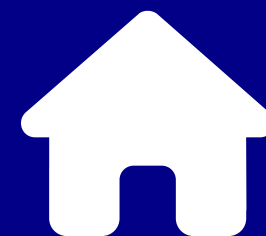
Школьная таблица значений $\tan$ и $\cotg$ для углов 30° , 45° , 60°

Где используются эти отношения



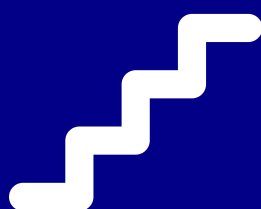
Высота объектов

По углу наблюдения и расстоянию до основания можно оценить высоту дерева, столба или здания. Тангенс и котангенс переводят геометрический рисунок в понятный расчёт.



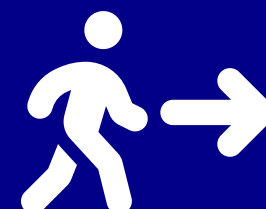
Наклон крыши

В строительных задачах эти отношения помогают описывать крутизну крыши, чтобы правильно выбрать форму и безопасный уклон. Чем больше угол, тем заметнее меняется отношение сторон.



Лестницы и подъёмы

При проектировании лестницы, пандуса или съезда важно связать высоту подъёма и длину основания. Тангенс и котангенс позволяют проверить, удобен ли наклон.



Движение по склону

В задачах на движение по склону функции показывают, насколько быстро меняется высота при продвижении вперёд. Это делает расчёты наглядными и близкими к реальной жизни.

Сравнение тангенса и котангенса

Функция	Формула	Числитель	При росте угла
$\operatorname{tg} \alpha$	п/п	противолеж.	растёт
$\operatorname{ctg} \alpha$	п/п	прилежащ.	уменьш.
45°	1	1	равны

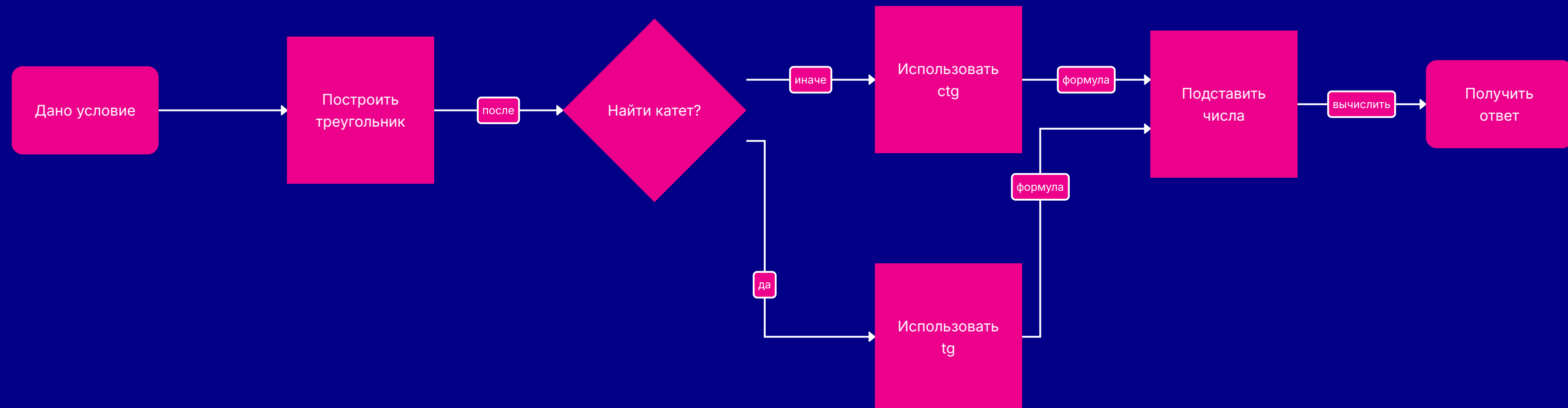
Таблица показывает, как устроены формулы и как меняются значения функций при увеличении угла.

Тангенс и котангенс — взаимно обратные по смыслу отношения. При увеличении угла один возрастает, а другой убывает; при 45° обе функции равны 1.

Школьная тригонометрия прямоугольного треугольника; основные определения функций tg и ctg .

Когда использовать tg , а когда ctg

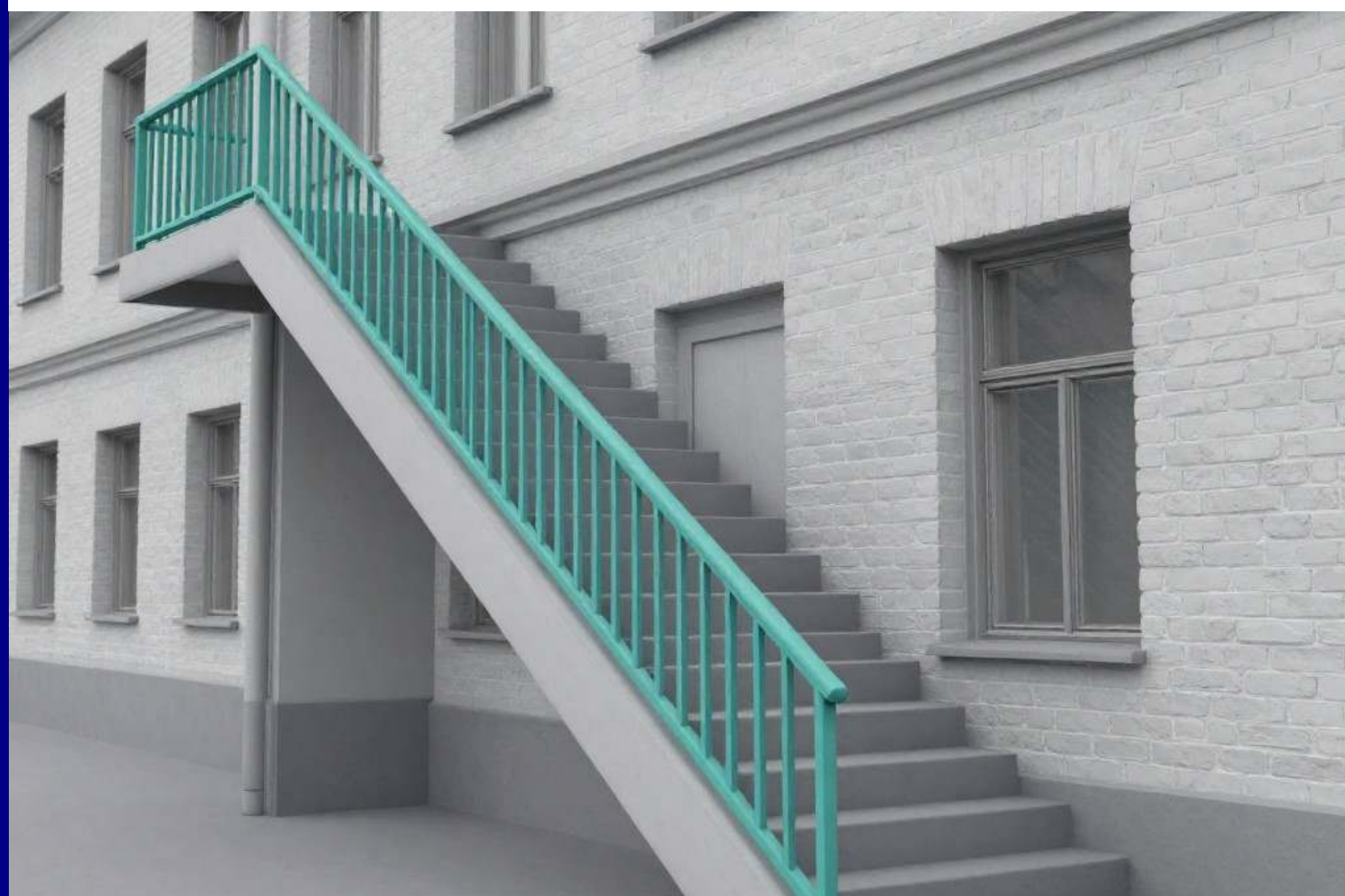
Схема основана на том, какие стороны известны в прямоугольном треугольнике и что требуется найти.



Наклон лестницы и крыши

Лестница к верхней площадке

На рисунке лестница поднимается к площадке под заметным углом. Если угол около 30° , подъём получается пологим; при 45° — более крутым, а при 60° уже требует заметно большего усилия при движении.

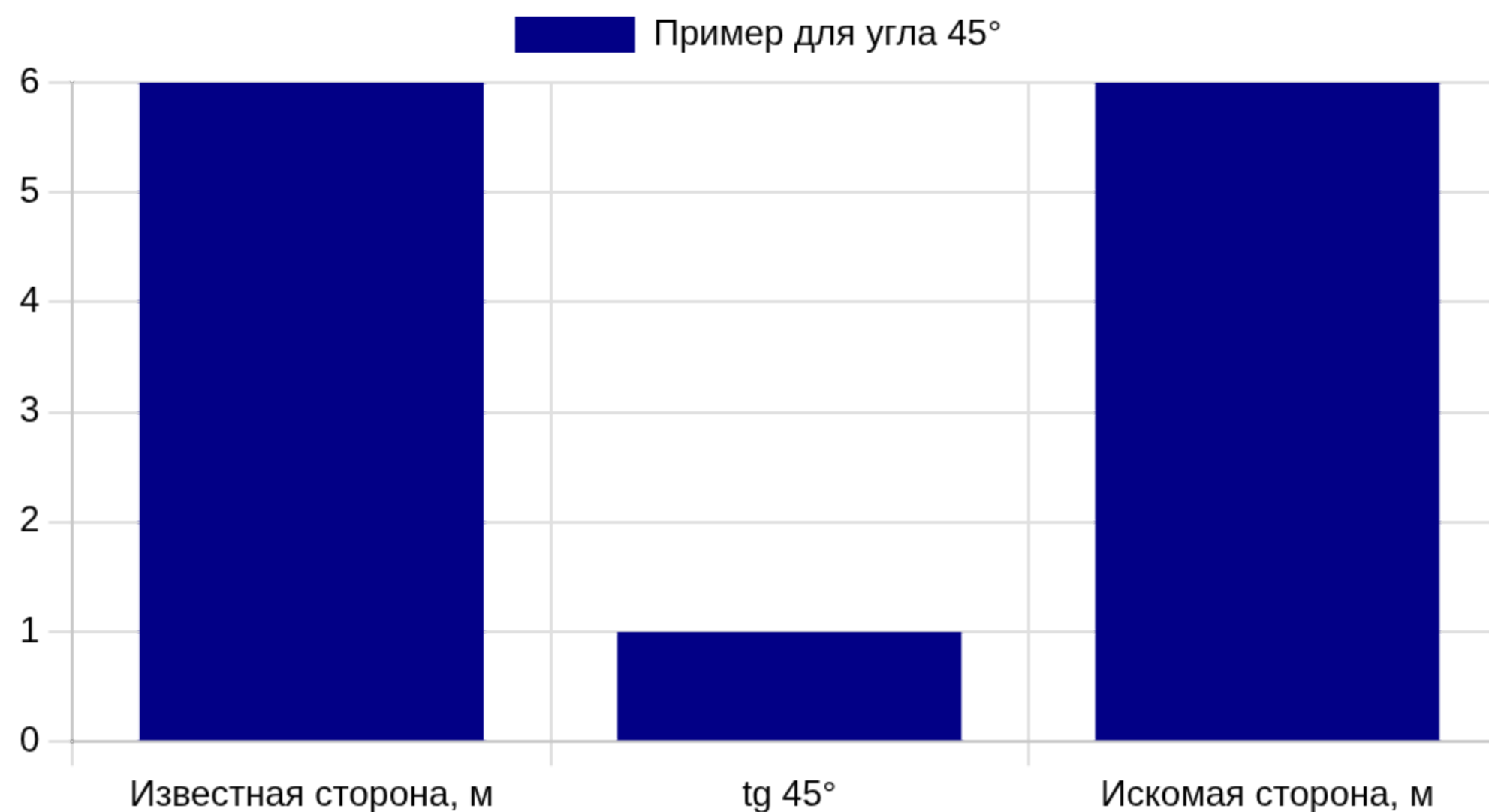


Крыша и пандус в одном масштабе

На другой схеме показаны крыша и пандус с одинаковым наклоном, но разной длиной. Угол помогает сравнить их крутизну без измерения каждой детали отдельно и сразу понять, где подъём выше.



Пример вычисления по тангенсу



При угле 45° тангенс равен 1, поэтому стороны при этом угле оказываются равными.

Если известен один катет, то при 45° второй катет находится сразу: он равен данному. Это самый простой пример применения tg .

Иллюстративный учебный пример по теме «Тангенс острого угла». Дата не требуется.

Типичные ошибки при работе с tg и ctg

Путают катеты

Главная ошибка — неверно определить прилежащий и противолежащий катеты. Чтобы не ошибиться, сначала отмечают выбранный угол, а потом смотрят, какая сторона лежит напротив него.

Берут гипотенузу

В формулах tg и ctg участвуют только катеты. Если вместо катета подставить гипотенузу, ответ получится неверным, даже если вычисления выполнены без ошибок.

Забывают особые углы

Нужно помнить, что $\operatorname{tg} 90^\circ$ не определён, а $\operatorname{ctg} 0^\circ$ не определён. Эти значения нельзя записывать как обычные числа, потому что отношение сторон в таких случаях не существует.

Не проверяют рисунок

Перед расчётом полезно ещё раз посмотреть на схему и подписи. Такая проверка помогает увидеть, правильно ли выбран угол, формула и единицы измерения результата.

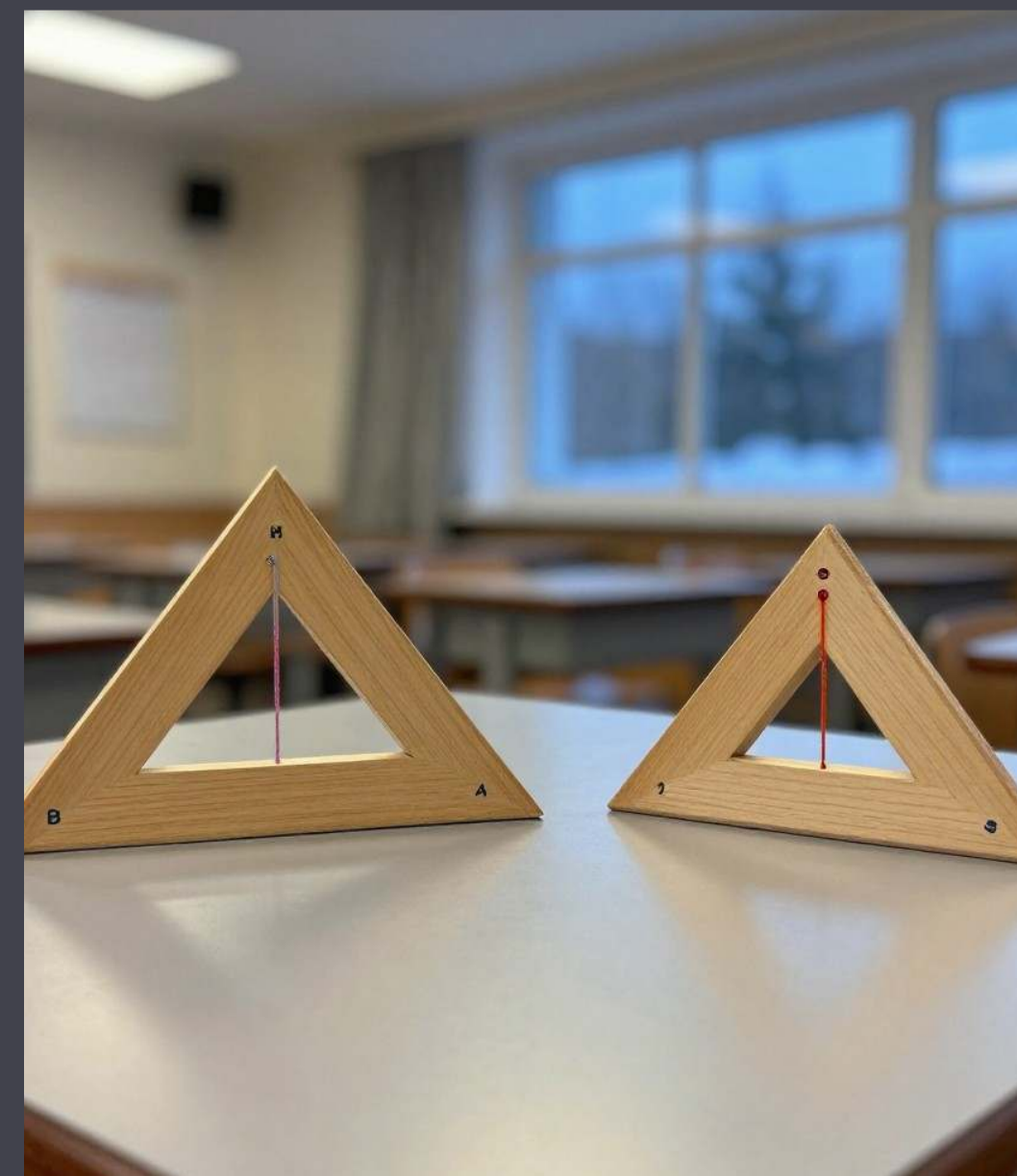


Таблица основных тригонометрических значений

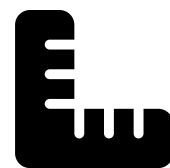
Угол	sin	cos	tg
30°	0,5	0,87	0,58
45°	0,71	0,71	1
60°	0,87	0,5	1,73

Для нескольких углов удобно запоминать не только тангенс и котангенс, но и синус с косинусом.

По таблице видно, что при переходе от 30° к 60° синус растёт, косинус уменьшается, а тангенс заметно увеличивается. Это удобно для быстрых проверок.

Табличные значения тригонометрических функций для углов 30°, 45° и 60°; школьный курс геометрии.

Как эти знания помогают в измерениях



Высота по расстоянию

Если известно расстояние до предмета и угол наблюдения, можно вычислить его высоту без прямого измерения. Так находят размеры объектов, к которым трудно подойти.



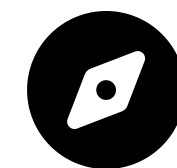
Строительные проверки

При проектировании зданий тангенс и котангенс используют для контроля наклона крыш, лестниц и пандусов. Благодаря этому конструкция получается удобной и безопасной.



Расчёт на местности

В геодезии и картографии такие отношения помогают оценивать уклоны, перепады высот и формы рельефа. Это делает карту и план более точными и понятными.

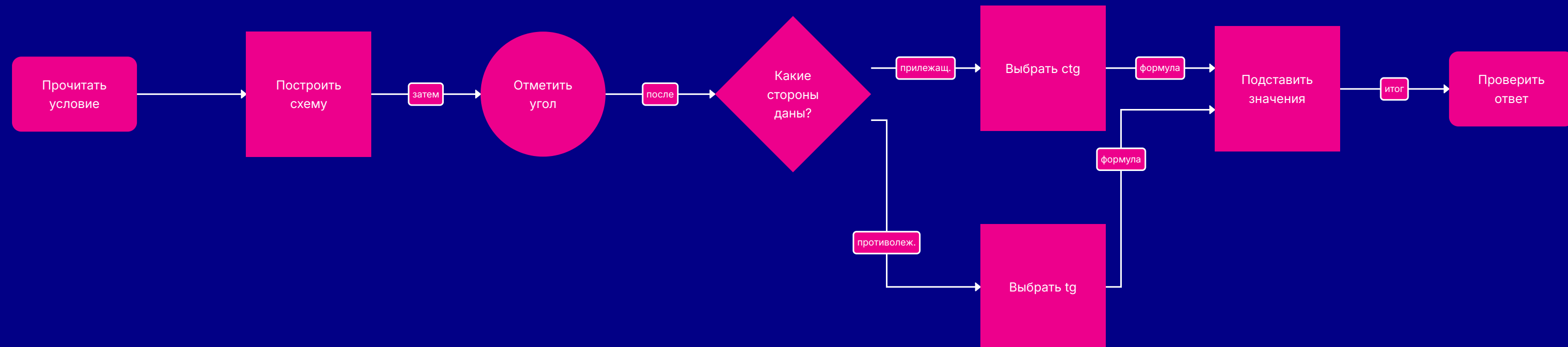


Измерение недоступного

Школьные задачи показывают важную идею: не всегда нужно подходить к объекту вплотную. Достаточно угла и одной измеренной длины, чтобы найти неизвестную величину.

Алгоритм решения задачи с tg и ctg

Последовательность шагов помогает не пропустить важные действия при решении геометрической задачи.



Главные выводы о тангенсе и котангенсе

Тангенс и котангенс связывают угол с отношением катетов и помогают решать реальные и учебные задачи. Главное — правильно определить стороны, выбрать формулу и уверенно использовать значения 30° , 45° и 60° .