

Свойства степени с целым показателем

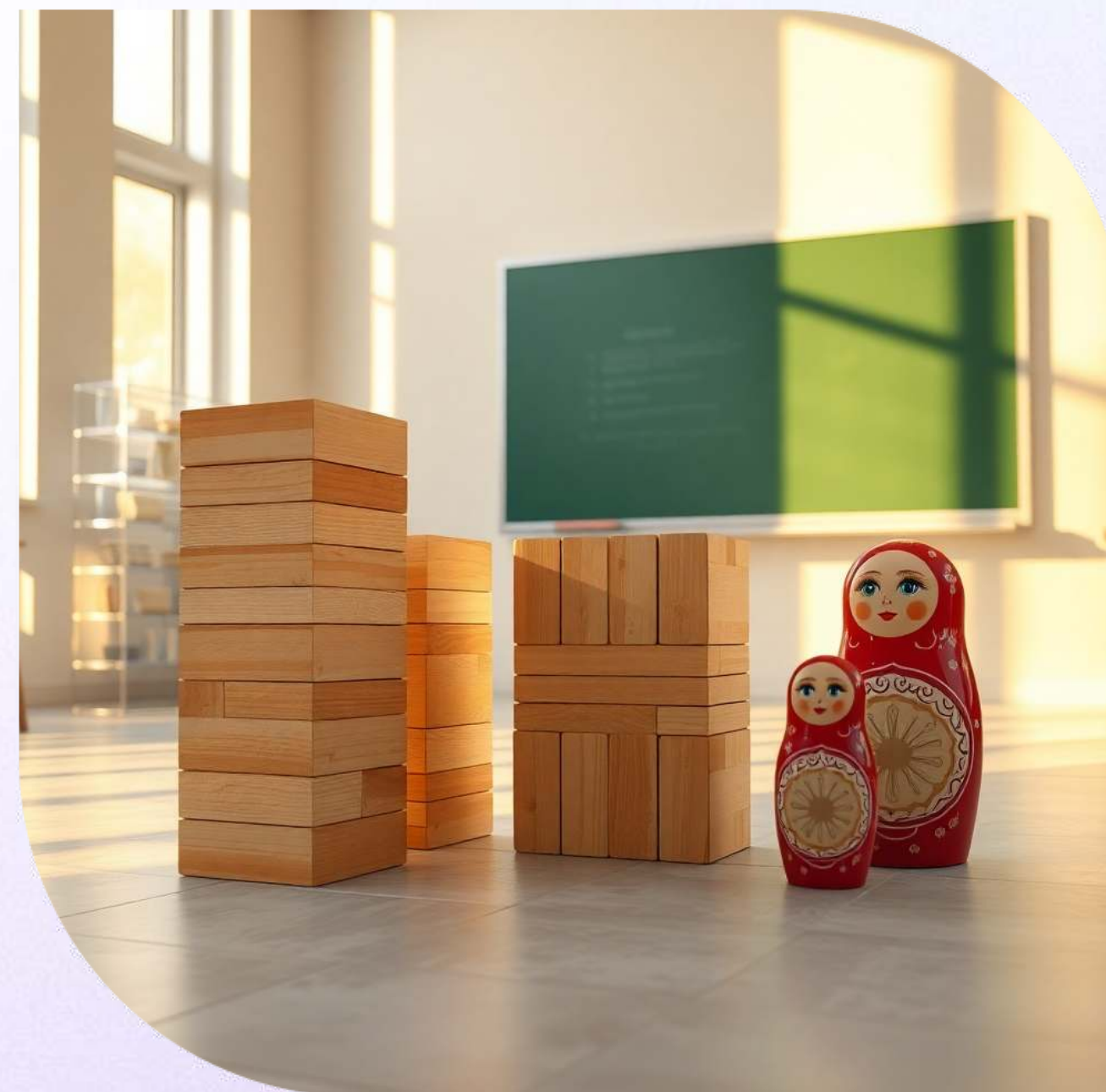
Степени помогают сокращать вычисления
и понимать правила алгебры.

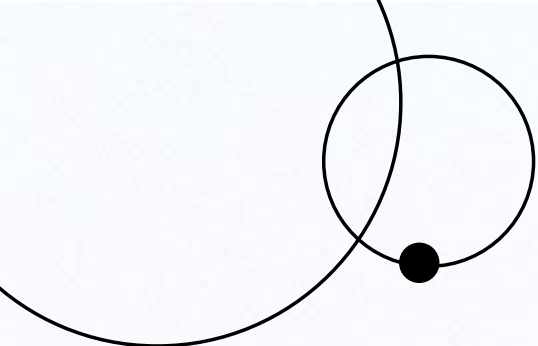




Степени вокруг нас: зачем их учить

Степенная запись экономит место и время: ею удобно писать большие и маленькие числа, сравнивать масштабы и быстрее упрощать выражения в математике, физике, химии, информатике и измерениях.





3

случая нужно
различать при работе
со степенью.

При целых показателях
важно помнить три случая:
повторное умножение,
единица в нулевой степени
и обратное число
при отрицательном
показателе.

✱ Определение степени с целым показателем

Положительный, нулевой и отрицательный показатель

- **Положительный показатель**

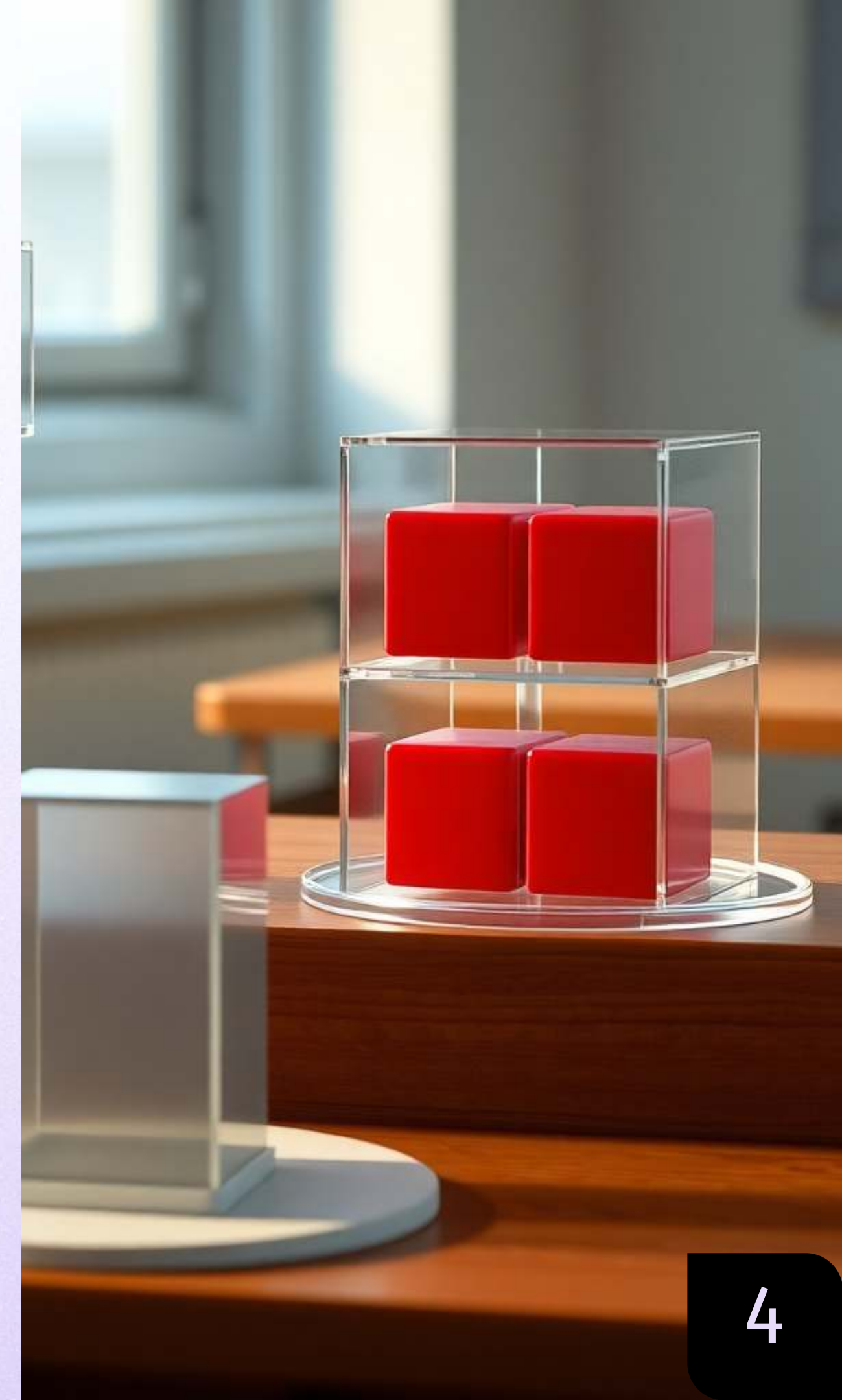
Он показывает, сколько раз число умножается само на себя. Например, 2^3 означает $2 \cdot 2 \cdot 2$ и даёт 8.

- **Нулевая степень**

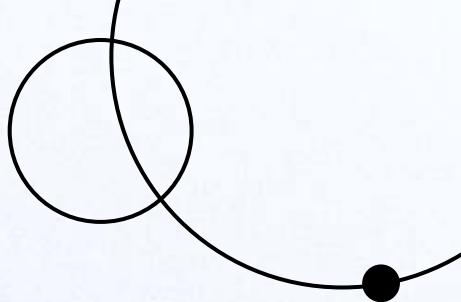
Для любого ненулевого основания степень с нулём равна 1. Это удобно помнить как правило, которое согласуется с делением степеней.

- **Отрицательный показатель**

Отрицательная степень не делает число отрицательным, а переводит его в дробь: $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$.



Основные свойства степени



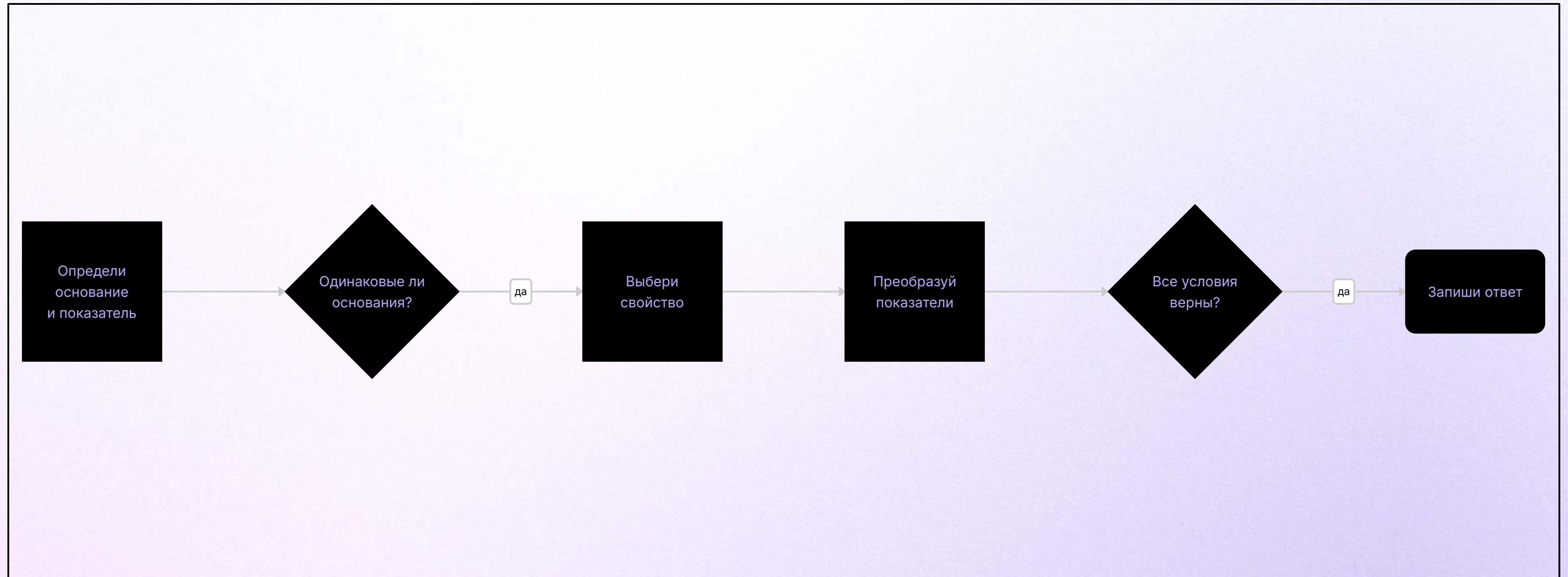
В таблице собраны формулы, которые чаще всего используются при преобразовании выражений со степенями, и условия, при которых они верны.

Свойство	Формула	Условие
Произведение	$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$	одно основание
Частное	$a^m : a^n = a^{(m-n)}$	$a \neq 0$
Степень степени	$(a^m)^n = a^{(mn)}$	скобки сохраняются
Степень дроби	$(a/b)^n = a^n/b^n$	$b \neq 0$

Одни свойства складывают или вычитают показатели, другие умножают их; для дробей и деления особенно важно следить за ненулевым основанием и знаменателем.

Как упрощать выражения со степенями

Пошаговый алгоритм выбора нужного свойства и проверки условий.



Свойство произведения степеней

1

Одно основание

Когда множители имеют одинаковое основание, оно сохраняется, а показатели складываются. Это позволяет заменить длинное умножение одной степенью с более крупным показателем.

2

Короткая запись

Запись $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$ удобна для быстрого счёта и упрощения выражений. Главное — не смешивать разные основания в одном преобразовании.

3

Пример с числами

$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$, потому что 3 и 4 складываются. Получается 128, но само правило работает быстрее, чем полный подсчёт.

4

С отрицательными показателями

Свойство сохраняется и при отрицательных показателях, если основание не равно нулю. Например, $x^5 \cdot x^{-2} = x^3$.

Свойство частного степеней

1 Разность показателей

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются. Это помогает сократить запись и сразу увидеть, какая степень останется после деления.

2 Когда возникает минус

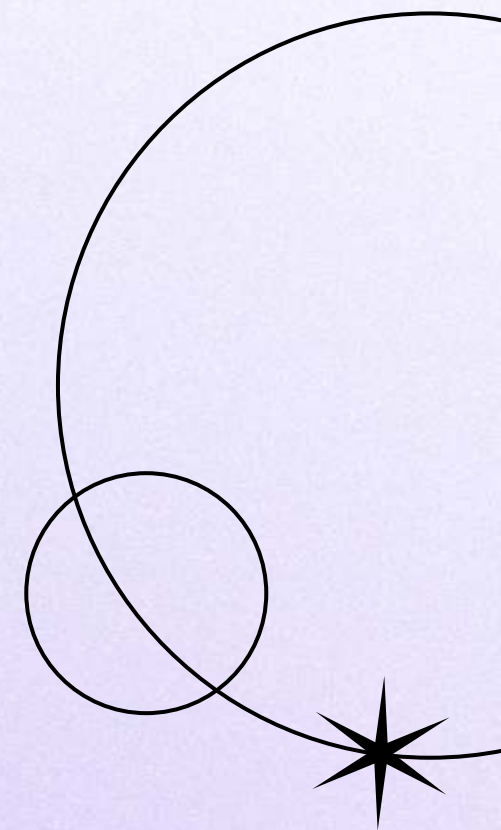
Если в знаменателе показатель больше, разность становится отрицательной. Тогда выражение можно переписать в виде дроби с обратным числом.

3 Пример вычисления

$5^2 : 5^4 = 5^{-2} = 1/25$. Такой переход показывает, как из деления степеней получается отрицательный показатель без лишних шагов.

4 Полезный вывод

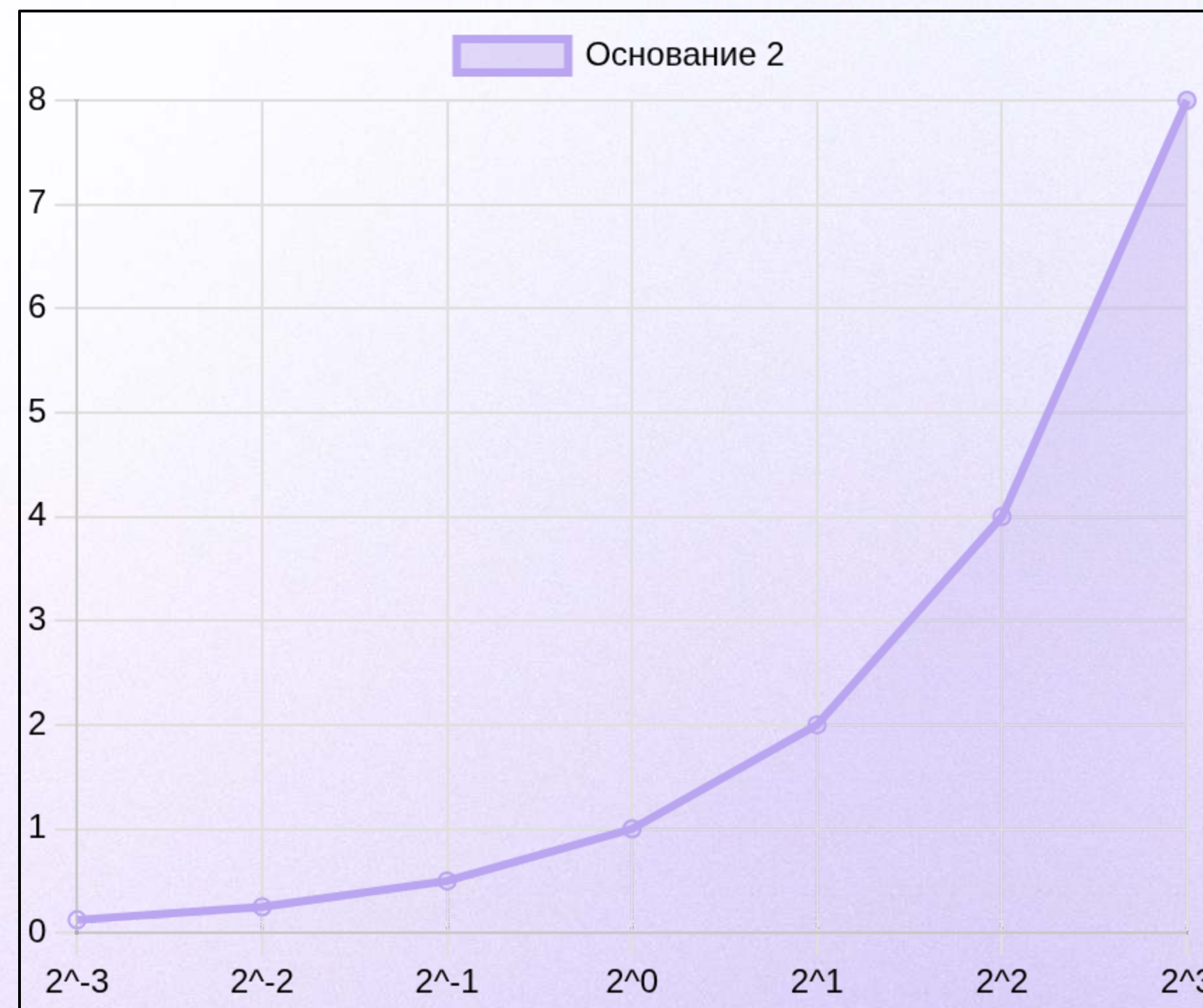
Свойство удобно для преобразования дробей и проверки ответов. Оно особенно важно, когда нужно перейти от дробной записи к более компактной форме.



Как меняется значение степени

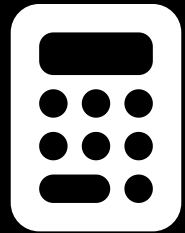
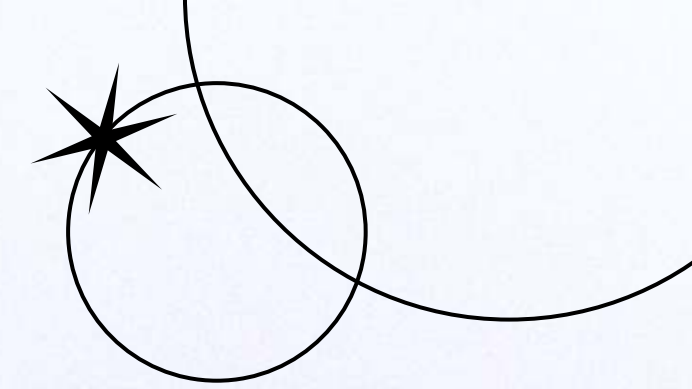
Ряд показывает плавный переход через единицу: отрицательные показатели дают дроби, нулевой — 1, а положительные быстро увеличивают значение.

Каждый шаг по показателю на 1 меняет значение вдвое, поэтому степень удобно представлять как последовательность взаимосвязанных чисел.



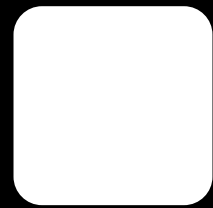
★ Вычисления по свойствам степени с основанием 2

Степень степени



Умножение показателей

При возведении степени в степень показатели не складываются, а перемножаются. Это главное правило помогает быстро преобразовывать выражения со скобками и несколькими степенями.



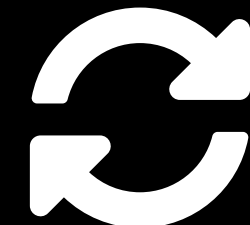
Пример без ошибок

$(3^2)^4 = 3^8$, потому что $2 \cdot 4 = 8$. Такой переход особенно полезен, когда нужно упростить запись перед дальнейшими вычислениями.



Типичная ошибка

Часто по привычке складывают показатели, но это неверно. Чтобы избежать ошибки, нужно внимательно смотреть на скобки и понимать, какая именно степень возводится.



Пример с отрицательным показателем

$(x^{-2})^3 = x^{-6}$. Правило работает и для отрицательных показателей, если основание не равно нулю, а знак степени меняется только после умножения.

Степень произведения и частного

Произведение множителей

При возведении произведения в степень каждый множитель получает тот же показатель. Это удобно, когда нужно раскрыть скобки и сразу записать ответ в компактной форме.

Примеры вычислений

Например, $(2x)^3 = 2^3 x^3 = 8x^3$, а $(3/5)^2 = 3^2/5^2 = 9/25$. В обоих случаях важно не потерять ни один множитель.

Степень дроби

Для дроби степень действует отдельно на числитель и знаменатель. Такое преобразование сохраняет смысл выражения и позволяет быстро упростить запись без лишних дробных черт.

Когда применять

Эти правила особенно полезны при преобразовании выражений со скобками, при проверке ответов и при переходе от длинной записи к более удобной и короткой.



Сравнение свойств на примерах

Свойство	Пример	Результат
Произведение	$2^3 \cdot 2^5$	2^8
Степень степени	$(2^3)^5$	2^{15}
Степень произведения	$(ab)^2$	a^2b^2
Нулевой показатель	4^0	1
Отрицательный показатель	7^{-1}	$1/7$

Таблица показывает, как по примеру распознать нужное свойство степени и какое преобразование должно получиться. Она помогает не смешивать разные правила.

Каждому примеру соответствует своё правило; выбрать его можно только по виду записи. Особенно важно не применять формулу «наугад» без проверки условий.

Отрицательный показатель как обратное число

- **Смысл знака**

Отрицательный показатель не делает число отрицательным. Он показывает, что нужно взять обратное число к степени с тем же положительным показателем.

- **Примеры перехода**

Поэтому $3^{-1} = 1/3$, $3^{-2} = 1/9$, а $(2/5)^{-1} = 5/2$. Чем больше модуль показателя, тем меньше значение дроби.

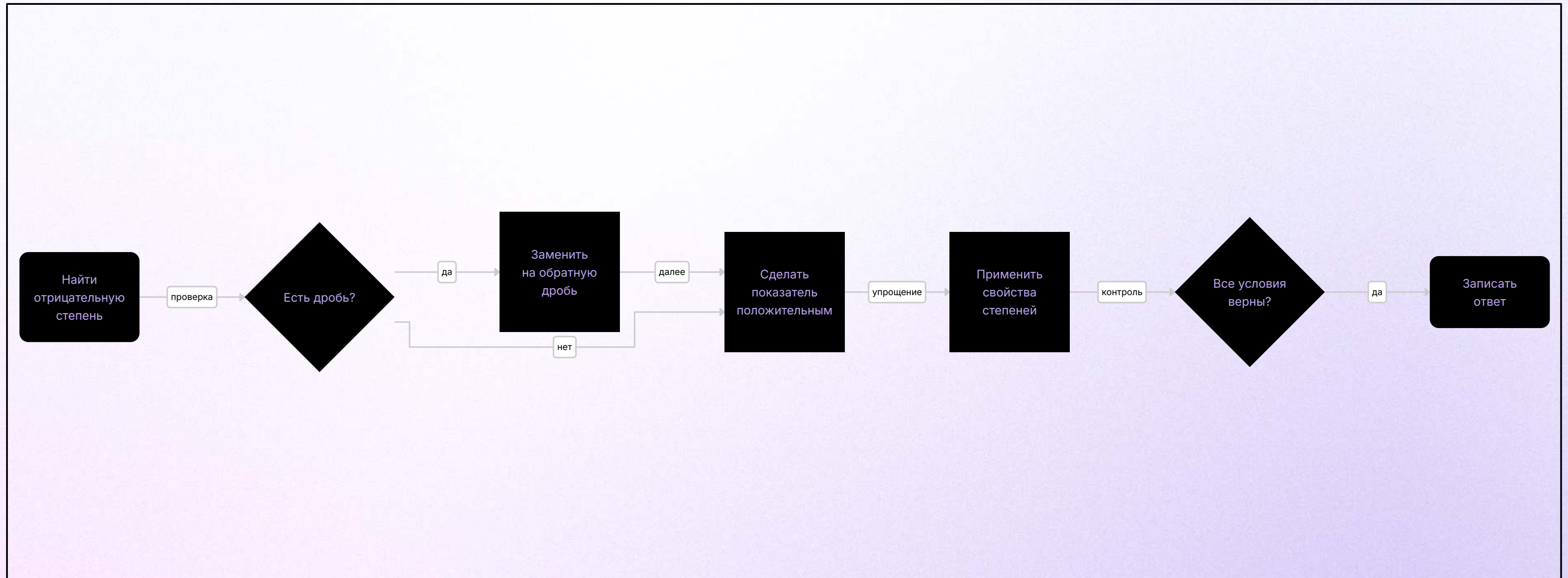
- **Удобная схема**

Полезно помнить переход: a^n и $1/a^n$ — это взаимно обратные записи. Такая связь помогает быстро преобразовывать выражения и избегать ошибок со знаком степени.



Преобразование отрицательных степеней

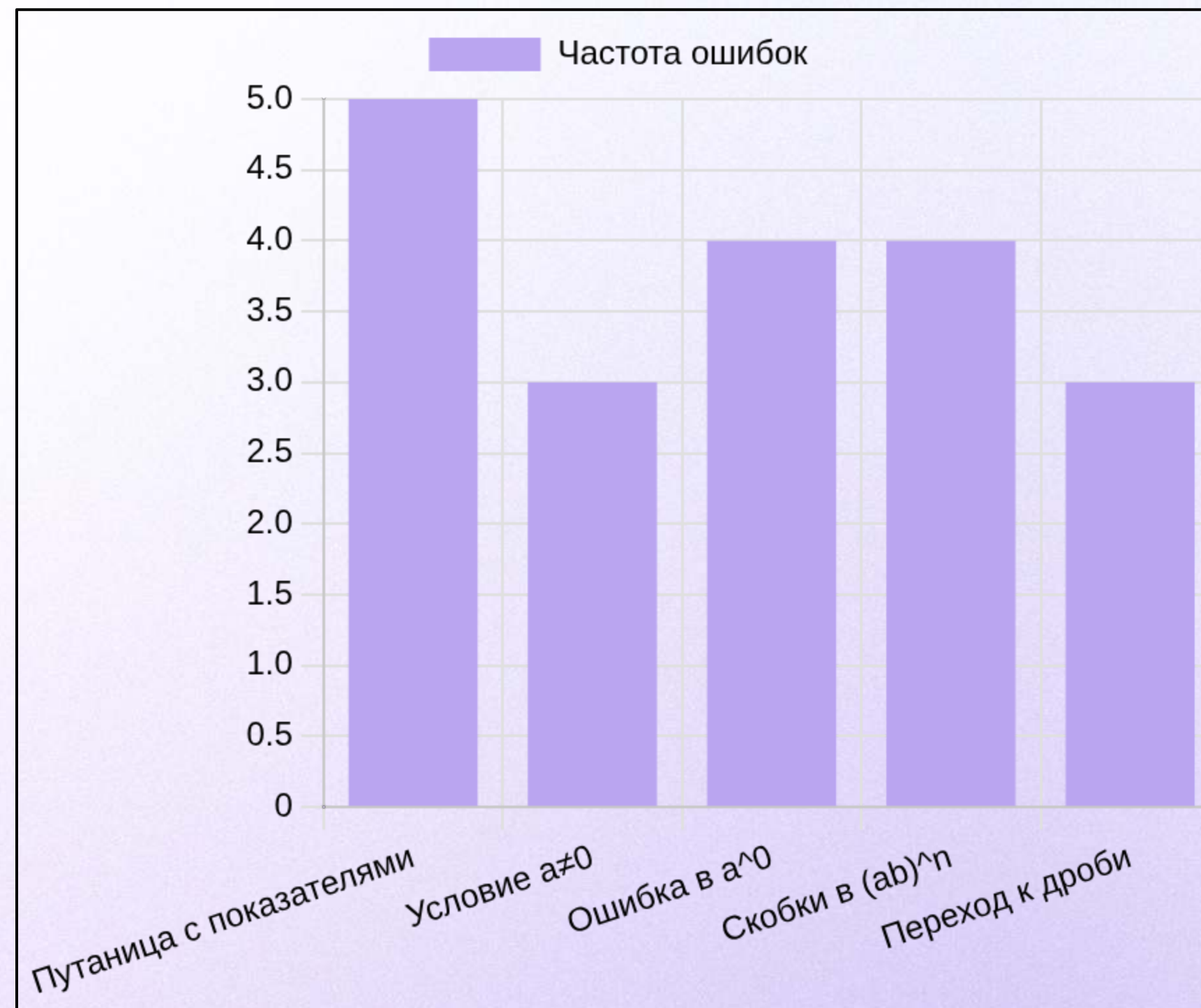
Последовательность шагов для упрощения выражений со степенями



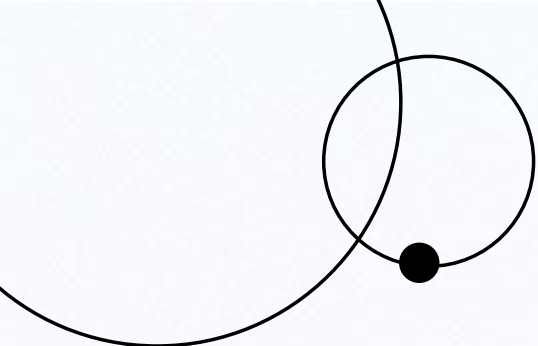
Типичные ошибки при работе со степенями

Ошибки чаще появляются там, где нужно внимательно читать запись и выбирать именно нужное свойство, а не пытаться выполнить преобразование по привычке.

Наиболее заметна путаница между правилами для произведения, степени степени и отрицательного показателя. Значит, главная защита от ошибок — проверка формы выражения.



★ Учебный анализ типичных ошибок при изучении степеней, 8 класс



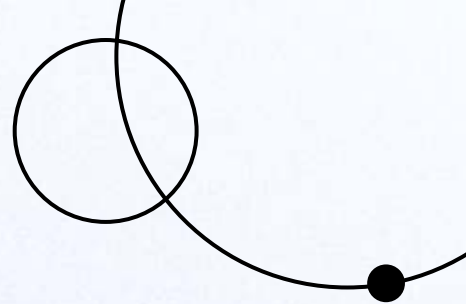
1

получается
при возведении
любого ненулевого
числа в нулевую
степень.

Это правило согласуется
с делением одинаковых
степеней: при сокращении
остаётся единица, поэтому
 a^0 удобно понимать
как результат такого
перехода.

★ Свойства степени с целым показателем, школьный
курс алгебры

Мини-практика на сравнение выражений



Сравните пары выражений и определите, равны ли они. Такие задания проверяют, умеете ли вы быстро применять свойства степени без лишних вычислений.

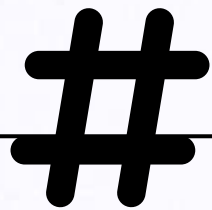
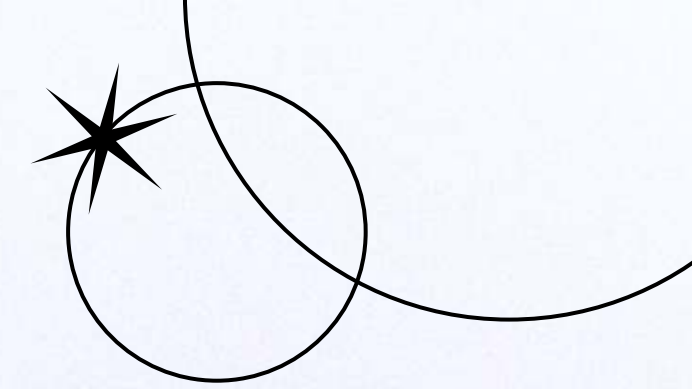
Выражения	Итог
$2^3 \cdot 2^2$ и 2^5	равны
$(x^2)^3$ и x^6	равны
5^0 и 1	равны
4^{-1} и $\frac{1}{4}$	равны

Все пары дают одинаковый результат, если правильно применить соответствующее правило. Это хороший способ проверить знание формул и аккуратность записи.



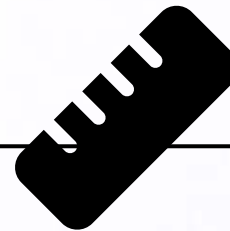
Задания по теме «Свойства степени с целым показателем»

Связь со стандартной записью чисел



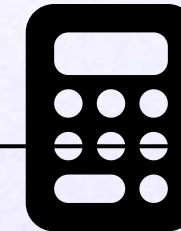
Степени десяти

Степени десяти помогают записывать большие и очень маленькие числа короче. Такая форма особенно полезна, когда нужно сравнивать значения разных масштабов.



Измерения

В длине, массе, времени и объёме часто встречаются числа в степенной записи. Она делает записи аккуратнее и удобнее для расчётов.



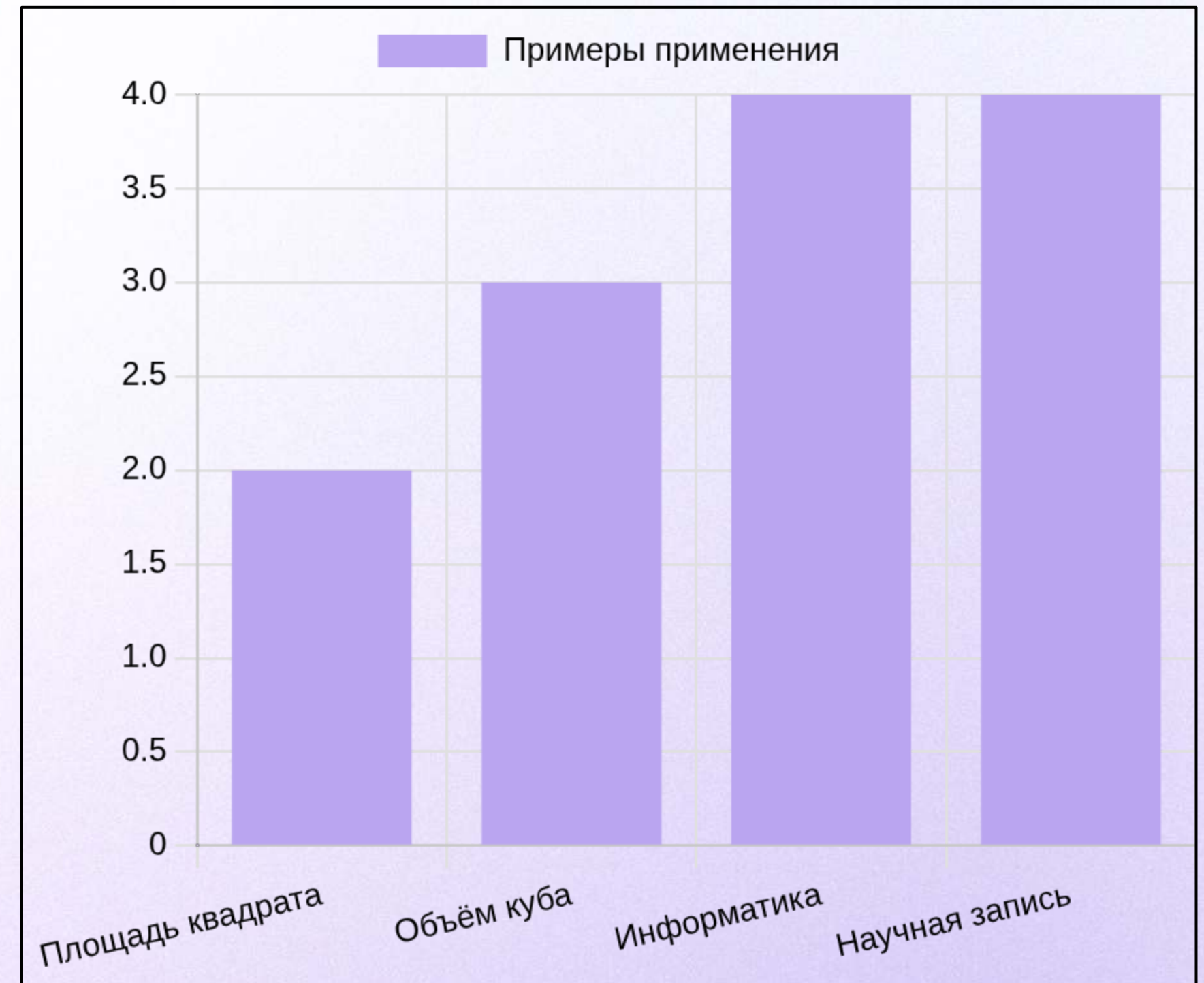
Быстрый переход

Правила степеней помогают переводить обычную запись числа в степенную и обратно. Это экономит время и снижает риск ошибки при вычислениях.

Где встречаются степени в реальных задачах

Степени помогают описывать не только геометрические формулы, но и большие массивы данных, а также очень крупные и очень малые числа.

Показатели степени встречаются в разных областях, потому что они удобно выражают повторяющиеся множители и большие масштабы в короткой записи.



★ Примеры из школьной математики и межпредметных задач

Главное о степенях: коротко и по делу

Степени с целым показателем помогают записывать повторное умножение, нулевую степень и обратные числа. Их свойства делают вычисления быстрее, а преобразование выражений — понятнее и аккуратнее.