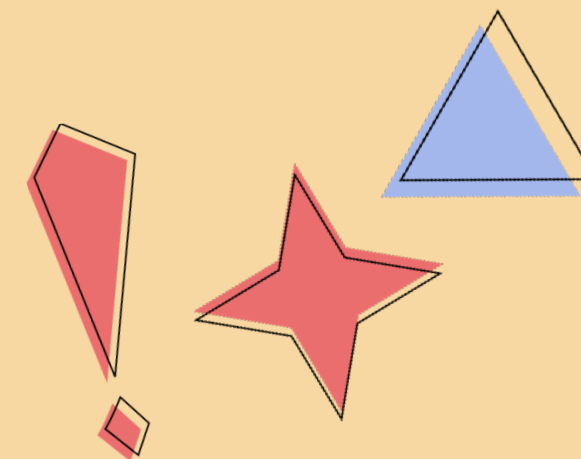


# Размещения: как считать варианты с учётом порядка

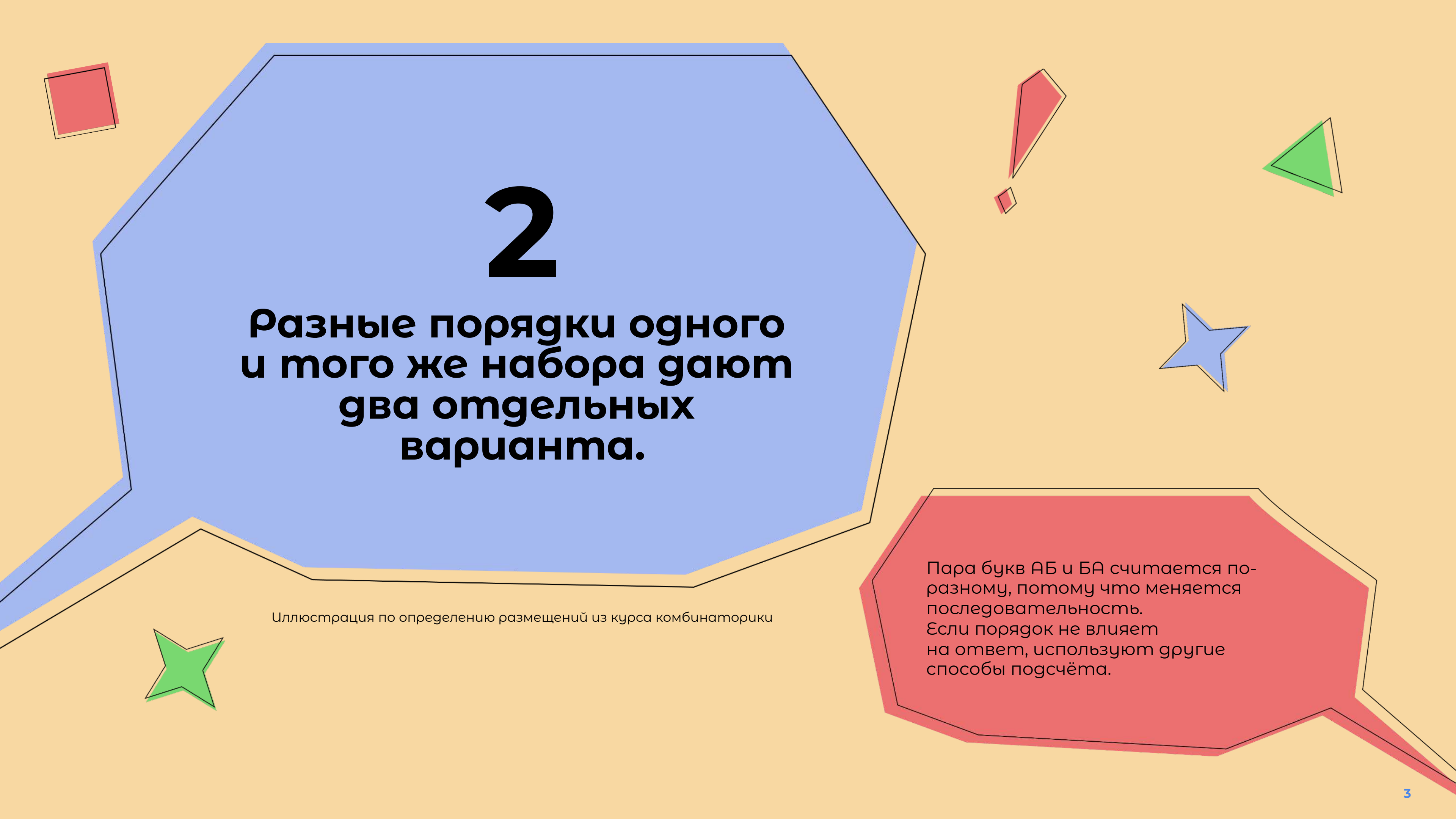
Учимся считать варианты, когда порядок выбора имеет значение.



# Зачем нужны размещения в 9 классе

Размещения помогают быстро считать число вариантов там, где полный перебор слишком долгий. В алгебре они связаны с факториалом, степенями и правилами подсчёта, а в задачах встречаются в ролях, кодах и расстановках.





2

**Разные порядки одного  
и того же набора дают  
два отдельных  
варианта.**

Иллюстрация по определению размещений из курса комбинаторики

Пара букв АБ и БА считается по-разному, потому что меняется последовательность. Если порядок не влияет на ответ, используют другие способы подсчёта.

# Размещения без повторений

## 1. Выбор без замены

Берут несколько разных объектов из набора и после выбора не возвращают их обратно. Поэтому каждый следующий шаг даёт меньше возможностей, чем предыдущий.

## 2. Порядок по ролям

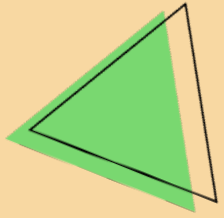
Если места различаются, то один и тот же набор объектов может дать разные варианты. Староста, заместитель и дежурный — это не одно и то же распределение.

## 3. Обозначение и пример

Число размещений без повторений записывают как  $A(n, k)$ . Например, из 5 учеников выбрать трёх на разные роли можно  $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$  способами.

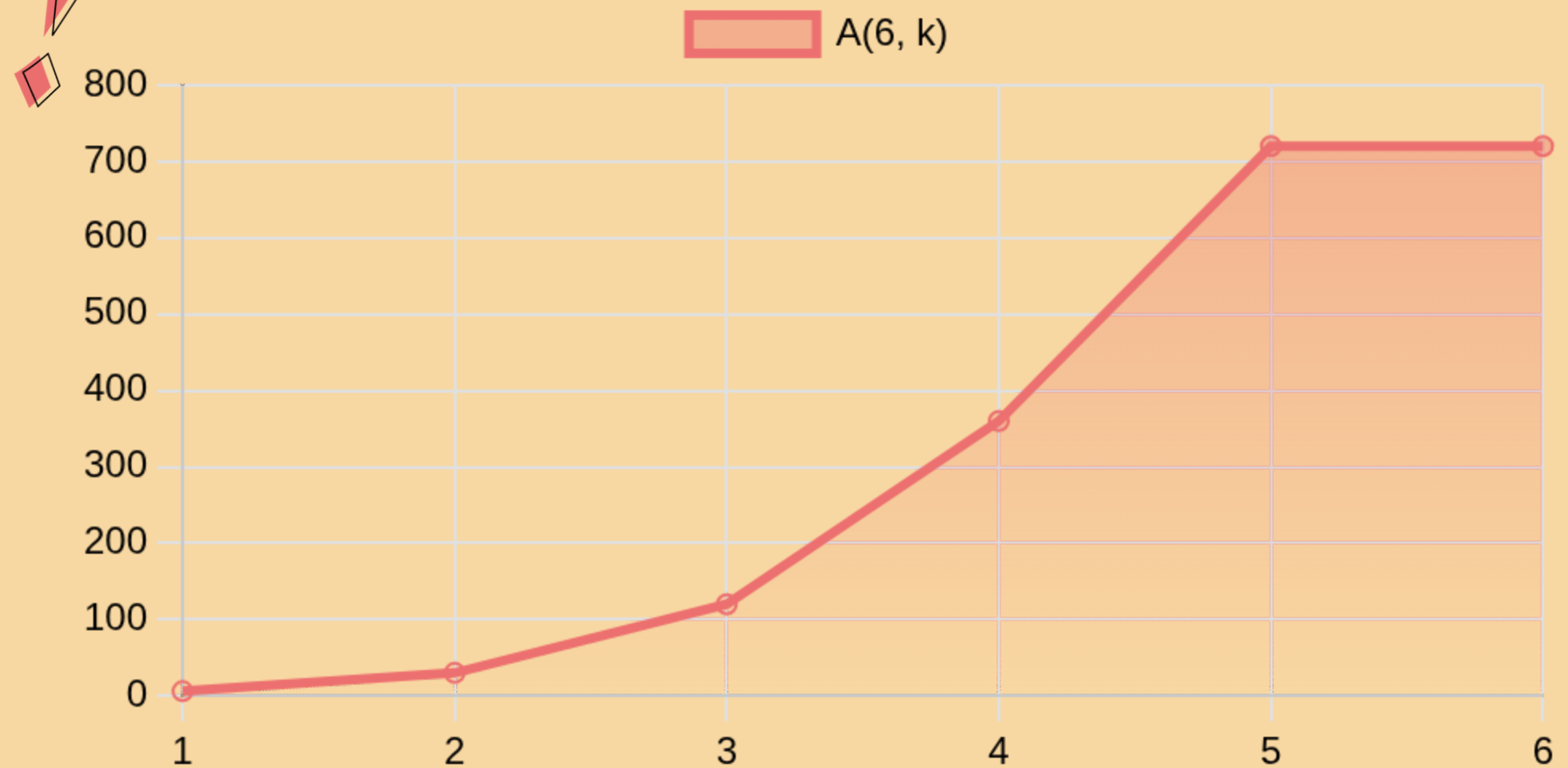
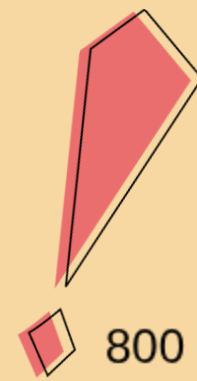
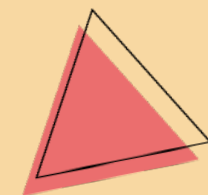
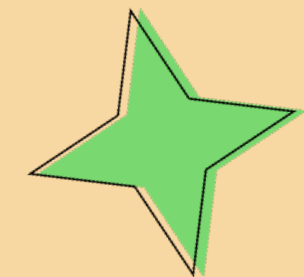


# Как быстро растёт число размещений

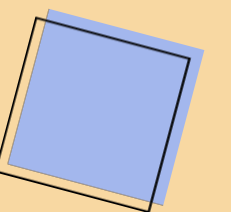


Даже небольшое увеличение числа мест резко меняет результат. Это особенно заметно, когда количество выбираемых позиций приближается к числу объектов.

Число вариантов растёт очень быстро, потому что на каждом шаге остаётся всё меньше доступных объектов.



Расчёты по формуле  $A(n, k) = n! / (n-k)!$



# Формула размещений без повторений

## Главная запись

Формула размещений без повторений выглядит так:  $A(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$ . Она показывает, как из общего числа объектов получить число упорядоченных выборов.

## Логика шагов

На первом месте можно поставить любой из  $n$  объектов, на втором — уже только  $n-1$ , затем  $n-2$  и так далее, пока не заполнятся все  $k$  мест.

## Когда выбирают всё

Если взять все  $n$  объектов, получается  $A(n, n) = n!$ . Это уже перестановка, потому что каждый объект используется ровно один раз и порядок полностью сохраняется.

## Почему удобно считать так

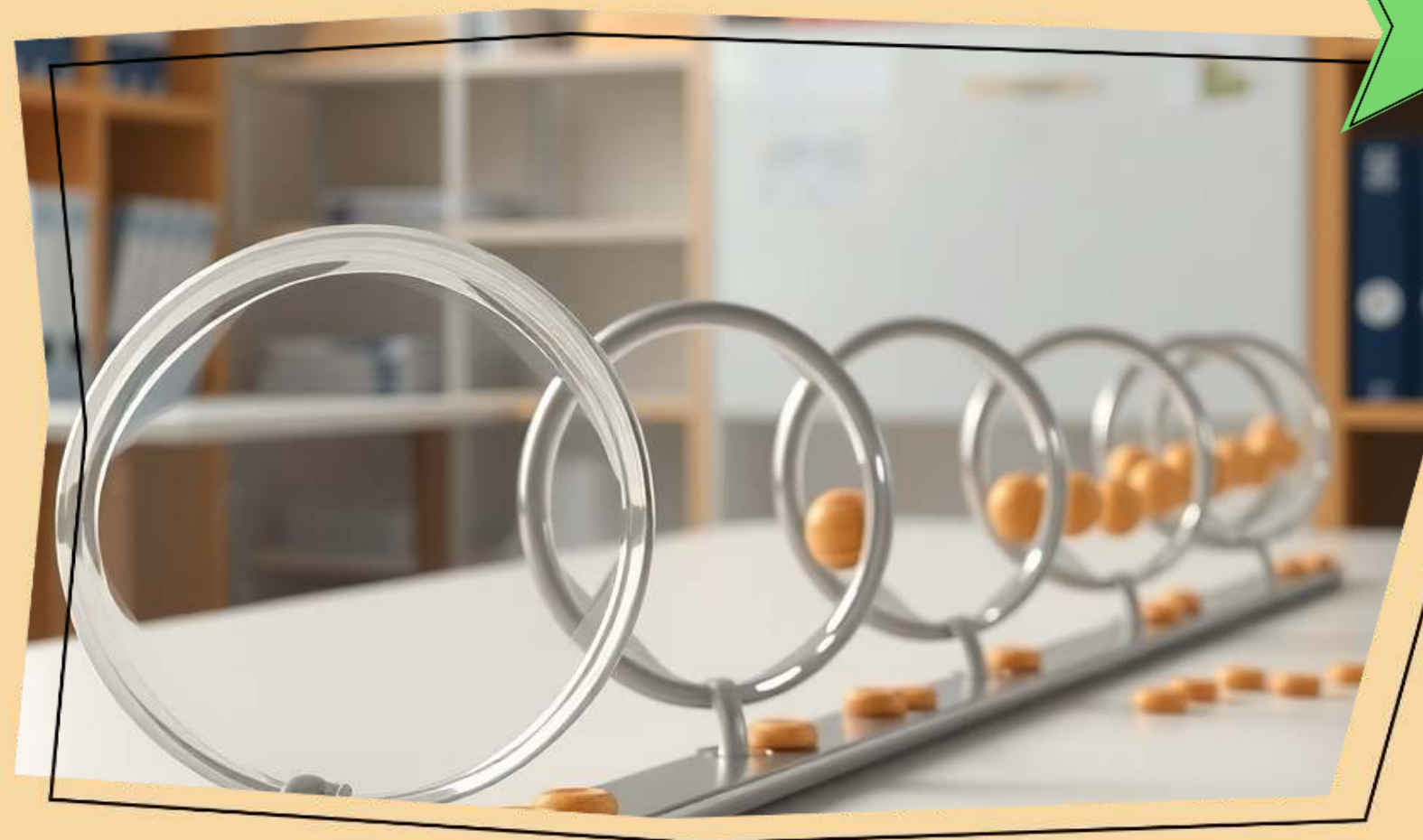
Формула помогает не перечислять все варианты вручную. Достаточно подставить  $n$  и  $k$ , чтобы быстро получить точный ответ для школьной задачи.

# Факториал как основа формулы



## Лестница выбора

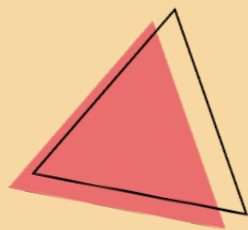
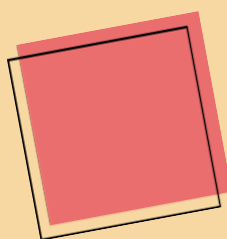
Факториал удобно представить как лестницу, по которой на каждом шаге остаётся меньше вариантов. Сначала есть все числа от 1 до  $n$ , потом часть из них отпадает. Именно поэтому факториал быстро растёт и становится основой для подсчёта размещений.



## Уменьшение возможностей

В задачах на размещения каждый следующий выбор делается из меньшего числа объектов. Такое постепенное уменьшение напоминает цепочку, где звено за звеном убираются использованные элементы. Поэтому запись через факториал точно отражает порядок и ограничение без повторений.

# Примеры вычисления размещений без повторений

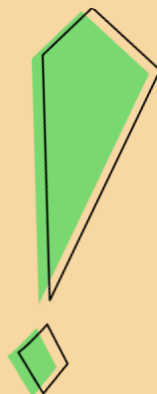
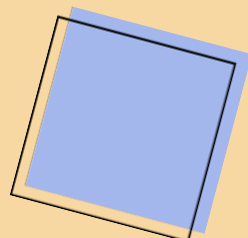
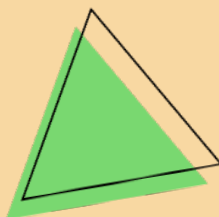


| n | k | A(n, k) | Пример               |
|---|---|---------|----------------------|
| 5 | 2 | 20      | две роли             |
| 6 | 3 | 120     | призовые места       |
| 7 | 4 | 840     | расстановка по ролям |

В таблице показано, как меняется число вариантов при разных значениях n и k.

Если добавить даже одно место, число вариантов заметно возрастает. Порядок выбора сильно влияет на ответ.

Расчёты по формуле  $A(n, k) = n! / (n - k)!$

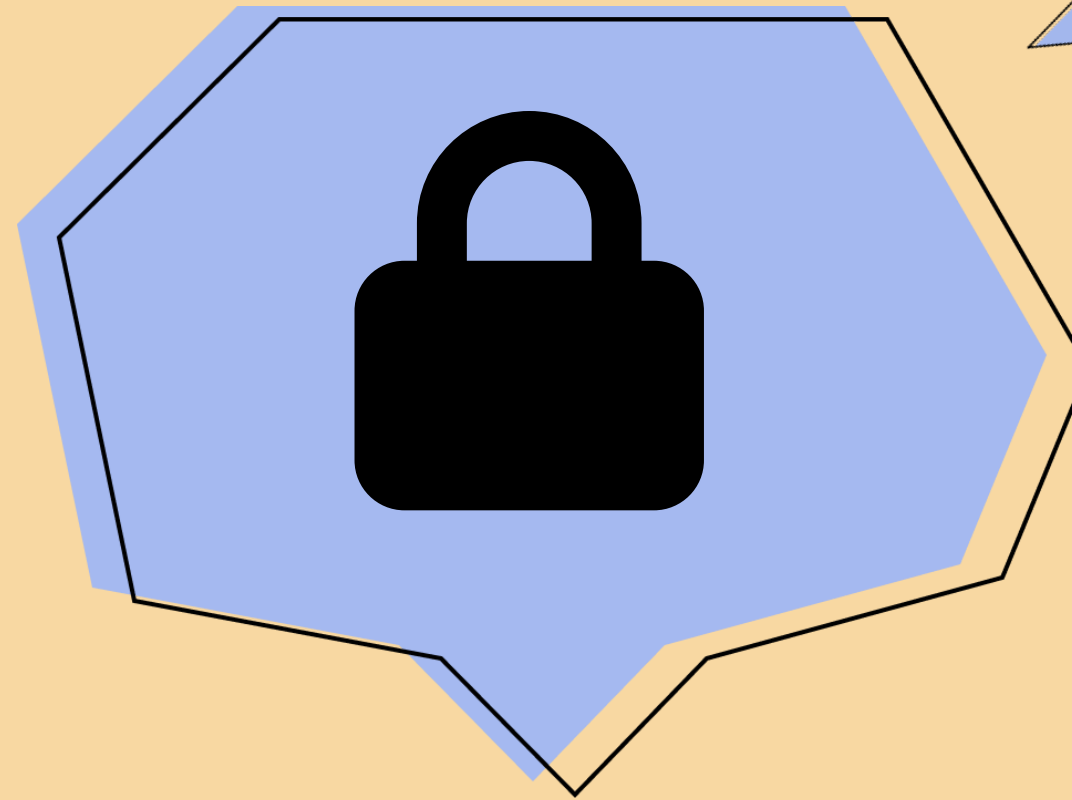


# Размещения с повторениями



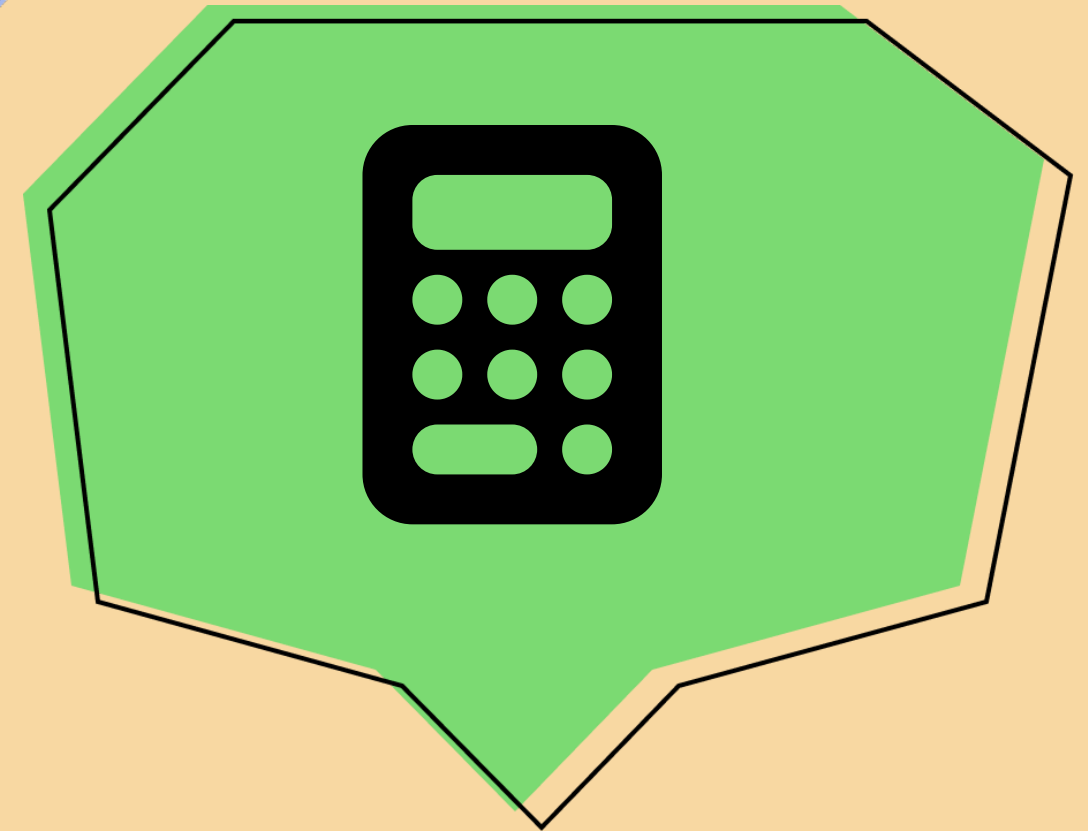
## Одна цифра может повторяться

Когда один и тот же объект можно использовать снова, каждый шаг выбора независим от предыдущего. Поэтому для подсчёта применяют степень  $n^k$ .



## Коды и пароли

Трёхзначный код из цифр от 0 до 9 имеет  $10^3$  вариантов. На каждой позиции можно поставить любую цифру, даже если она уже встречалась раньше.

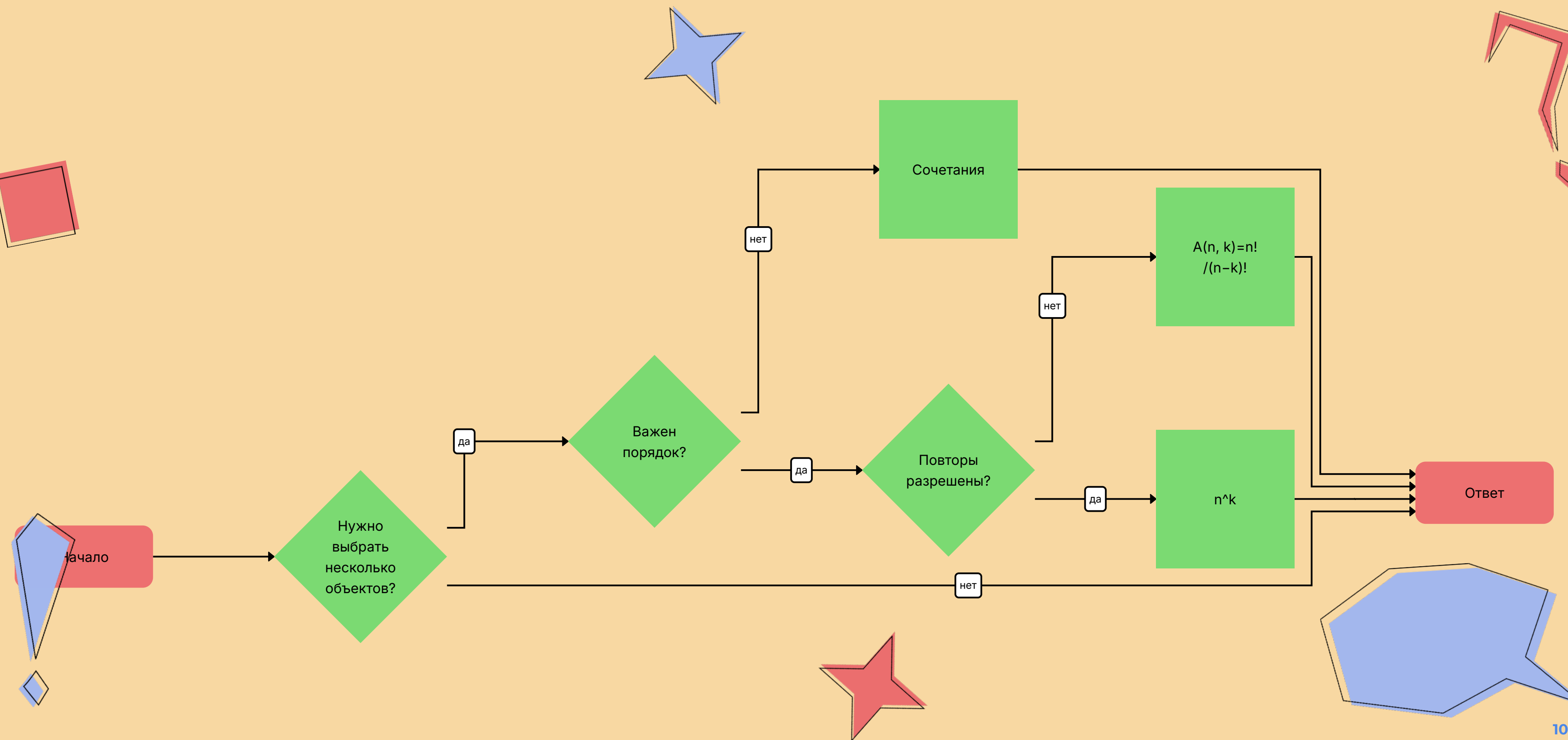


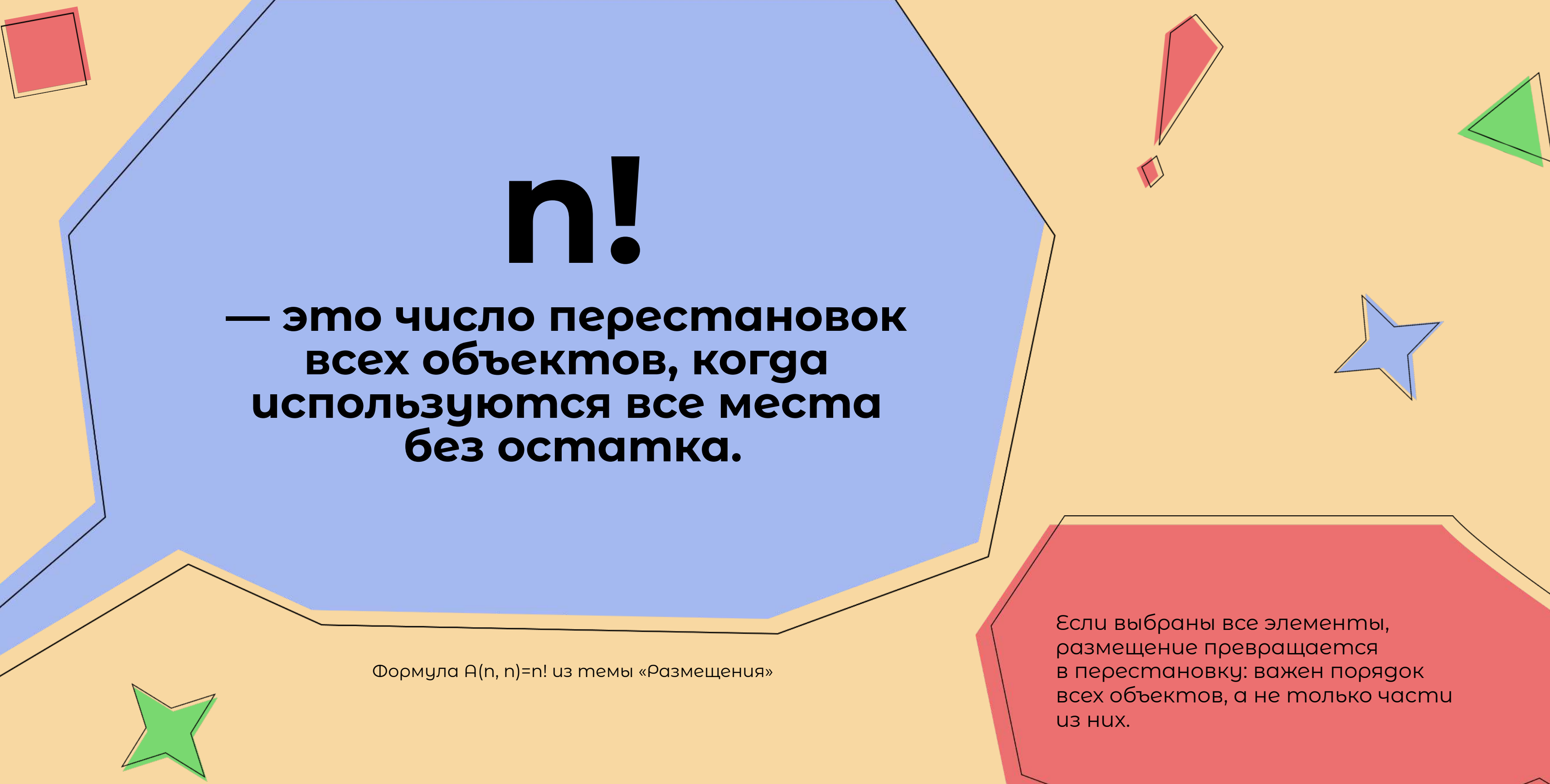
## Считаем по позициям

Повторы удобны, когда важна только последовательность, а не уникальность элементов. Тогда количество вариантов определяется числом позиций и числом доступных символов.

# Как определить тип задачи на подсчёт вариантов

Схема помогает выбрать нужную формулу по условиям задачи.





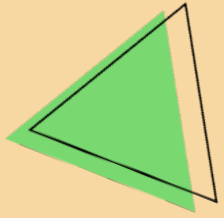
# $n!$

— это число перестановок  
всех объектов, когда  
используются все места  
без остатка.

Формула  $A(n, n) = n!$  из темы «Размещения»

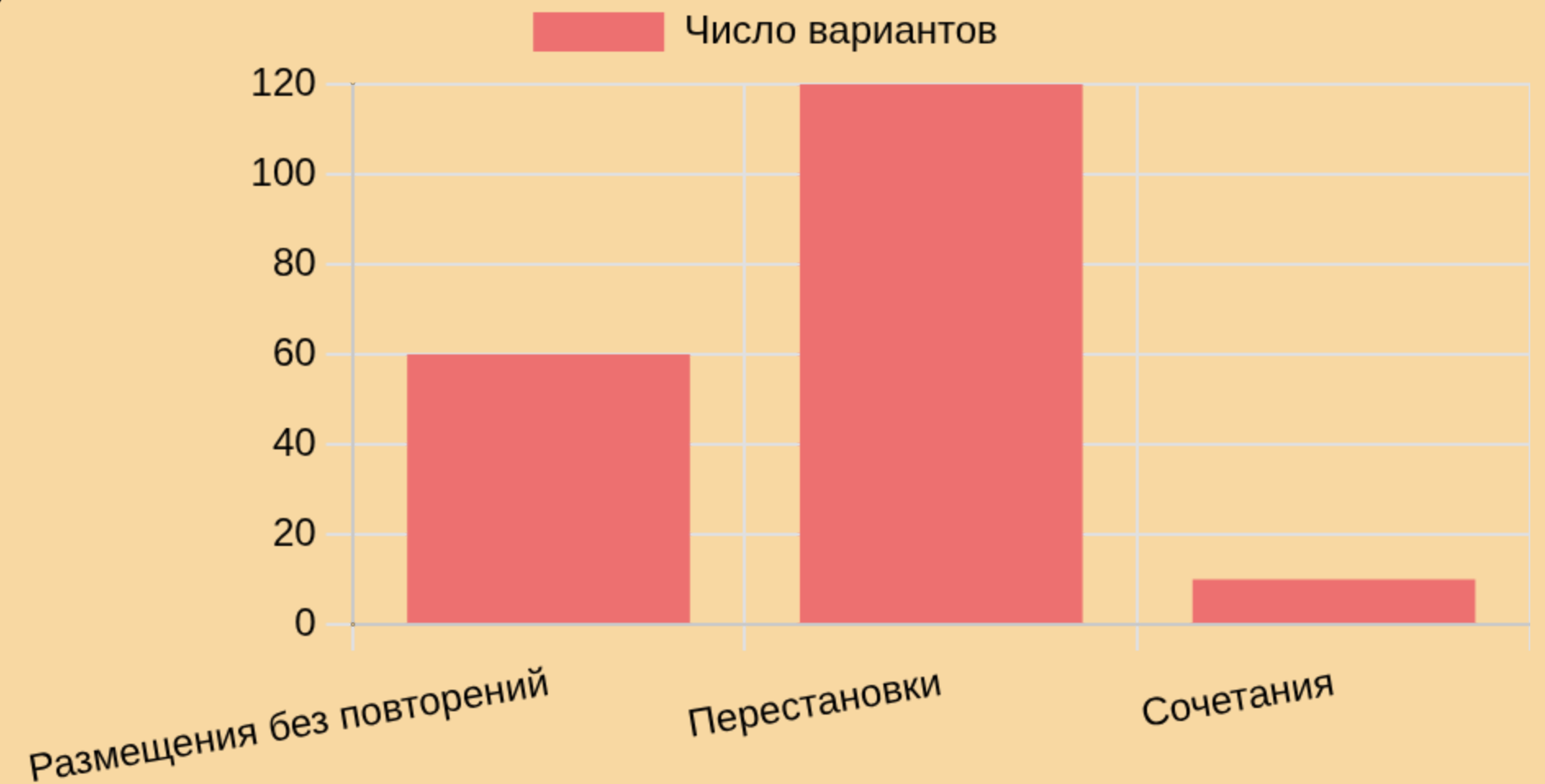
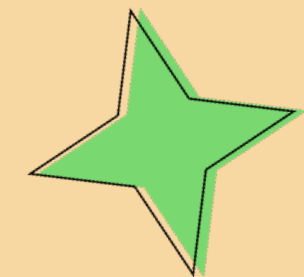
Если выбраны все элементы,  
размещение превращается  
в перестановку: важен порядок  
всех объектов, а не только части  
из них.

# Сравнение трёх способов подсчёта на одном наборе

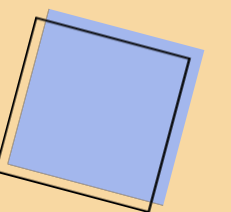
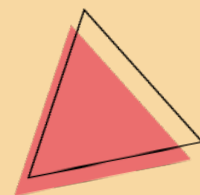


Один и тот же набор из 5 объектов и 3 мест даёт разные результаты в зависимости от того, учитывается ли порядок выбора.

Порядок заметно увеличивает число вариантов; при одинаковых данных размещения дают больше ответов, чем сочетания, но меньше, чем полная перестановка.



Расчёт по формулам размещений, перестановок и сочетаний для  $n=5$ ,  $k=3$



# Коды, пароли и цифровые замки

1.

## Каждая позиция независима

В коде каждая цифра выбирается отдельно, поэтому один и тот же символ может повторяться. Именно это делает задачу похожей на размещения с повторениями.

2.

## Считаем все варианты

Для четырёхзначного кода из цифр 0–9 количество комбинаций равно  $10^4$ . Это удобно считать степенью, а не перечислять все возможные записи вручную.

3.

## Ноль на первом месте

Если код начинается с нуля, он всё равно считается допустимым. Поэтому число вариантов не уменьшается: каждая позиция имеет одинаковый набор из десяти цифр.



# Типичные ошибки в задачах на размещения

## Игнорирование порядка

Если перепутать порядок с набором, ответ получится неверным. Записи АБ и БА — разные варианты, поэтому их нельзя объединять в один случай.

## Лишний факториал

Формулу  $n!$  применяют только тогда, когда используются все объекты. Если выбрано лишь  $k$  мест, нужно считать размещения, а не перестановки целиком.

## Забутые повторы

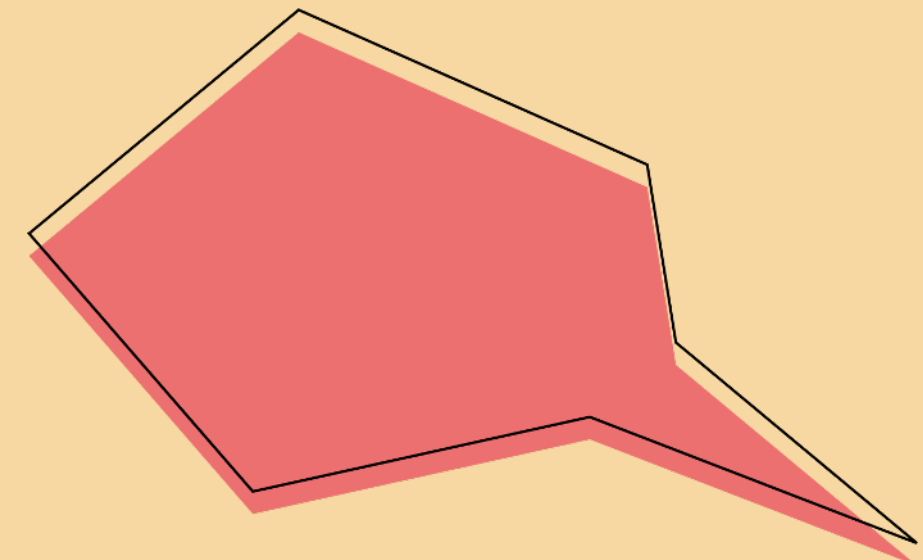
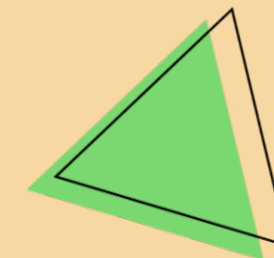
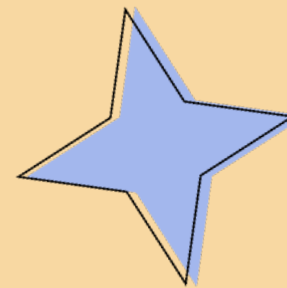
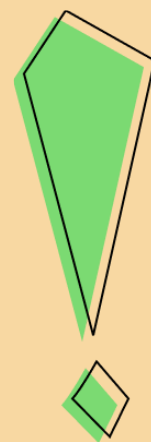
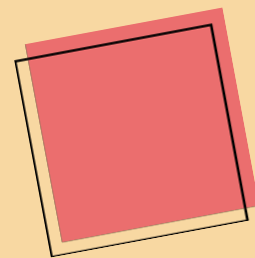
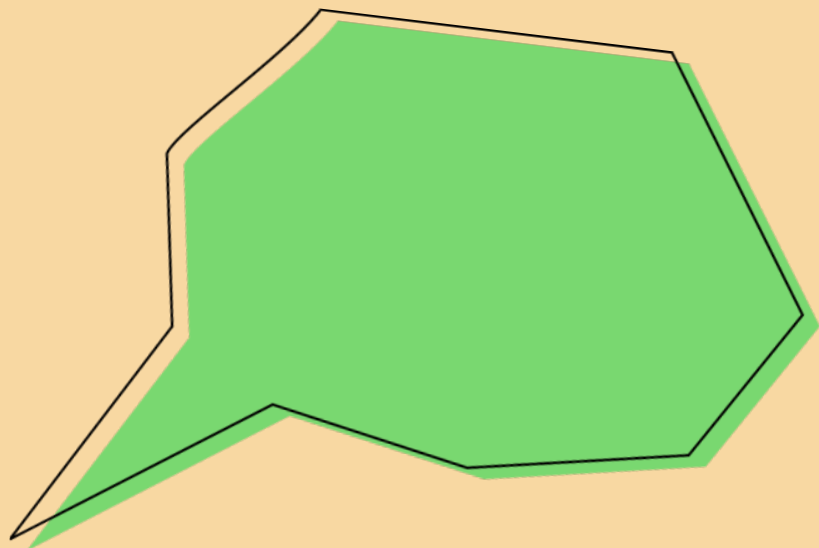
В задачах с кодами и паролями один символ может использоваться несколько раз. Если это условие пропустить, число вариантов будет занижено.

## Путаница с сочетаниями

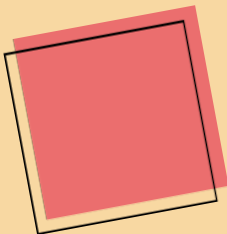
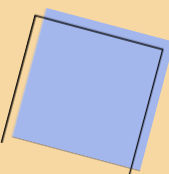
Когда порядок не важен, речь уже идёт о сочетаниях. Перед вычислением полезно сразу определить, требуется ли различать только набор или ещё и расположение.

## Непроверенный ответ

Перед решением задайте себе три вопроса: важен ли порядок, разрешены ли повторы и нужно ли использовать все объекты. Это быстро подсказывает нужную формулу.

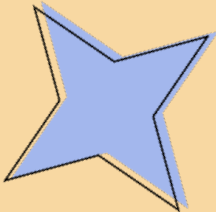
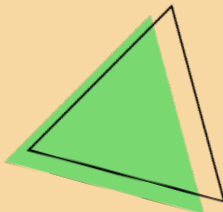


# Формула и условие задачи



| Условие               | Формула                   | Пример |
|-----------------------|---------------------------|--------|
| Порядок, без повторов | $A(n, k) = n! / (n - k)!$ | Роли   |
| Порядок, с повторами  | $n^k$                     | Код    |
| Без порядка           | Сочетания                 | Группа |

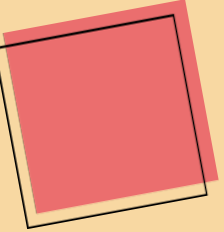
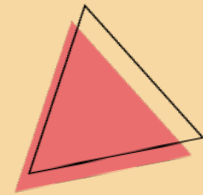
Стандартные формулы комбинаторики



Одна и та же ситуация даёт разные ответы, если меняются порядок, повторы или число выбранных объектов.

Главное — сначала определить условие задачи. Именно оно выбирает формулу и полностью меняет результат подсчёта.

# Алгоритм решения задач на размещения в 9 классе



## 1. Определить $n$ и $k$

Сначала выясняют, сколько объектов дано и сколько мест или позиций нужно заполнить. Это основа для дальнейшего выбора формулы.

## 2. Проверить условия

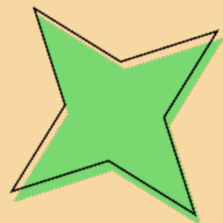
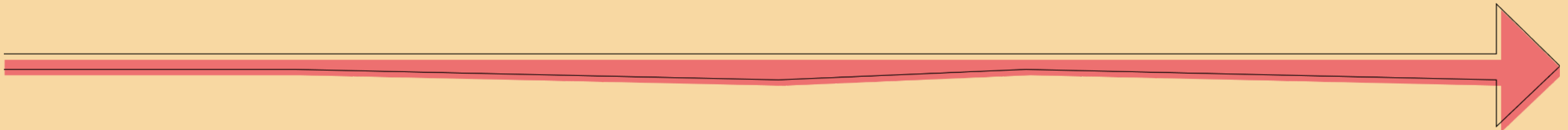
Затем смотрят, важен ли порядок и разрешены ли повторения. Эти два признака сразу разделяют задачи на разные виды подсчёта.

## 3. Выбрать формулу

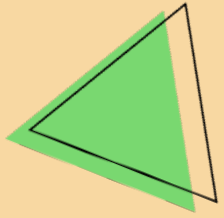
Если порядок важен, используют  $A(n, k)$  или  $n^k$ . Если нужно взять все объекты, появляется частный случай с факториалом.

## 4. Посчитать и записать ответ

После вычислений аккуратно оформляют результат в соответствии с условием задачи, не забывая о единицах счёта и проверке логики ответа.

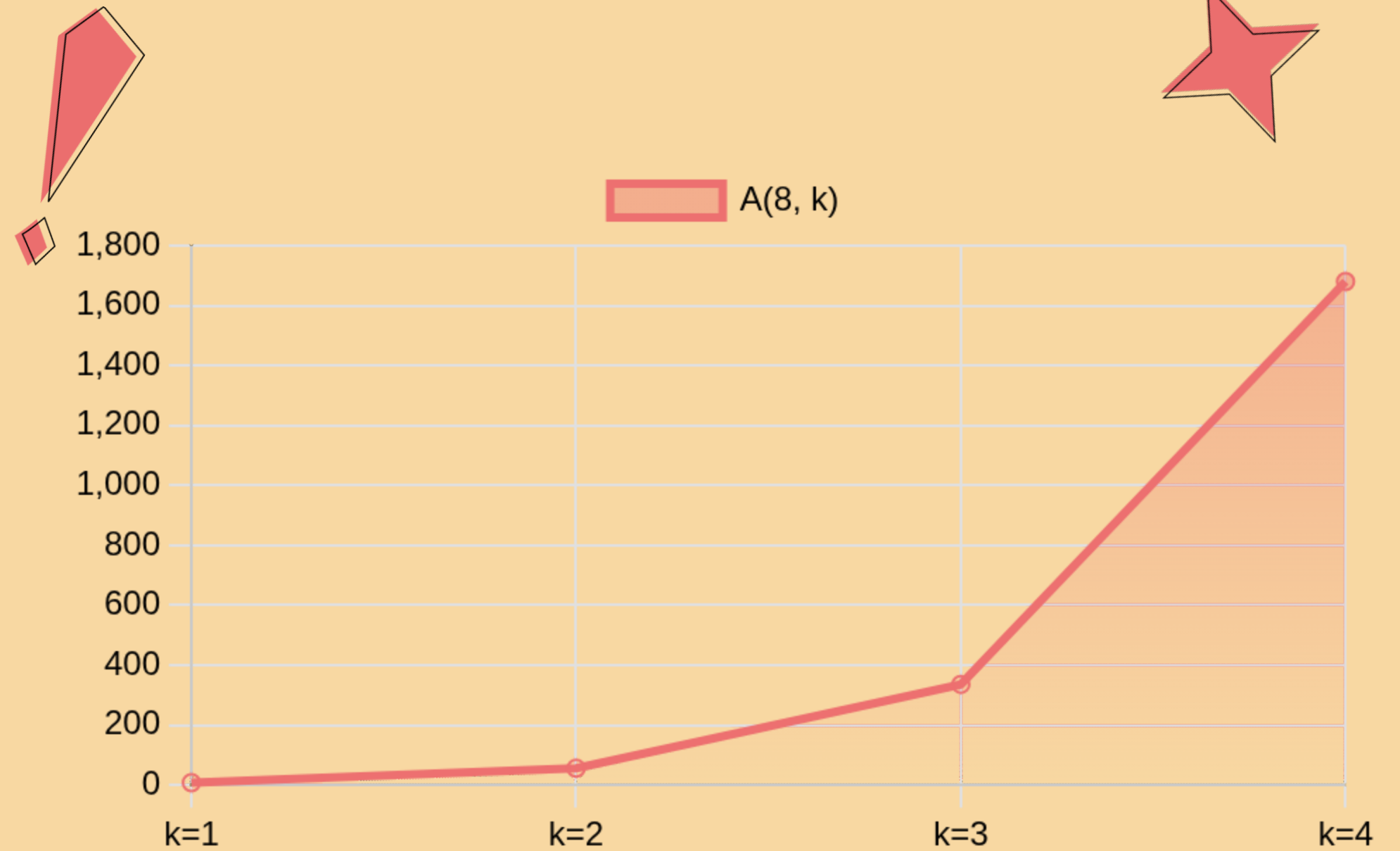


# Рост числа вариантов при увеличении количества мест

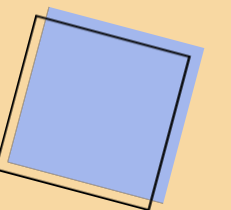
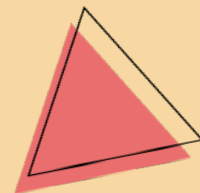
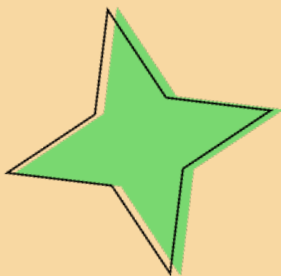


Даже добавление одного места резко увеличивает количество способов, потому что каждый новый шаг умножает число возможных продолжений.

Рост не линейный: с увеличением  $k$  значение быстро возрастает, поэтому задачи на размещения могут давать очень большие ответы уже при небольших  $n$ .



Расчёт по формуле  $A(8, k) = 8! / (8-k)!$  для  $k=1..4$

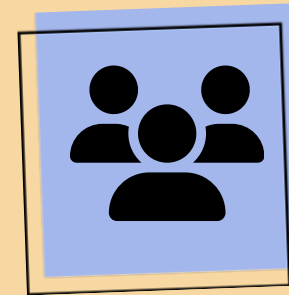
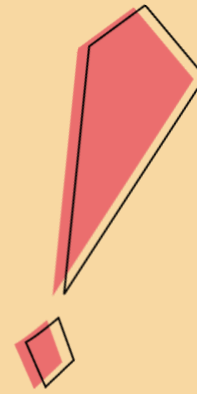


# Где размещения встречаются в реальной жизни



## Расписание и дежурства

Размещения помогают распределять очередность уроков, дежурных и поручений, когда важно, кто на каком месте и в каком порядке выполняет задачу.



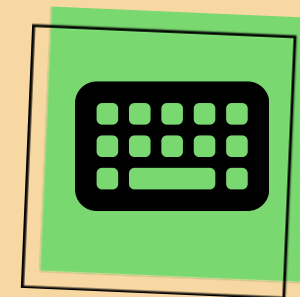
## Роли в группе

В проектах и командных заданиях участникам часто назначают разные роли. Здесь важно не просто выбрать людей, а распределить их по конкретным позициям.



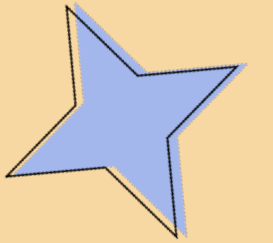
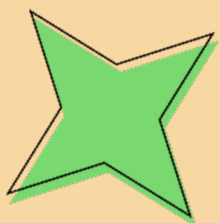
## Соревнования и места

При подсчёте призовых мест порядок имеет значение: первое, второе и третье места отличаются друг от друга, поэтому используют размещения без повторений.

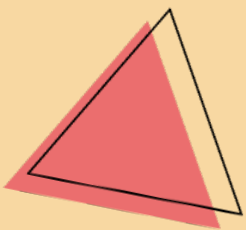
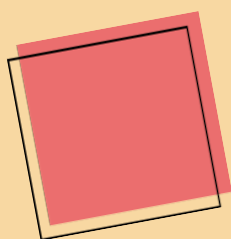


## Коды и шифры

В информатике размещения с повторениями описывают PIN-коды, пароли и простые шифры. Каждая позиция заполняется отдельно, поэтому число вариантов быстро растёт.



# Мини-практика по теме размещений

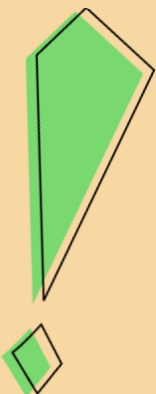
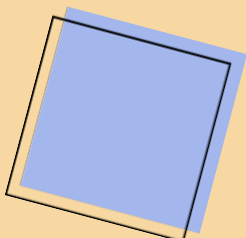
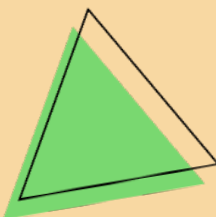


| Задача         | n, k | Формула   | Повторы |
|----------------|------|-----------|---------|
| Капитан и зам. | 6,2  | $A(n, k)$ | нет     |
| Код из 3 цифр  | 10,3 | $n^k$     | да      |
| 4 книги из 7   | 7,4  | $A(n, k)$ | нет     |

Проверь, как по условиям задачи сразу выбрать нужную формулу и способ подсчёта.

Если порядок важен, а повторы запрещены, используется размещение без повторений; при кодах с одинаковыми позициями удобно применять степень.

Учебные примеры по комбинаторике





# Размещения помогают считать быстро и точно

Размещения показывают, как из  $n$  объектов выбрать  $k$ , когда порядок важен. Без повторений применяют  $A(n, k) = n! / (n-k)!$ , а с повторениями —  $n^k$ . Это делает подсчёт точным и быстрым.

