

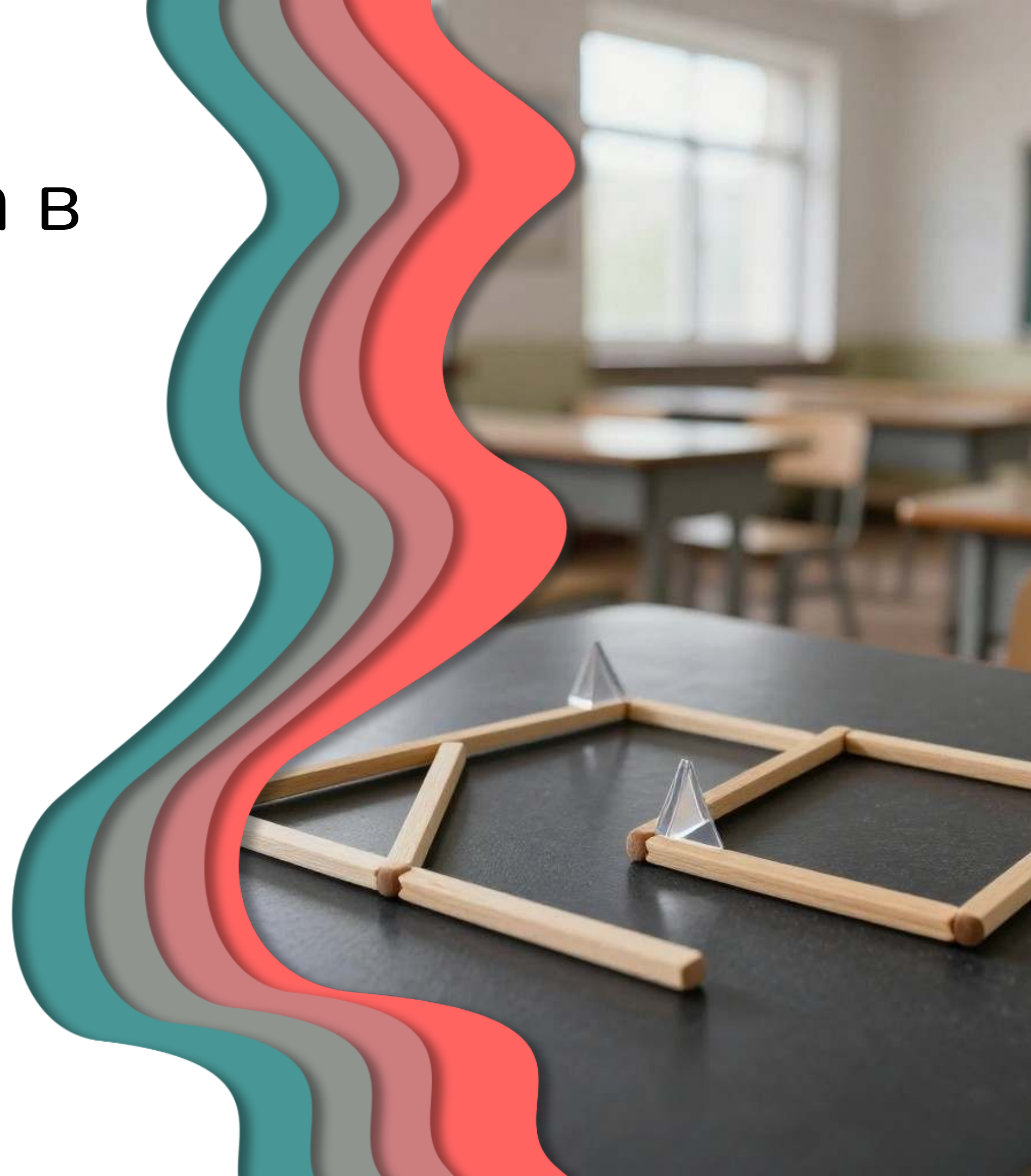
Ломаные и многоугольники: основа многих фигур в геометрии

Ломаные задают путь между точками, а
многоугольники — замкнутые границы фигур.



Почему тема ломаных и многоугольников важна в 9 классе

Ломаные нужны в задачах на расстояния, маршруты, чертежи и координатную плоскость. Многоугольники лежат в основе тем о треугольниках и четырёхугольниках, встречаются в архитектуре, орнаментах и компьютерной графике. В 9 классе знания связываются с периметром и углами.



Ломаная линия и её элементы

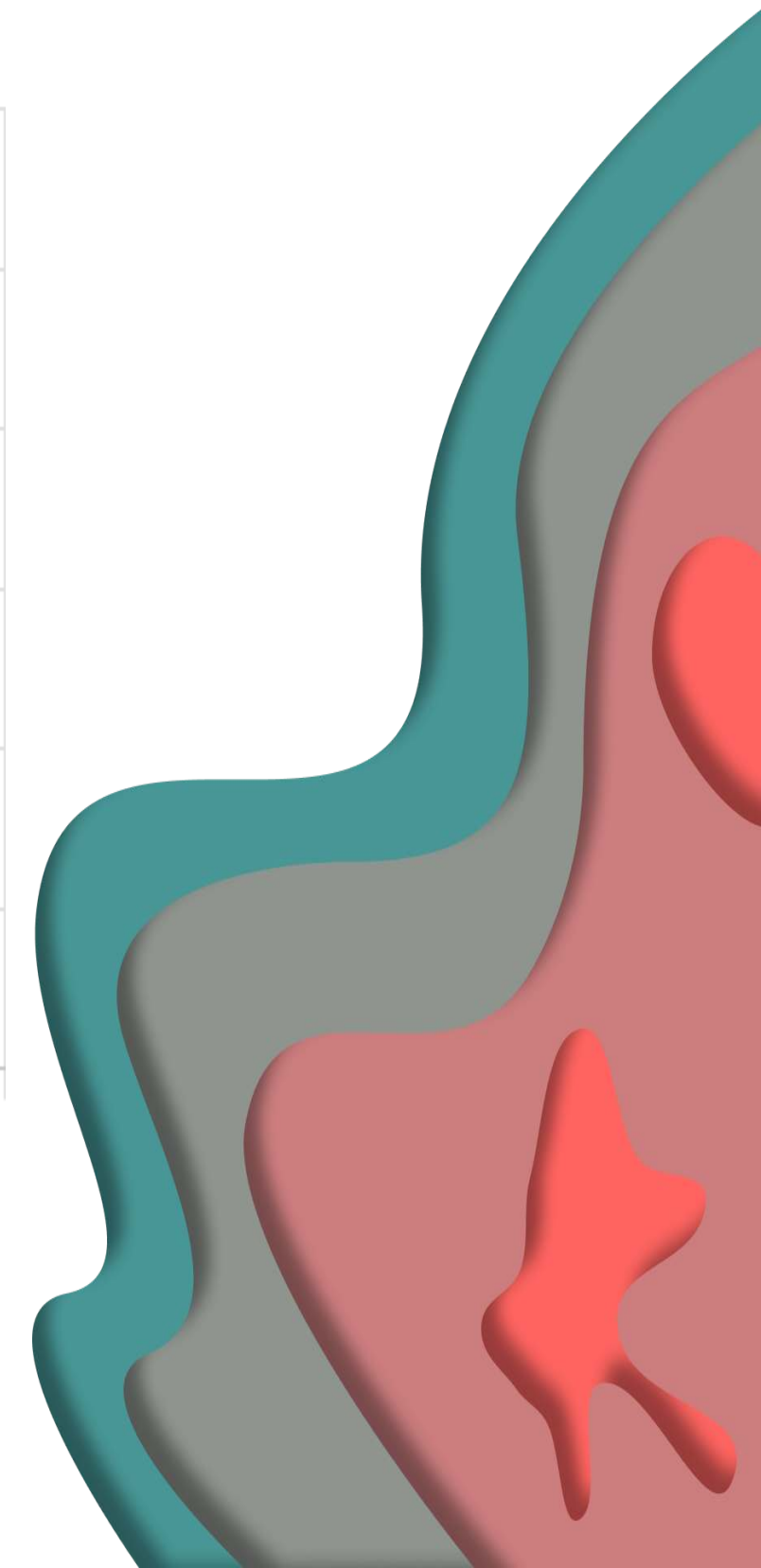
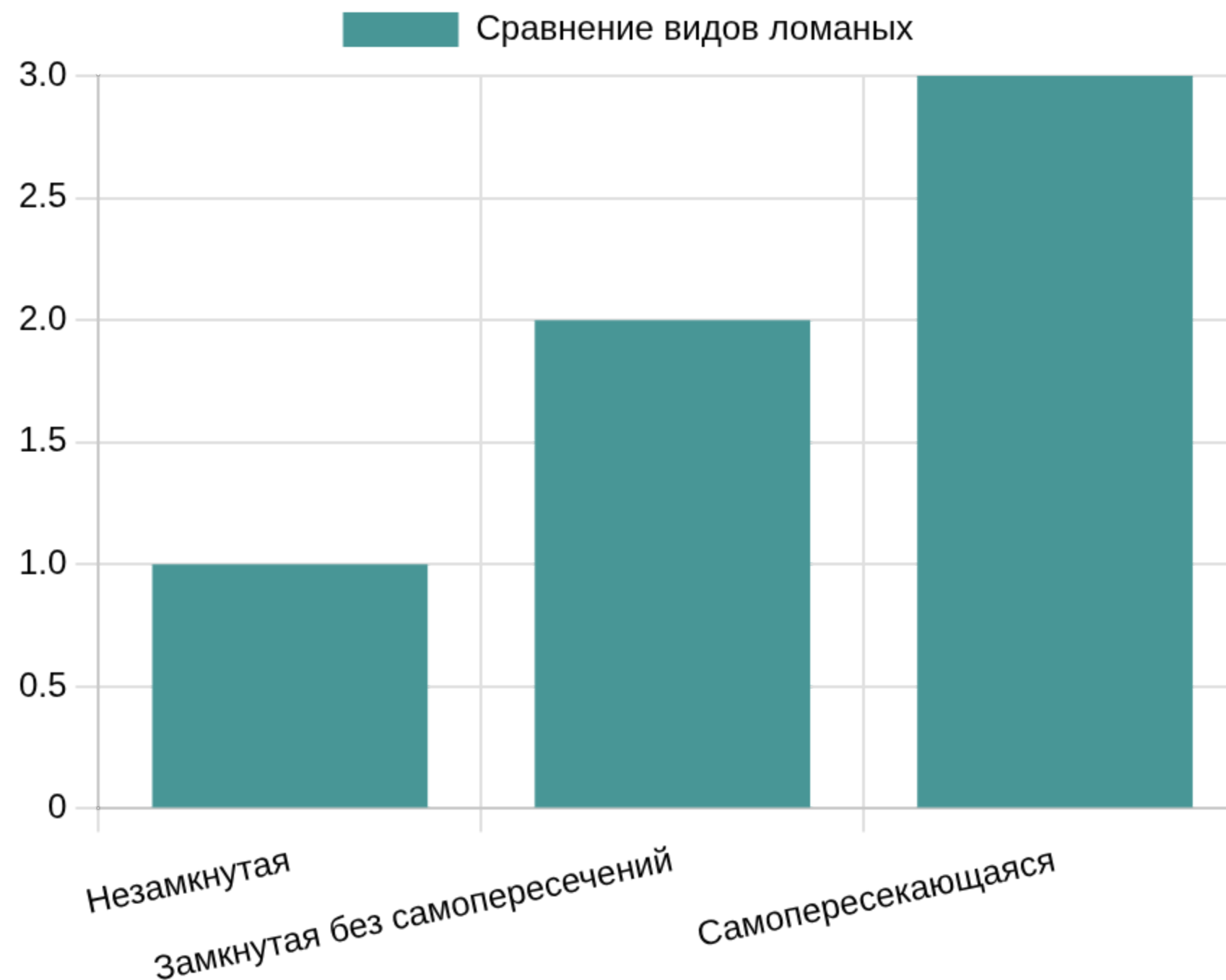
- Ломаная линия образуется последовательно соединёнными отрезками. Каждый отрезок называют звеном, а общие концы соседних звеньев — вершинами. Так появляется “путь” по отрезкам.
- Если первое и последнее звенья не соединяются, ломаная остаётся незамкнутой: у неё есть начало и конец. Если же концы совпадают и соединены, ломаная становится замкнутой.
- Длину ломаной находят как сумму длин всех её звеньев. Поэтому, чтобы измерить “весь маршрут”, достаточно сложить расстояния по каждому отрезку, из которых она составлена.

Виды ломаных по свойствам

В незамкнутой ломаной начало и конец различны. Замкнутая без самопересечений может быть границей многоугольника, а при самопересечении граница нарушается.

Чем “меньше” условий нарушено (нет самопересечений и есть совпадение концов), тем ближе ломаная к роли границы многоугольника.

Иллюстративная схема сравнения признаков (учебный материал), без внешних числовых данных.



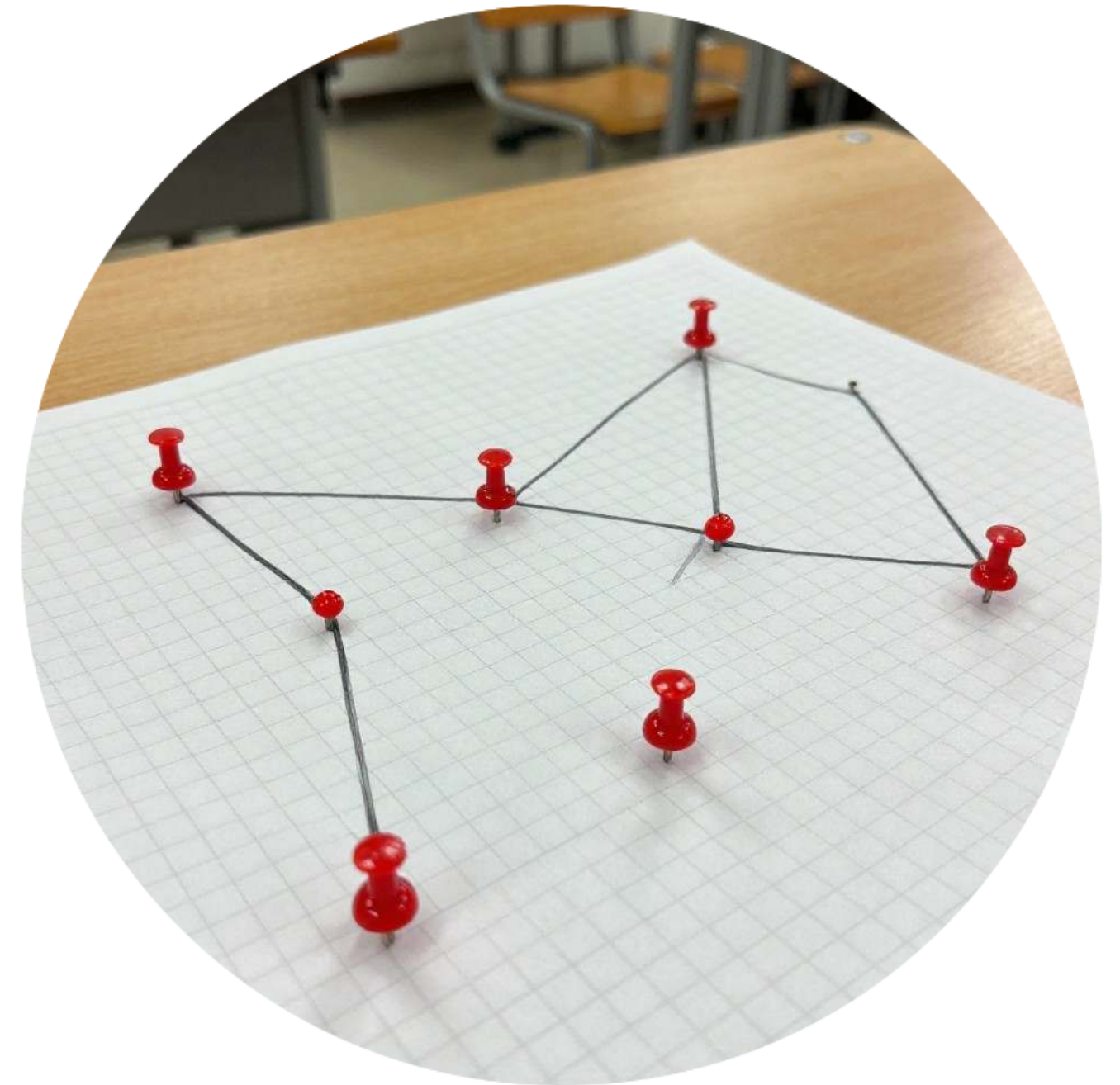
Ломаная линия в реальных объектах и чертежах

Маршруты и контуры

На карте маршрут часто изображают ломаной: от одной точки к другой идут прямыми участками, а “изломы” показывают повороты. Звенья удобно подписывать, когда нужно измерить путь.

Чертёж на клетчатой бумаге

В технических чертежах контуры деталей и линий также задают ломаной. На клетчатой бумаге её легко построить по точкам и сравнить длину разных вариантов, складывая длины звеньев.

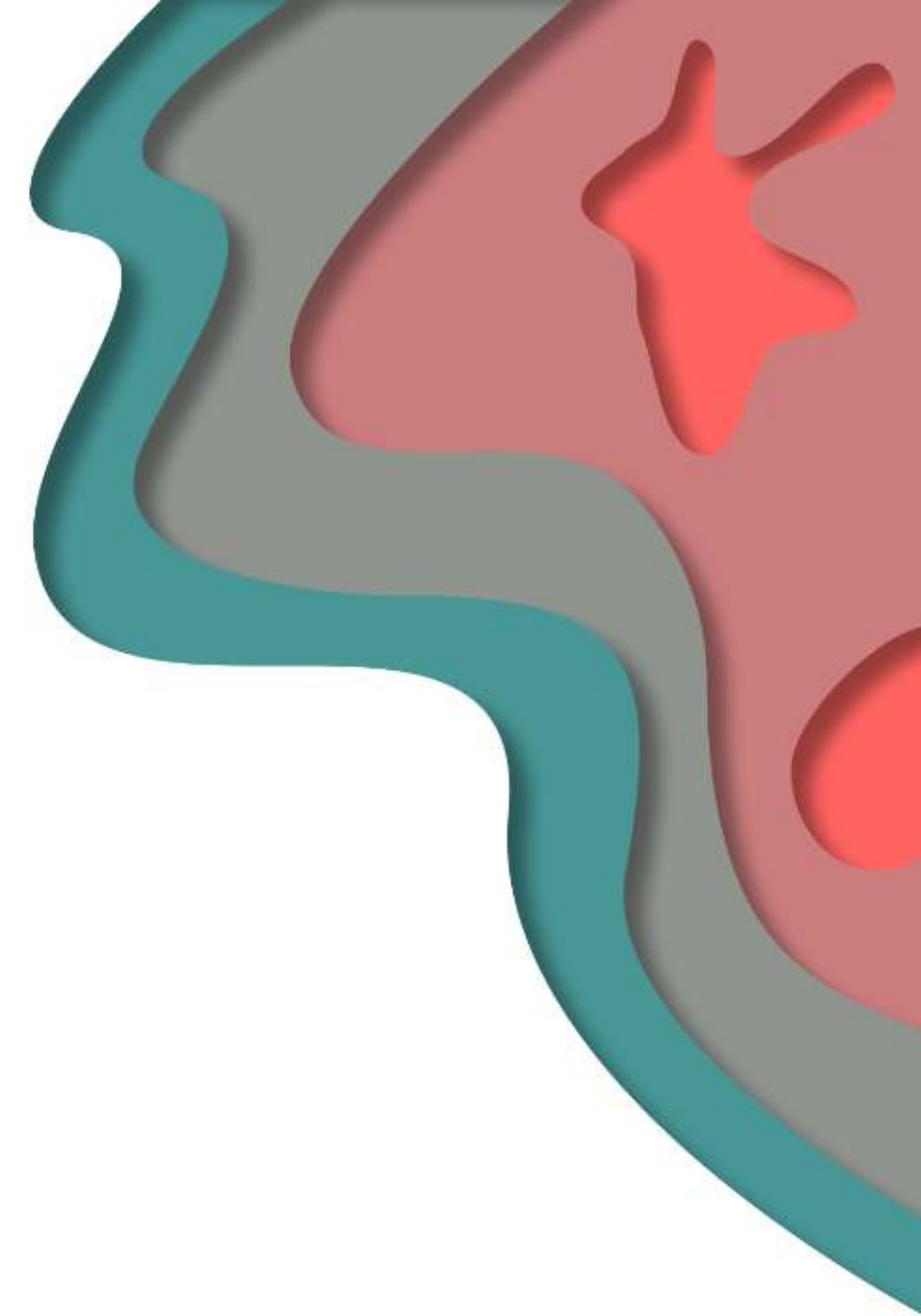


Многоугольник как замкнутая ломаная

Многоугольник — это замкнутая ломаная без самопересечений. Его граница состоит из звеньев, а вершины — это точки соединения соседних сторон.

Так как ломаная замкнута, первая и последняя вершины совпадают. При этом звенья не должны пересекаться “внутри” фигуры, иначе граница перестаёт быть одной цельной линией.

Внутренняя область многоугольника лежит по одну сторону от его границы — внутри контура. Снаружи располагается внешняя область, поэтому многоугольник отличается от просто замкнутой линии.



Основные элементы многоугольника

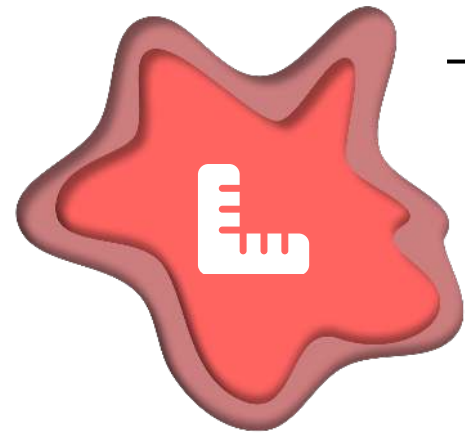
Таблица связывает элементы многоугольника с его границей и измерениями: стороны образуют контур, вершины задают углы, диагонали соединяют вершины, а периметр характеризует длину границы.

Все элементы помогают “считать” фигуру: по сторонам находят периметр, по вершинам различают углы, а диагонали служат для разбиения на части.

Школьный курс геометрии 7–9 классов: определения элементов многоугольника (обобщённый учебный материал).

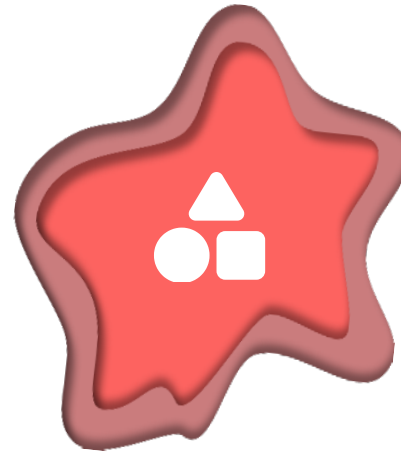
Элемент	Определение	Пример
Сторона	Отрезок границы многоугольника	AB
Вершина	Точка соединения сторон	C
Угол	Часть плоскости между двумя соседними сторонами	$\sphericalangle$ ABC
Диагональ	Отрезок, соединяющий несоседние вершины	AC
Периметр	Сумма длин всех сторон	$P = AB + BC + \dots$

Треугольники и четырёхугольники как частные случаи многоугольников



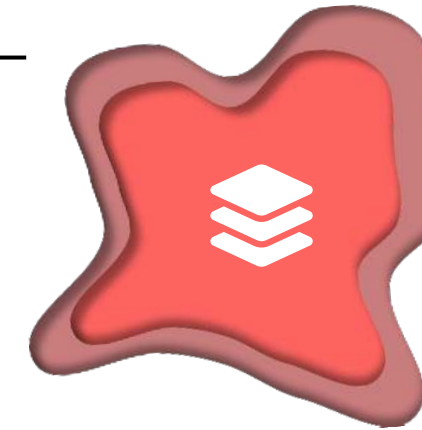
Треугольник

Треугольник имеет 3 стороны и 3 вершины. Он часто используется как “строительный блок” для разбиения многоугольников, а задачи обычно сводятся к измерению углов и длин сторон.



Четырёхугольник

У четырёхугольника 4 стороны и 4 вершины. С ним удобно работать, потому что можно выделять особые случаи и получать дополнительные свойства для решения задач на построение.



Особые виды четырёхугольников

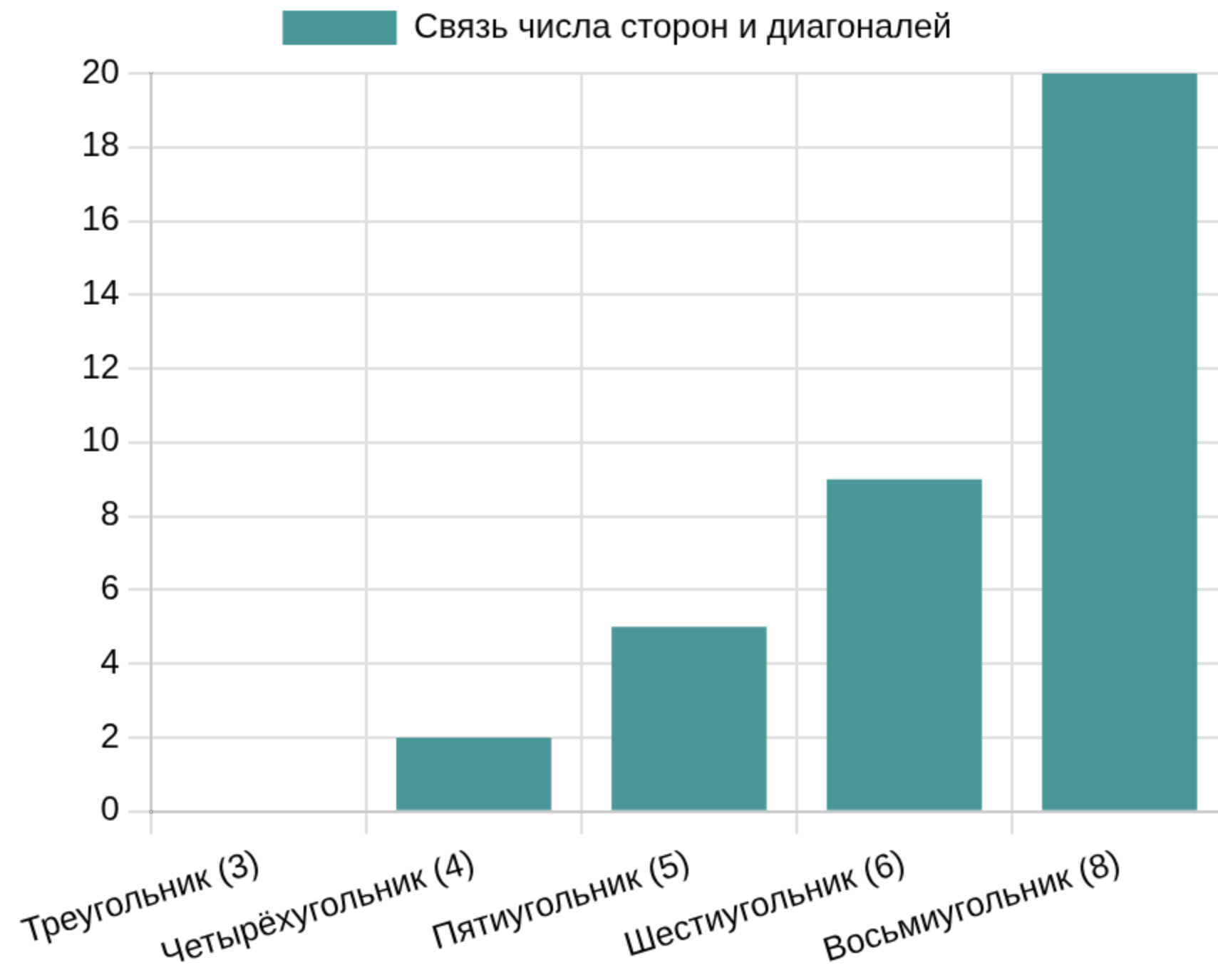
Квадрат, прямоугольник, ромб и трапеция имеют свои признаки: у прямоугольника прямые углы, у ромба равные стороны, у квадрата вместе выполняются оба условия, у трапеции — параллельные основания.

Сравнение многоугольников по числу сторон

По мере увеличения числа сторон растёт число диагоналей. Многоугольник становится “ближе” к окружности по внешнему виду, но остаётся составленным из прямых отрезков.

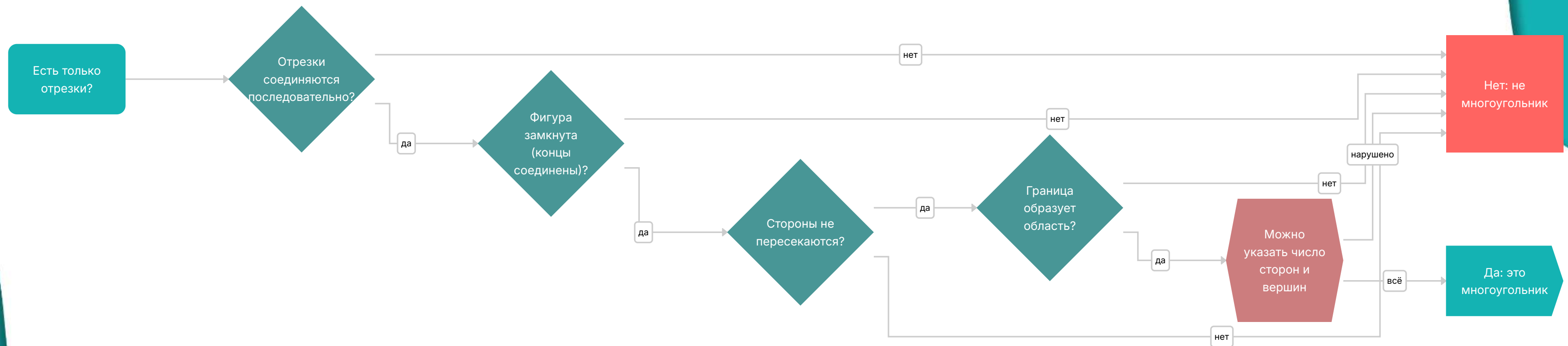
Чем больше сторон, тем больше возможностей провести диагонали и тем сложнее геометрические разбиения. Это важно при вычислении углов и решении задач.

Вычисления по формуле числа диагоналей $d = n(n-3)/2$ для n -угольника (учебный курс геометрии), без внешних данных.



Как определить, является ли фигура многоугольником

Проверка по признакам границы: только отрезки, последовательное соединение, замкнутость и отсутствие пересечений.



Периметр помогает находить длину ограды, рамки или контура участка. Если стороны равны, достаточно умножить длину одной стороны на их количество.

*Базовый курс геометрии, 7–9 классы
(свойство периметра многоугольника)*

n

Периметр равен сумме длин всех n сторон многоугольника.

Формулы периметра для частых фигур

Фигура	Периметр	Пример
Треугольник	$P = a + b + c$	$a=3, b=4, c=5 \rightarrow 12$
Квадрат	$P = 4a$	$a=6 \rightarrow 24$
Прямоугольник	$P = 2(a + b)$	$a=5, b=8 \rightarrow 26$
Правильный шестиугольник	$P = 6a$	$a=4 \rightarrow 24$

В таблице показано, как периметр выражают через длины сторон; для фигур с равными сторонами формулы упрощаются, а примеры демонстрируют подстановку.

Чем больше одинаковых сторон, тем проще вычисление: достаточно умножить длину одной стороны на число сторон.

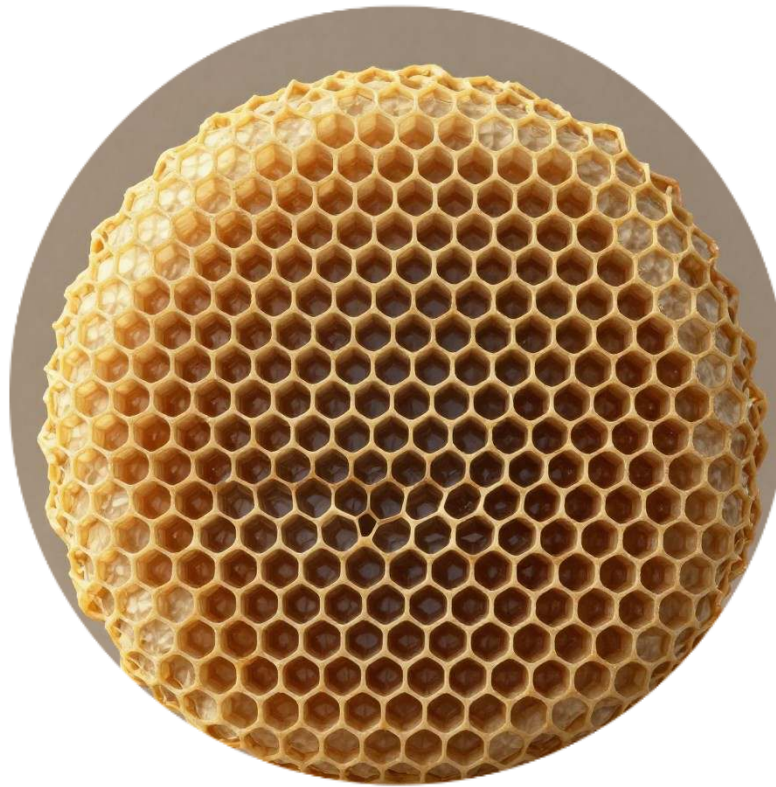
Учебные материалы по геометрии (формулы периметра)

Мозаика и узоры: как правильные многоугольники заполняют плоскость



Плитки, которые складываются в рисунок без зазоров

Представьте стену из повторяющихся фигур: узор держится не на случайности, а на равенстве сторон и углов. Правильные многоугольники «стыкуются» так, что между ними не остаётся промежутков. Поэтому ими удобно оформлять полы, стены и бордюры.



Соты как пример геометрии в природе

Пчелиные соты напоминают, что шестигранники могут работать как «рабочая упаковка» пространства. Там повторяются одинаковые правильные многоугольники, которые сходятся по краям без перекрытий. Аналогичные принципы используют в технике и дизайне, когда важна прочность и рациональность формы.



Орнаменты из треугольников и квадратов: ритм из форм

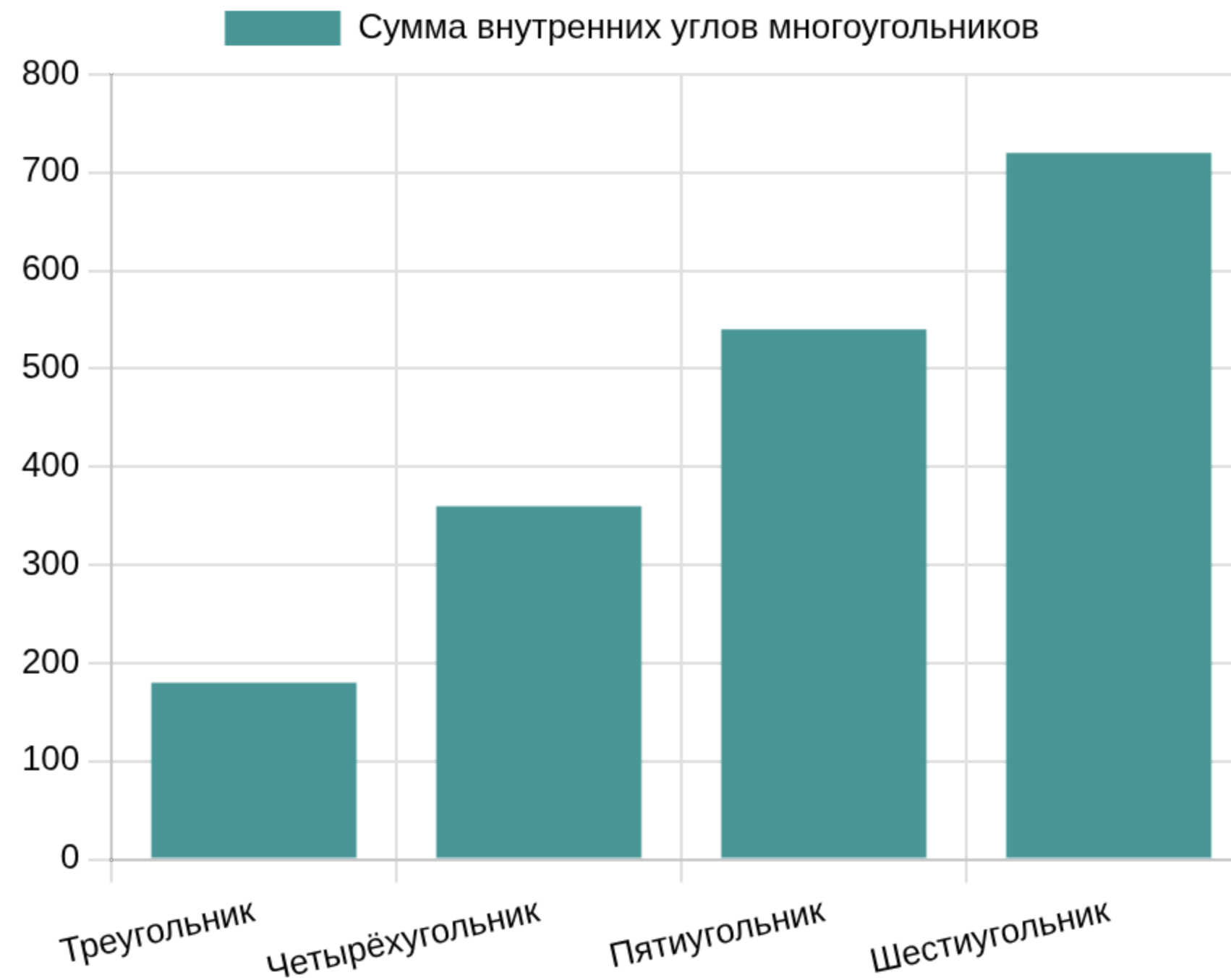
В орнаментах часто встречаются равносторонние треугольники и квадраты. Если у фигуры все стороны и все углы равны, её легко повторять, сохраняя единый стиль. Так возникает ровный ритм: элементы повторяются, а границы совпадают.

Сумма внутренних углов многоугольников

Переход от n к $n+1$ добавляет ещё один треугольник при разбиении, поэтому сумма растёт одинаково.

По данным видно правило: каждая новая сторона увеличивает сумму внутренних углов на 180° , что подтверждается разбиением на треугольники.

Базовые вычисления на основе разбиения многоугольника на треугольники (учебный курс геометрии), без внешних статистик.



Диагонали многоугольника и разбиение на треугольники

Диагональ соединяет две несоседние вершины многоугольника и не совпадает с его сторонами. Благодаря диагоналям можно «разделить» фигуру на части удобной формы — треугольники для дальнейших вычислений.

В четырёхугольнике проводят 2 диагонали, а в пятиугольнике — 5. Эти линии помогают увидеть структуру фигуры: внутренние углы становятся суммой углов треугольников.

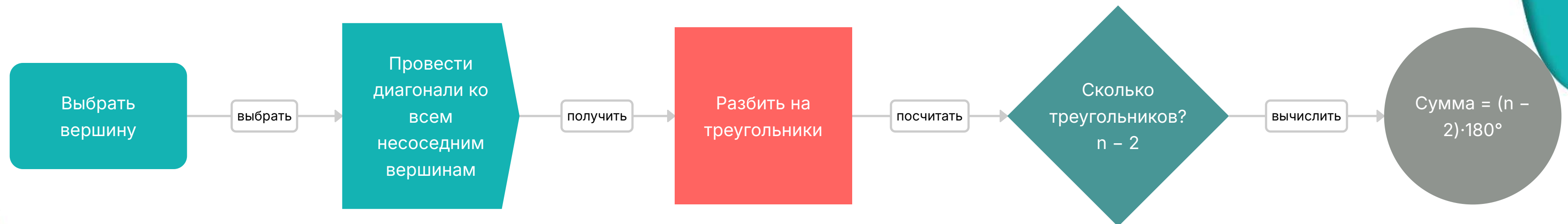
Для шестиугольника число диагоналей равно 9. При этом разбиение по диагоналям позволяет аккуратно подсчитать сумму внутренних углов и понять логику формулы без догадок.

Выбор подходящих диагоналей делает задачу на построение понятнее: вы заранее разбиваете многоугольник так, чтобы каждый шаг опирался на свойства треугольников и их углов.



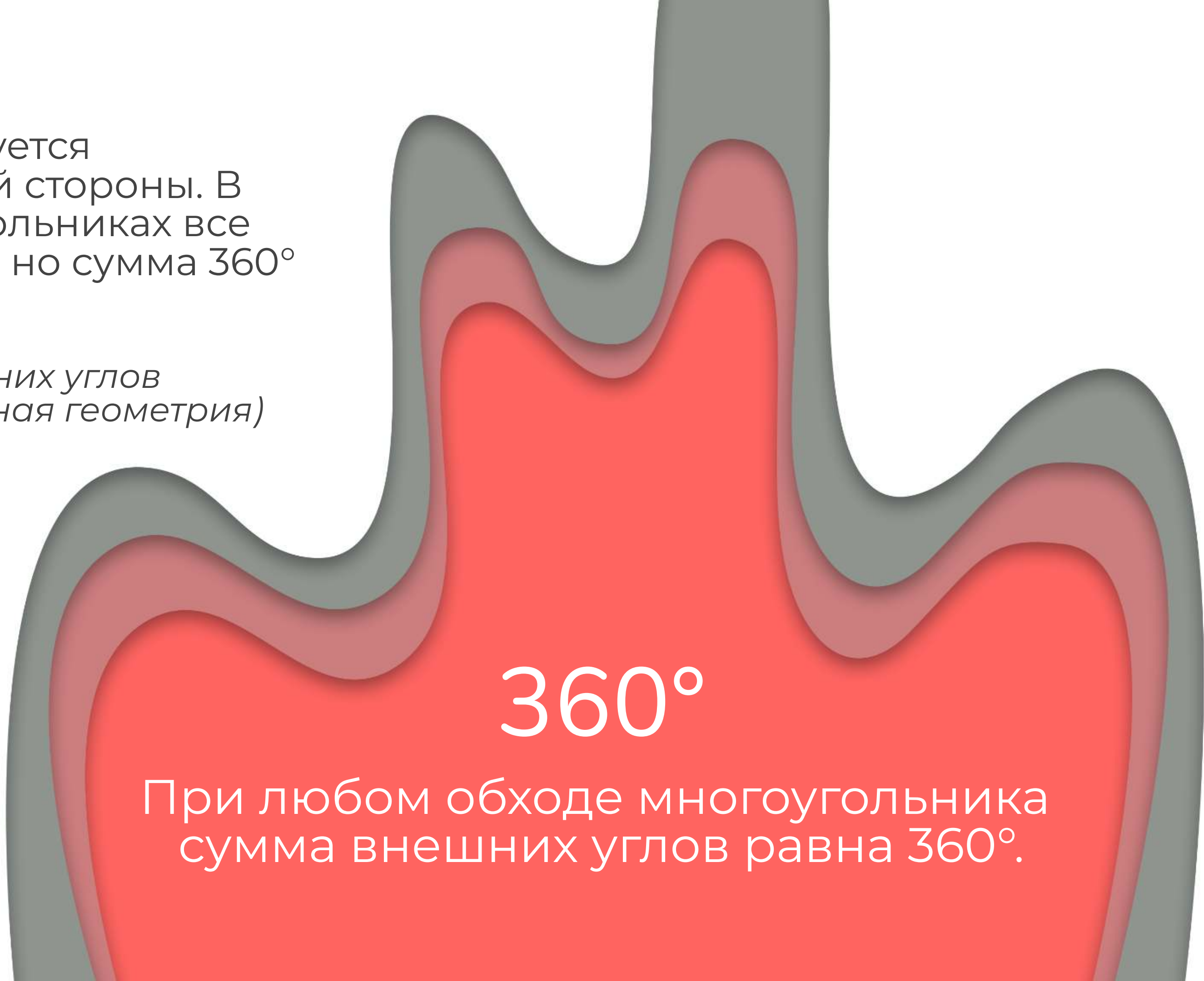
Как получить сумму внутренних углов n-угольника через разбиение

Идея основана на разбиении многоугольника диагоналями из одной вершины на треугольники.



Внешний угол образуется продолжением одной стороны. В правильных многоугольниках все внешние углы равны, но сумма 360° верна для любого.

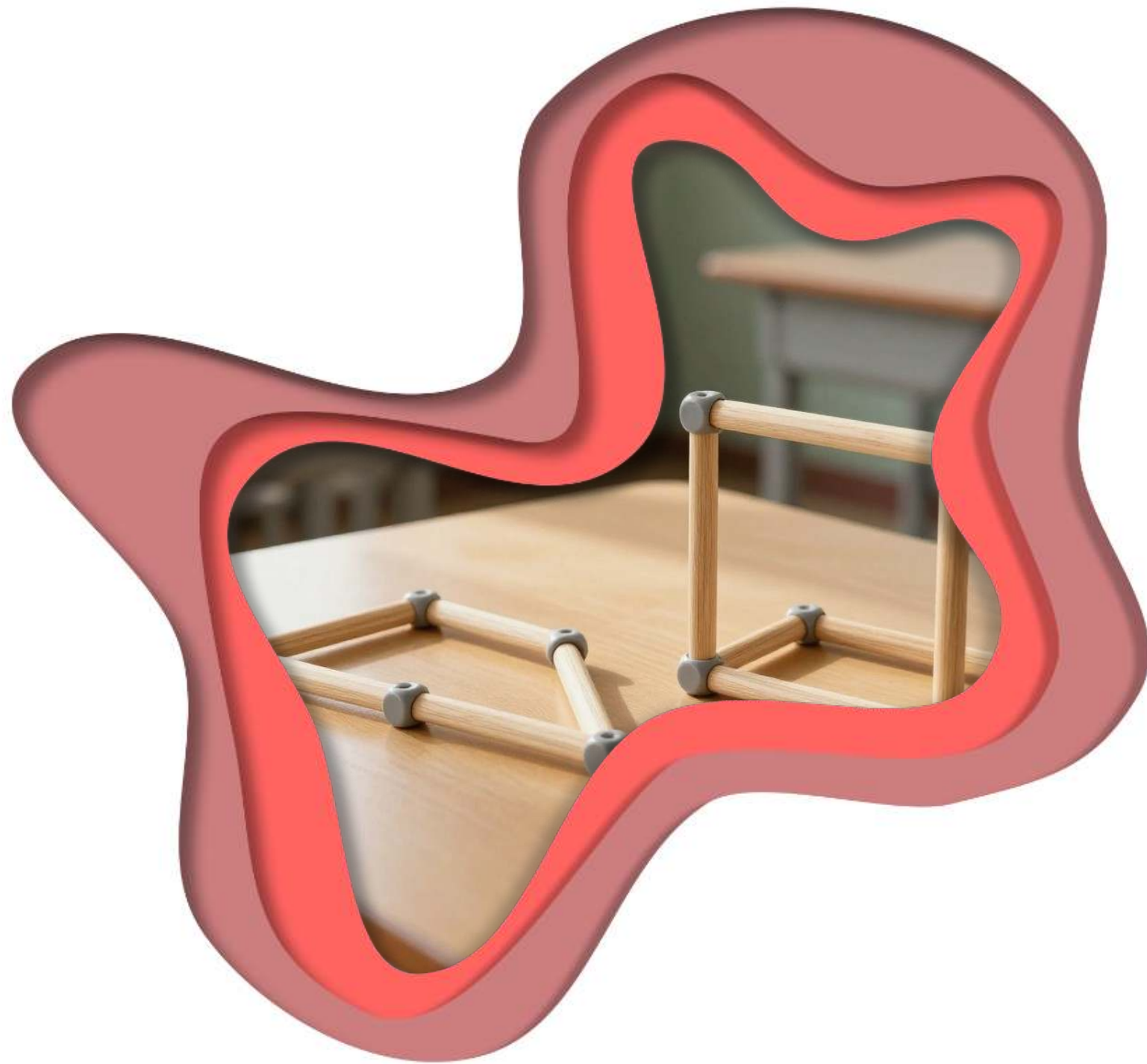
Базовое свойство внешних углов многоугольника (школьная геометрия)



360°

При любом обходе многоугольника
сумма внешних углов равна 360° .

Типичные ошибки при работе с ломаной и многоугольником



- Иногда незамкнутую ломаную ошибочно принимают за многоугольник: забывают, что у многоугольника граница должна быть замкнутой и образовывать внутреннюю область. Тогда меняется и смысл периметра.
- Частая путаница возникает между стороной и диагональю: диагональ соединяет только несоседние вершины. Из-за этого неверно подсчитывают диагонали и могут ошибиться в сумме внутренних углов.

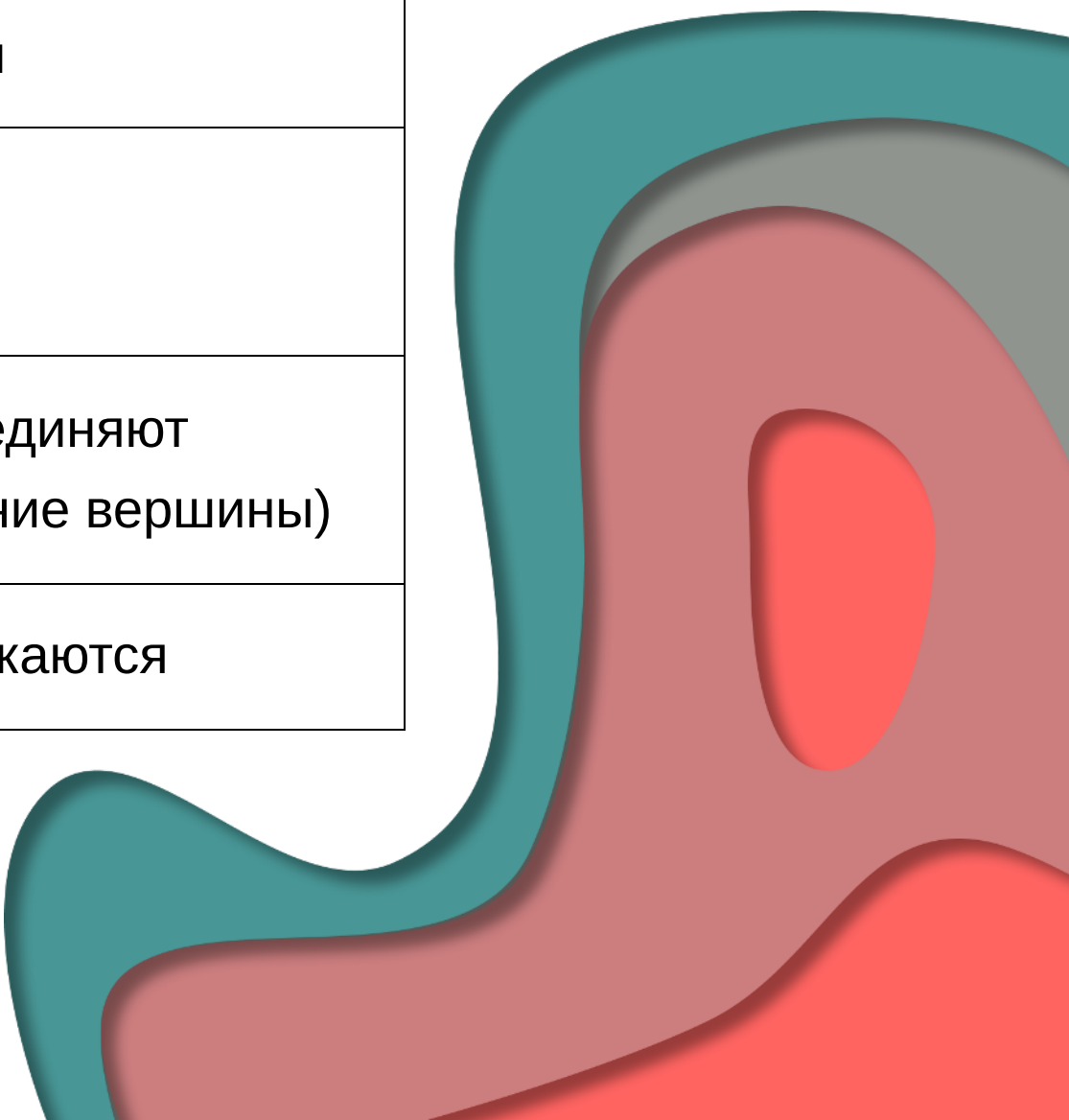
Сравнение ломаной линии и многоугольника

Таблица помогает быстро различать объекты по ключевым признакам: замкнутость, внутренняя область и роль диагоналей.

Главное отличие: не каждая ломаная становится многоугольником, потому что только замкнутая без самопересечений граница задаёт внутреннюю область.

Свойства фигур в школьном курсе геометрии (определения ломаной и многоугольника)

Признак	Ломаная	Многоугольник
Замкнутость	не обязана быть	граница замкнута
Стороны и вершины	есть звенья и вершины	есть стороны и вершины
Внутренняя область	нет	есть
Диагонали	обычно не рассматривают	есть (соединяют несоседние вершины)
Самопересечения	возможны	не допускаются



Коротко о самом важном

Ломаная задаёт путь из последовательно соединённых отрезков, а многоугольник — это замкнутая ломаная без самопересечений. Периметр равен сумме сторон, внутренние углы и внешние углы имеют универсальные суммы.

