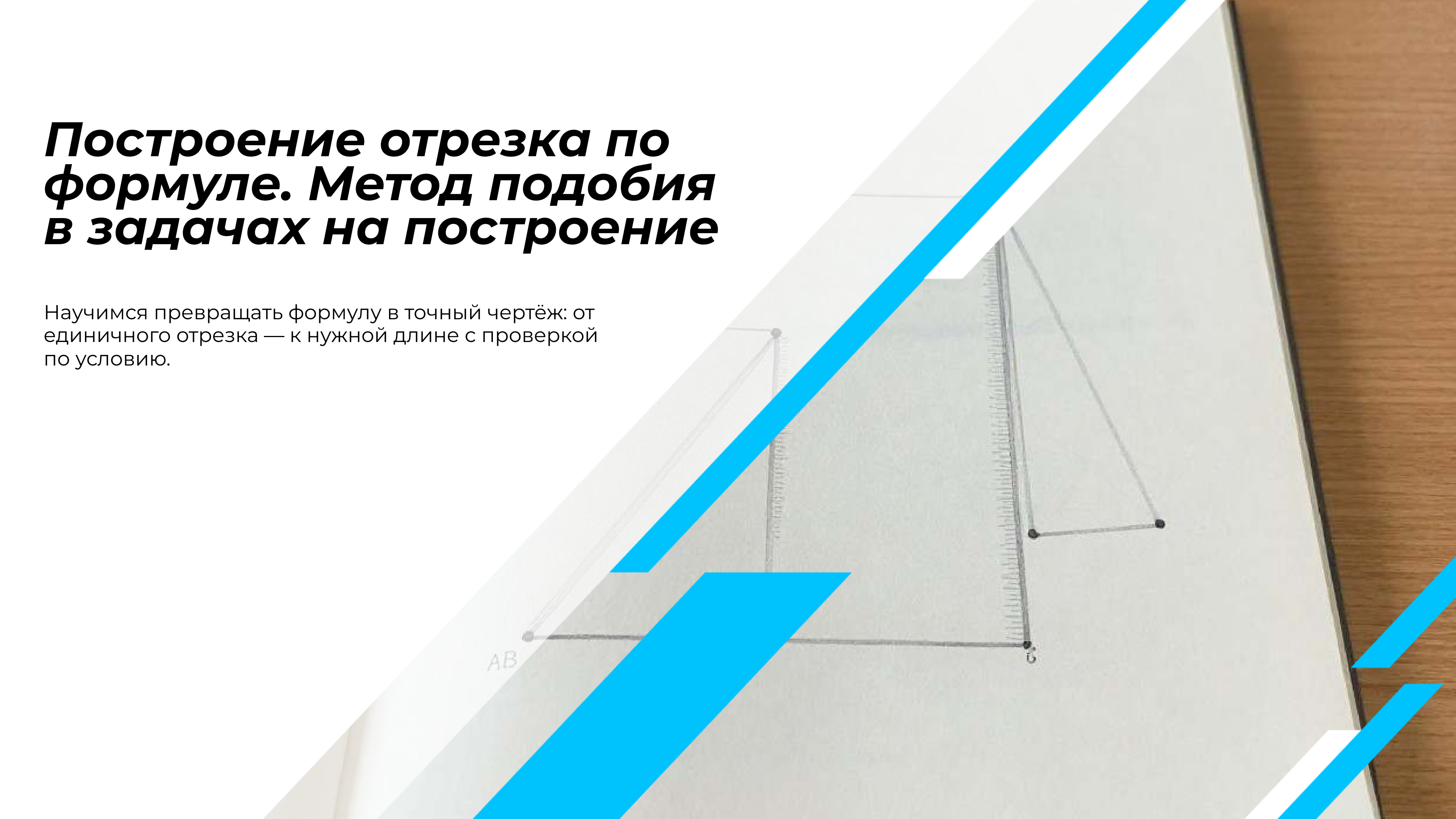


Построение отрезка по формуле. Метод подобия в задачах на построение

Научимся превращать формулу в точный чертёж: от единичного отрезка — к нужной длине с проверкой по условию.

AB

C



Зачем нужны такие построения в геометрии

Задачи на построение входят в курс геометрии 7 класса как первый шаг к работе с чертежом по точным условиям. Они связаны с расстояниями, черчением, масштабами карт и моделей. Метод подобия помогает получать новые длины через пропорции.



Что означает «построить отрезок по формуле»

Построить отрезок по формуле — значит получить длину, заданную через числа и действия над ними. В школьных задачах чаще встречаются сумма, разность, произведение и отношение величин.

Обычно за основу берут единичный отрезок, а остальные длины откладывают относительно него. Так выражение превращается в последовательность геометрических шагов на плоскости.

Итогом становится чертёж, на котором отрезок действительно имеет нужную длину. Мы получаем ответ не только вычислением, но и наглядным построением.

Основные виды формул и их геометрический смысл

Формулу можно «читать» как команду для построения отрезков: сложить, отнять, увеличить в разы или установить пропорцию.

Почти любую простую формулу можно связать с конкретным приёмом построения, чтобы получать длины с помощью чертежа.

Вид формулы	Что означает в длинах	Геометрический прием
$a + b$	Сумма длин	Откладывание на одной прямой
$a - b$	Разность длин	Вычитание как отрезок на прямой
$k \cdot a$	Отрезок больше/меньше	Кратное откладывание по единичному
$a : b = c : d$	Пропорция длин	Подобие и пропорциональные отрезки

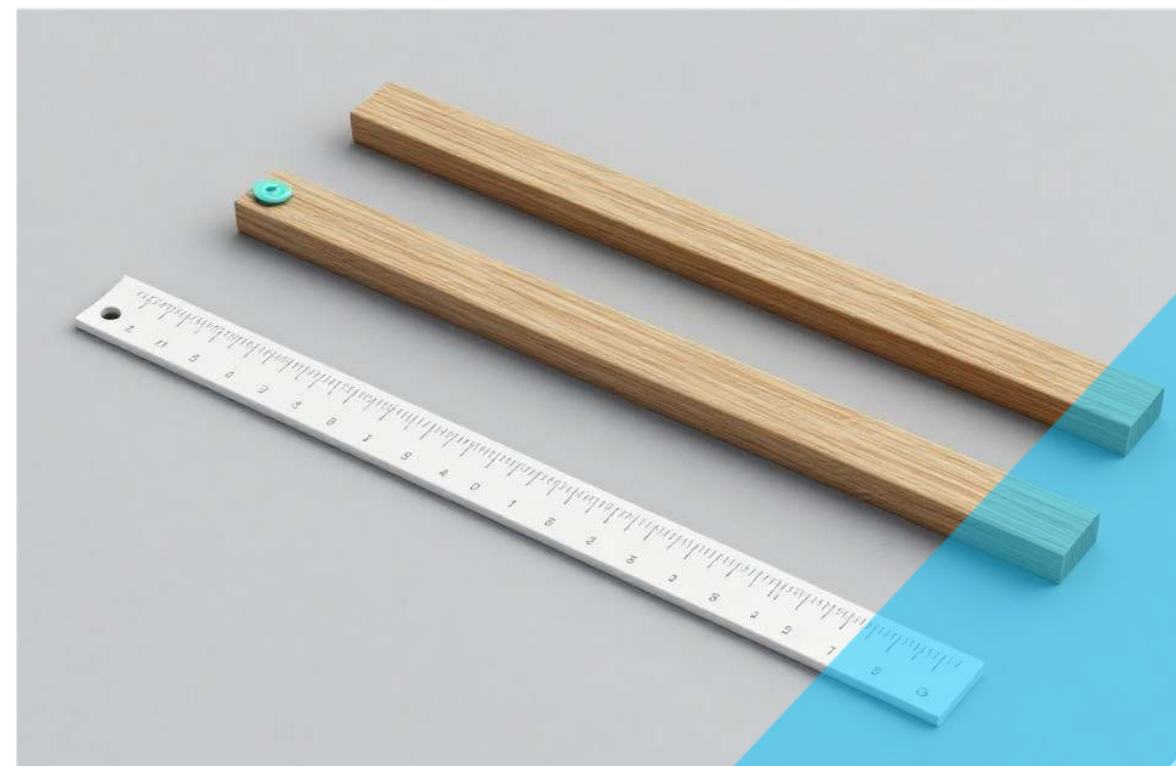
Учебная логика задач на построение: простые выражения переводятся в действия с отрезками

Единичный отрезок и масштаб чертежа: визуальные подсказки



Единица на линейке становится «меркой»

Если за единицу взять, например, 1 см, то 2 см, 3 см и 5 см — это кратные значения. На чертеже достаточно чётко отметить один и тот же интервал, а дальше откладывать его несколько раз.



Масштаб: одно и то же — но в разных размерах

Масштаб показывает, во сколько раз изображение меняет длину относительно реальности. На рисунке можно сохранить одинаковые деления, но получить отрезки в другом размере: идея остаётся той же, меняется коэффициент.

Общий план построения отрезка по формуле

Алгоритм объединяет формулу, единичную меру и геометрические приёмы (деления, лучи, параллельные линии, подобие).



Подобие треугольников как главный инструмент

Подобные треугольники сохраняют форму: соответствующие углы равны, а соответствующие стороны пропорциональны. Поэтому по части чертежа можно находить неизвестные длины целиком.

Когда один треугольник получен увеличением или уменьшением другого, общий коэффициент масштабирования одинаков для всех пар соответствующих сторон.

В 7 классе признаки подобия особенно практичны: по двум углам, по двум сторонам и углу между ними, а также по трём пропорциональным сторонам.

Именно подобие связывает формулы с чертежом: формула с отношениями превращается в построение через пропорции сторон треугольников.

Как меняются стороны подобных треугольников

Даже если меняются сами числа длин, отношения между соответствующими сторонами остаются одинаковыми: работает один и тот же множитель.

Диаграмма подтверждает главный факт подобия: для всех соответствующих сторон сохраняется общий коэффициент, поэтому можно надёжно переносить длины.

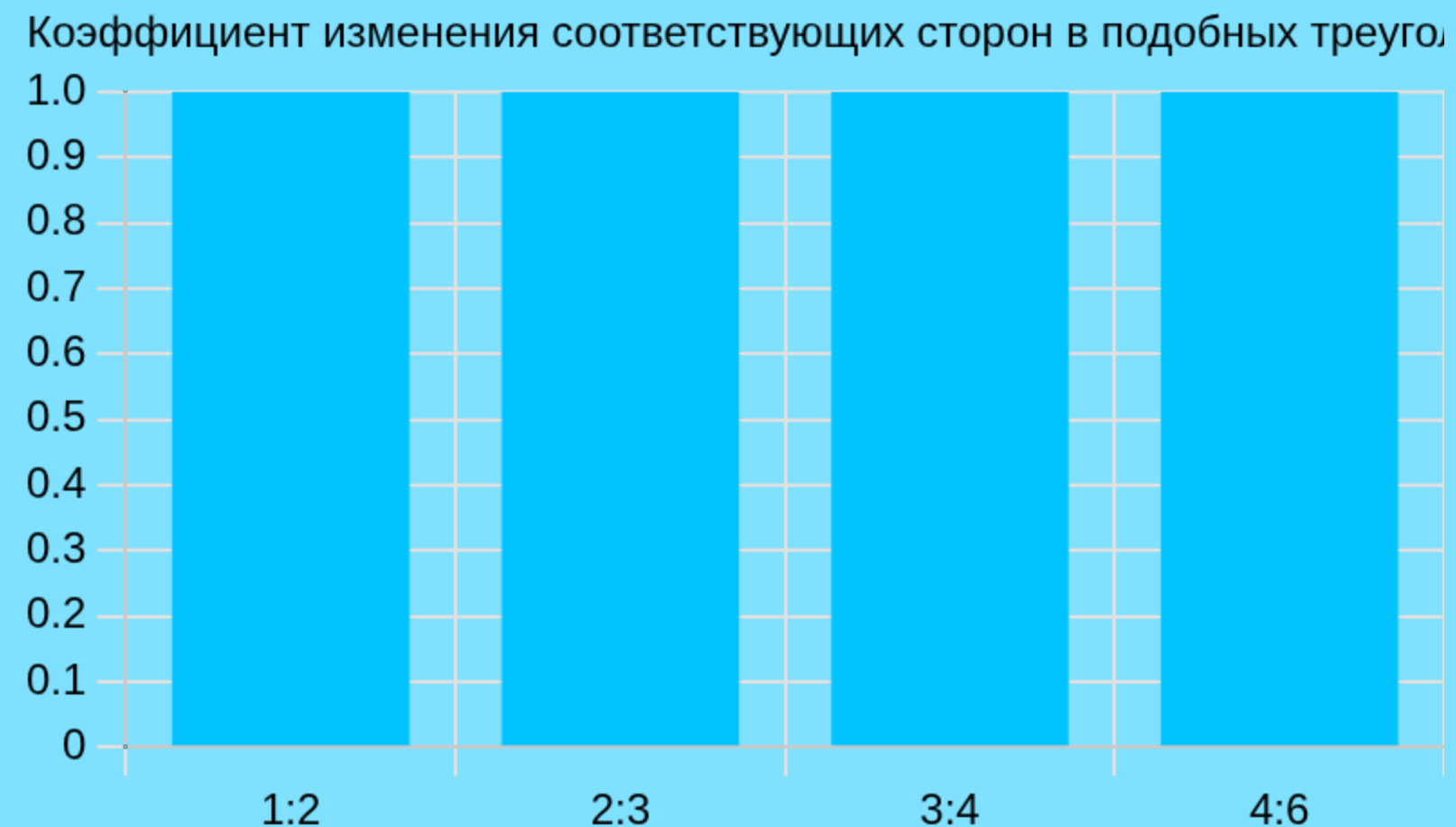


Схема отношений соответствующих сторон из примеров: 1:2, 2:3, 3:4, 4:6

Деление отрезка в заданном отношении

Когда отрезок нужно разделить в отношении, например 2:3, 3:4 или 1:5, удобно использовать вспомогательный луч с равными делениями. Это позволяет обойтись без отдельных измерений каждой части.

Одна точка луча соединяется с концом исходного отрезка. Затем через остальные деления проводят параллельные прямые — они «переносят» пропорции на нужный отрезок.

По теореме Фалеса получаются части, пропорциональные выбранным равным делениям. В итоге деление получается точным именно по отношению, заданному формулой.

Теорема Фалеса на чертеже

Если через две секущие провести ряд параллельных прямых, то на секущих отсекаются пропорциональные отрезки. На чертеже это удобно показать лучом с равными делениями и параллельными линиями к одной стороне.

Ключевая идея проста: равные отрезки на вспомогательной линии превращаются в пропорциональные части на искомом отрезке. Поэтому теорема Фалеса лежит в основе многих задач на построение.



Частые задачи на построение и подходящие способы

Тип задачи	Что дано	Прием	Что получить
Сумма отрезков	a, b	Откладывание на прямой	Отрезок $a + b$
Разность отрезков	$a > b$	Откладывание на прямой	Отрезок $a - b$
Деление в отношении	$a, m:n$	Параллельные прямые (Фалес)	Часть $am/(m+n)$
Увеличение в k раз	a, k	Единичный отрезок/пропорция	Отрезок ka
Построение по пропорции	a, b, c	Подобие треугольников	x из $a:b = c:x$

Таблица связывает типовое задание с тем, что дано в условии, какой прием удобно применить и какой отрезок получится после построения. Подходит для быстрой «настройки» плана решения.

Правильный выбор приема сокращает построение и упрощает проверку: для сумм и разностей обычно достаточно одной прямой, а для пропорций — подобия и параллельных прямых.

Структура из школьного курса геометрии (7 класс): построения на прямой, параллельные прямые и подобие.

Среднее пропорциональное и квадратный корень



Идея среднего пропорционального

Среднее пропорциональное между a и b — это число x , которое удовлетворяет условию $x^2 = ab$. Поэтому длина x «собирается» из произведения двух известных величин.



Построение через полуокружность

Чтобы получить x , используют полуокружность: строят подходящий прямой угол и вписывают отрезок так, чтобы одна длина стала катетом, а другая — проекцией. Тогда x получается как геометрический корень.



Связь алгебры и геометрии

Этот прием показывает: квадратный корень — не только вычисление. В чертеже он появляется как длина, возникающая из подобия и свойств геометрических фигур при работе с отношениями.

Сравнение способов построения отрезков

Выбор метода влияет не только на длину пути: разные приемы позволяют проверить результат разными способами — через равенства, пропорции или подобие углов и сторон.

Для простых сумм и разностей удобнее построение на прямой. Для задач с отношениями и «неподходящими» длинами чаще всего надежнее метод подобия и построения по Фалесу.

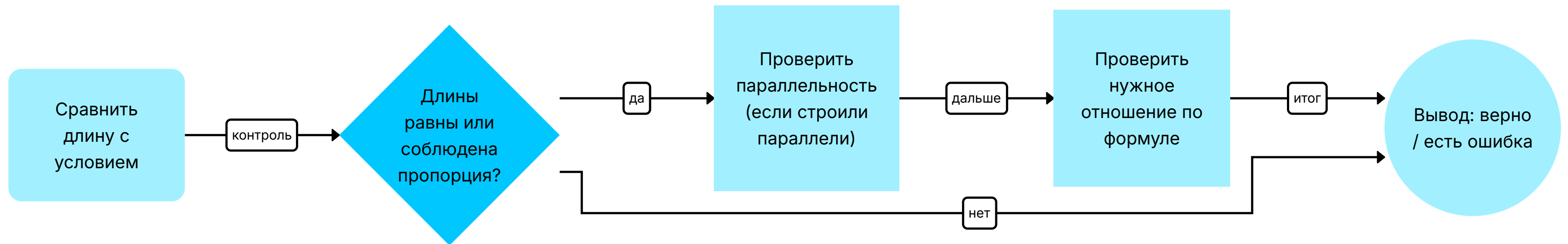
Сравнение способов построения отрезков (оценка по трем признакам)



Сравнительная логика школьного курса построений; качественная оценка по признакам (наглядность, шаги, проверка).

Проверка правильности построения

Контроль результата после выполнения построения отрезка по формуле



Типичные ошибки при построениях

Часто путают отношение и разность. Например, запись 2:3 можно неверно прочесть как 2–3. Тогда масштаб получается «не тем», и итоговая длина расходится с условием уже на ранних шагах.

Неправильно выбирают единичный отрезок: после этого сравнивают не те величины. Важно, чтобы единица была одинаково связана с формулой на всем чертеже, а не «подбиралась на глаз».

Ошибки появляются из-за неточной параллельности: параллельные линии должны действительно быть параллельны, иначе пропорции по Фалесу и подобию нарушаются. Аналогично страдает результат при сдвиге делений на луче.

Ещё одна проблема — считать рисунок правильным только из-за внешнего сходства. При построениях проверяют не «похоже», а точные отношения: равенство, пропорциональность и соблюдение условий, указанных в формуле.

Пример: построение отрезка длиной $3a/2$

1

Дано: отрезок длиной a . Требуется построить отрезок длиной $3a/2$. Сначала откладывают на луче отрезок a как исходную меру, затем готовят вспомогательную схему с отношением 3:2 для перевода величины.

2

Удобно представить $3a/2$ как $(3/2) \cdot a$: строят на одном луче равные части, получают долю от a , соответствующую делителю 2, а затем «увеличивают» до множителя 3. Так на чертеже появляется искомая длина через пропорцию.



Пошаговый разбор построения через деления луча

Таблица показывает, как из исходной длины получить отрезок в заданном отношении: сначала задают единый масштаб делений, затем переносят пропорцию на нужный отрезок с помощью параллельной прямой.

Секрет шага 3 в том, что параллельная прямая закрепляет одинаковые соответствия углов, а значит — пропорции длин на чертеже.

Шаг	Действие	Результат
1	На луче откладываются равные отрезки	Задана шкала долей
2	Соединить последнюю точку с концом отрезка а	Получается связующий треугольник
3	Через нужную точку провести параллельную прямую	Переносится пропорция
4	На исходной прямой получить искомый отрезок	Отрезок в отношении m:n

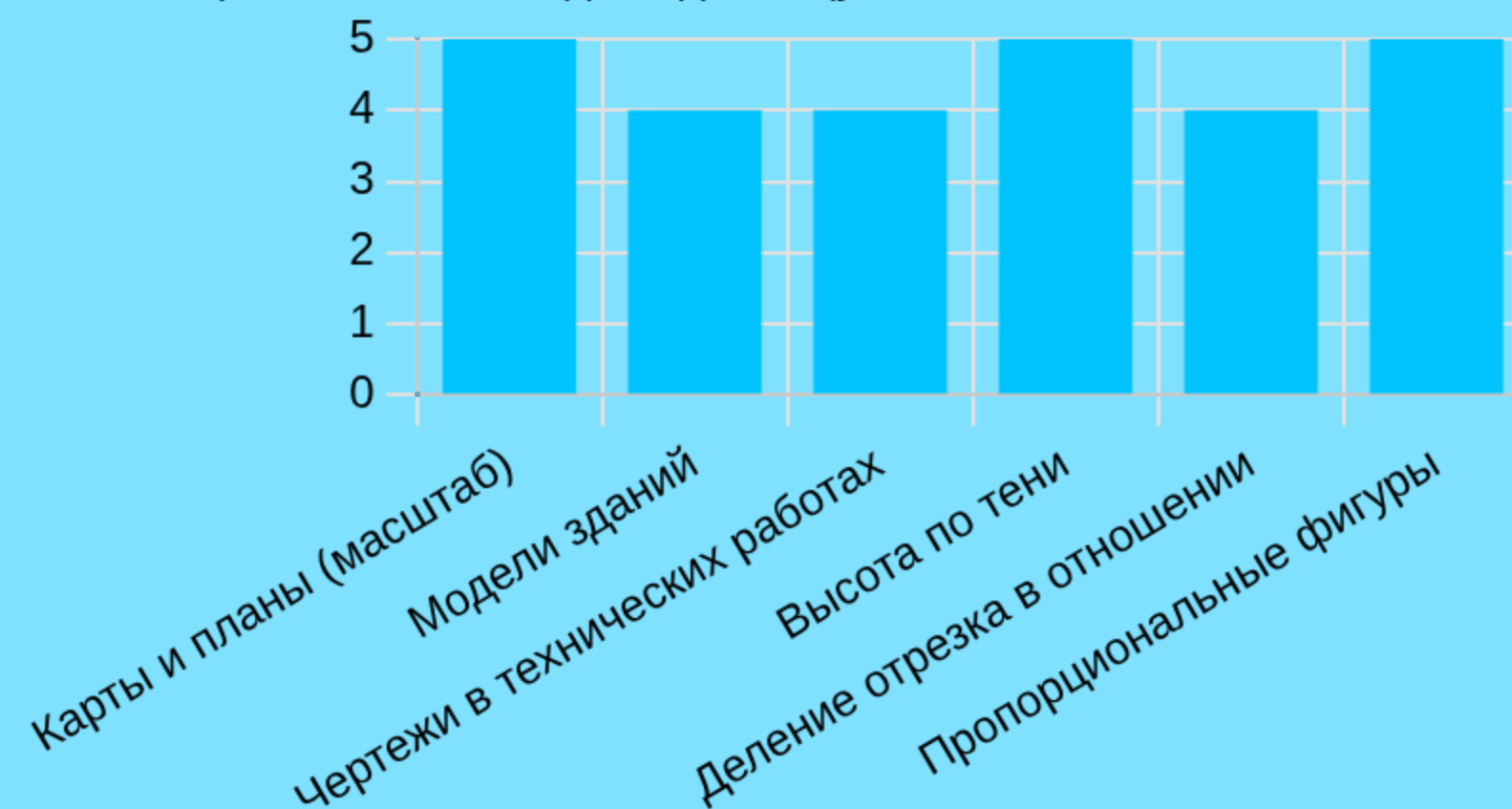
Алгоритм школьных построений по подобию и параллельным прямым (вариант оформления через деления луча).

Где метод подобия применяется на практике

В реальных измерениях подобие помогает получать недоступные размеры: например, высоту находят через сравнение с тенью, а на чертежах — через масштаб и пропорции.

Чем больше длина «скрыта» (не измеряется напрямую), тем ценнее подобие: оно связывает величины через отношения и позволяет проверять построение логически.

Области применения метода подобия (условная частота и значимость 1)



Обобщение типичных практических задач (школьная программа и стандартные примеры).

Почему метод подобия важен в геометрии 7 класса

Метод подобия соединяет формулы и чертежи: одно и то же отношение сторон превращается в построение нужной длины. Так вы научитесь видеть, как алгебра работает на плоскости.

Он позволяет получать точные результаты без «поэлементного» измерения линейкой. Достаточно корректно построить вспомогательные фигуры и использовать пропорциональность соответствующих сторон.

Кроме того, подобие развивает понимание отношений, параллельных прямых и признаков подобия. В дальнейшем эти идеи регулярно встречаются в задачах на измерение недоступных расстояний и в черчении.

Итоги урока: длина становится рисунком

Построение отрезка по формуле переводит
числовое выражение в геометрический чертеж.
Ключевые опоры — единичный отрезок, пропорции,
подобие треугольников, параллельные прямые и
теорема Фалеса.